

自己評価報告書

平成23年5月20日現在

機関番号：52501
研究種目：若手研究（B）
研究期間：2008～2011
課題番号：20740083
研究課題名（和文） 平行平板間における非圧縮性粘性流体の実解析的方法による数学解析
研究課題名（英文） Mathematical analysis of an incompressible viscous fluid in an infinite layer by methods of real analysis
研究代表者 阿部 孝之（TAKAYUKI ABE） 木更津工業高等専門学校・基礎学系・准教授 研究者番号：70396274

研究分野：偏微分方程式

科研費の分科・細目：基礎解析学

キーワード：Navier-Stokes 方程式，Stokes 方程式，レゾルベント評価，解析的半群，境界値問題，Besov 空間，斉次 Besov 空間，Maximal Regularity

1. 研究計画の概要

- (1) 平行平板間における Stokes 方程式のレゾルベント問題に対する解を、可積分性を表す指数が ∞ であるような関数空間において評価し、Stokes 作用素が解析的半群を生成することを証明する。そして、この解析的半群に対するいくつかの評価式をもとに、有界一様連続な関数を初期値とする Navier-Stokes 方程式の初期境界値問題に対する時間局所解を構成する。
- (2) 平行平板間における Navier-Stokes 方程式の特殊解には、空間遠方で減衰しないものが数多く存在する。これらの安定性や不安定性を、特殊解自身の属する関数空間で論じる。
- (3) 自身の研究で得られた Stokes 方程式の解の Maximal Regularity を利用して、平板上に存在する非圧縮性粘性流体の自由境界問題に対して、十分小さな初期値を与えた場合に時間大域解を構成する。
- (4) Neumann 境界条件を課した 3次元平行平板間における Stokes 方程式の解を、部分 Fourier 変換を利用して具体的に表示し、2枚の板の間の距離を小さくした時の挙動を調べる。これを基礎として、3次元平行平板間における Navier-Stokes 方程式の解を構成し、板の間の距離を小さくすることにより、2次元 Navier-Stokes 方程式の解の漸近挙動を捉える。

2. 研究の進捗状況

- (1) 平行平板間における Stokes 方程式の定常問題に対する解の構造の研究を行った。可積分性を表す指数 p が ∞ の場合には解の一意性が成り立たないが、それらの解の差はポアズイユ流に限られることが証明された。また、

その双対として、 p が 1 である場合には解の存在が無条件には成り立たないが、解が存在するための十分条件を正確に与えることに成功した。

- (2) 平行平板間における Stokes 方程式のレゾルベント問題を解析した。部分 Fourier 変換を用いて解を具体的に表示し、Fourier Multiplier の定理などを用いてレゾルベント評価を行い、負の微分可能性をもつ Sobolev 空間や Hölder 空間において Stokes 作用素が解析的半群を生成することを証明した。
- (3) 負の微分可能性をもつある種の Sobolev 空間を初期値のクラスとして、平行平板間における Navier-Stokes 方程式の初期境界値問題に対する時間局所解を、解析的半群の評価と逐次近似法から構成した。
- (4) 平行平板間において Stokes 方程式の解の Maximal Regularity 評価を、作用素値の Fourier Multiplier の定理から求めた。それを利用して平板上に存在する非圧縮性粘性流体の自由境界問題に対して、十分小さい初期値を与えた場合に時間大域解の一意存在を証明した。

3. 現在までの達成度

③やや遅れている

(理由)

平行平板間における Stokes 作用素のレゾルベント評価として、当初は L^∞ -空間における評価を最大の目標としていたが、現状では Hölder 空間 C^s における評価にとどまっている。また、半空間の場合と同様に、 L^1 -空間において Stokes 作用素は解析的半群を生成しないことが証明できるものと想定していたが、これについても依然として未解決のまま

である。 L^∞ -空間において Stokes 作用素が解析的半群を生成することが示せれば、有界一様連続な関数を初期値とする Navier-Stokes 方程式の初期境界値問題の時間局所解が構成できることは確認済みであるが、以上のような事情から、現段階では研究の進捗状況はやや遅れていると言わざるを得ない。

4. 今後の研究の推進方策

平行平板間における Stokes 作用素が L^∞ で解析的半群を生成することは、直ちに証明することは困難であると予想されるため、既に得られた Hölder 空間 C^α における理論の完成を目指す。例えば、Hölder 空間を初期値のクラスとした場合の初期境界値問題の時間局所解の構成や、様々な特殊解の Hölder 空間における安定性・不安定性を論じる。また、斉次 Besov 空間 $\dot{B}_{\infty,1}^0$ においても同様の議論を行いたいと考えている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

阿部孝之, 山崎昌男, On a Stationary Problem of the Stokes Equation in an Infinite Layer in Sobolev and Besov Spaces, *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, Volume 12, 61-100, 2010, 査読あり