様式 C-7-2

自己評価報告書

平成２３年５月１３日現在

機関番号：１２６１４
研究種目：若手研究（B）
研究期間：2008～2012
課題番号：２０７４００９０
研究課題名（和文）　空間非一様な非線型反応拡散方程式系がうみだす空間パターンにおける集中現象
研究課題名（英文）Concentration in spatial pattern formation arising in spatially inhomogeneous reaction diffusion systems

研究代表者
中島主恵（NAKASHIMA KIMIE）
東京海洋大学・海洋科学部・准教授
研究者番号：10318800

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・大域解析学
キーワード：微分方程式，非線形反応拡散方程式系，特異摂動問題，遷移層，スパイク，特異極限，界面

１．研究計画の概要
単独の自励系においては凸領域上の安定定常解は定数解に限ることが知られている．しかし反応項が空間に対して非一様な場合には``安定定常解なら自明解である″という事実は成り立たず，定常解は安定であっても実にさまざまな形状をもちうることが知られている．空間一様の状況下では空間的に非一様な安定解は存在しえないが，反応項に少しでも空間的摂動を加えると空間１次元の領域上であっても非常に大きなギャップをもつ安定定常解が多数現れることがある．本研究ではこのような特異現象の例となる方程式系について研究し，その空間非一様性が拡散と微妙なバランスをとってうみだす空間パターンを解析する．

２．研究の進捗状況
(1)空間非一様な双安定型方程式系における定常遷移層の位置と安定性について解析した．１次元に関しては Nakashima(2003,JDE) において遷移層の位置と数によって定常解の安定性（モース指数）が完全に決定される，という結果がえられている．この研究に触発され，Ai-Hastings-X.Chen(2006),Urano-Nakashima-Yamada(2005)は，やや異なるクラスの１次元の双安定型方程式を研究し，この方程式の定常解は遷移層のみでなくスパイクを持ちうることを示すと同時に，遷移層とスパイクの配置から解のモース指数が決定されることを示した．これらの研究からこの方程式系の定常問題は非常に豊かな解構造をもつことが明らかになってきた．空間２次元以上の場合には，遷移層の形状が多様で複雑になるため遷移層の様子を解析することは１次元の場合とは比べられないほど難しい．したがって現在のところ領域を球対称領域や２次元の楕円に限った結果(Dancer-Yan(1994),Kowalczyk(2005)，Nakashima-Du(2007) などの一部の先駆的な仕事を除いてほとんどモース指数に関する結果がえられていないのが現状であった．しかしながら Li-Nakashima(印刷中)では空間多次元の一般の領域を扱い，多数の安定遷移層をもつ安定定常解を形成し，また定常解が遷移層をもちうる場所はある界面方程式の定常解の近傍のみであることを証明した．
(2) 空間非一様な反応拡散方程式であらわされる遺伝子モデルを空間多次元領域において解析した．Nakashima-Ni-Su(2010,DCDS)では多数の遷移層をもつ定常解を構成した．

３．現在までの達成度
②おおむね順調に進展している
２００８年度に産休・育休を９カ月間いただいた．その際に科学研究費の中断を認めていただいたため，研究を次の年に繰り越してすすめることができた．最終年度までには当初の計画よりもさらに研究が進展できるよう努力したい．

４．今後の研究の推進方策
空間非一様な反応拡散方程式であらわされる遺伝子モデルを用いて空間的非一様性が解の形状に及ぼす影響を解析する．ここで方程式のもつ空間的非一様性は実際の減少における空間的な環境の変化をあらわす．Nakashima-Ni-Su(2010,DCDS)では空間多次元領域において多数の遷移層をもつ定常解を構成した．さらに Lou-Ni-Su(2010,DCDS)では方程式がある種の空間非一様性をもつときには定常が２つ以上あらわれることを示した．本研究で

は最近,方程式の空間非一様性が Lou- Ni-Su の論文における条件をみたさないときには,方程式の定常解は唯一に定まるであろうという予想を多方面からの解析によりえることができた.この予想を数学的に厳密に証明する.定常解の一意性が証明できれば, 解の最終的な形状は環境要因のみにより,解の初期状態にはよらないことがいえたことになる.

５．代表的な研究成果
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計３件）
(1)Linlin Su,Kimie Nakashima,Wei-Ming Ni
An Indefinite Nonlinear Diffusion Problem in Population Genetics, I:
Existence and Limiting Profiles,
査読有
Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A 27(2010)617-641
(2)Fang Li, Kimie Nakashima Wei-Ming.Ni
Stability from the point of view of diffusion, relaxation andspatial inhomogeneity
査読有
Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A,20(2008) 259-274
(3)Fang Li, Kimie Nakashima
Transition layers for a spatially inhomogeneous Allen-Cahn equation in multi-dimensional domains,
査読有
Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A (印刷中)
〔学会発表〕（計２件）
(1) Kimie Nakashima,
Location of layers for a spatially inhomogeneous balanced bistable equation
「非線形解析と可積分系の数理」
２０１０年１１月１８日,龍谷大学
(2) Kimie Nakashima,
Transition layers for a spatially inhomogeneous Allen-Cahn equation in multi-dimensional domains,
「Nonlinear Evolutionary PDEs and their Equilibrium States」
２０１０年６月１１日,早稲田大学