

## 自己評価報告書

平成 23 年 4 月 27 日現在

機関番号：13901

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740092

研究課題名（和文）複素力学系の剛性問題への双曲幾何的アプローチ

研究課題名（英文）Hyperbolic geometric approaches to rigidity problems  
in complex dynamics

研究代表者

川平 友規 (TOMOKI KAWAHIRA)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・准教授

研究者番号：50377975

研究分野：1 次元複素力学系

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：複素力学系，双曲的力学系の稠密性

## 1. 研究計画の概要

90年代前半, Lyubich と Minsky は Klein 群に付随する 3次元双曲多様体のアナロジーとして, 複素力学系に付随する 3次元双曲ラミネーションの理論を提唱した. これは Klein 群の「幾何学的実現」とも言える 3次元双曲多様体に対応する, 複素力学系の「幾何学的実現」と考えられる (『Sullivan の辞書』). 彼らは 3次元双曲多様体の剛性定理の証明を応用し, Thurston による剛性定理をより広範に拡張し成功を収めた. また, Lyubich と Kaimanovich は近年 Klein 群にも 3次元双曲ラミネーションを定義し, 理論の守備範囲を広げている. 本研究は以上のようなアナロジカルな視点のもと, 上述の 2つの正則力学系に対し, 「ラミネーション」をキーワードにした剛性(複素・双曲構造の変形阻害性)研究にアタックしていく.

## 2. 研究の進捗状況

(1) 弱双曲的とよばれるクラスの複素力学系の剛性に関する P. Haissinsky (Provence 大学) の研究について上記の Lyubich-Minsky ラミネーションとの統一的な解釈が可能になった.

(2) 「Zalcman の補題」とよばれる正則関数族の正規性の判定条件を応用し, 既知の剛性定理の一般的解釈, 上記ラミネーションの再構成, Mandelbrot 集合と Julia 集合の類似性に関する結果などを得た.

(3) C. Cabrera (Warwick 大学) との共同研究により, 2次多項式に付随するラミネーションの構造決定に関する研究は着実に進展している. 無限回くりこみ可能な 2次多項式

や線形化不可能な中立的周期点をもつ 2次多項式について, ラミネーションの位相的・解析的構造や位相的剛性についての結果を得た.

(4) Y.-C. Chen との共同研究により, Julia 集合の正則運動が退化する様子を微分方程式を用いて記述する研究を行った.

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進んでいる.

<理由> Zalcman の補題をもちいた定式化はラミネーション理論に新しい解釈と方向性をもたらした. やや解析的な手法に重心がずれた感はあるが, 剛性問題という本来の目標についていえば十分な進展が得られたと考えている. また, これまで難しいと考えられていたタイプの力学系についても, ネーション構造の理解が順調に深まりつつある.

## 4. 今後の研究の推進方策

最終年度も「Zalcman の補題」を主体とした研究をすすめる. 複素解析の手法に加え, Kaimanovich-Lybic の意味での双曲的ラミネーション理論をもちいた手法で剛性問題に取り組む.

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

①Y-C Chen, T. Kawahira, H-L Li, and J-M Yuan Family of invariant Cantor sets as orbits of differential equations, II: Julia sets. *Inter. J. Bifur. & Chaos.* **21** (2011) pp. 77-99. 査読あり

② T.Kawahira. Some new applications of Zalcman's lemma to complex dynamics. (In Japanese). *RIMS Kokyuroku*, **1699** (2010), pp. 44 - 61. 査読なし

③ C. Cabrera and T.Kawahira. Topology of the regular part for infinitely renormalizable quadratic polynomials. *Fund. Math.* **208** (2009) pp 35-56. 査読あり

④ T.Kawahira. Tessellation and Lyubich-Minsky laminations associated with quadratic maps II: Topological structures of 3-laminations. *Conformal Geom. Dyn.* **13** (2009) pp 6-75. 査読あり

⑤ T.Kawahira. Tessellation and Lyubich-Minsky laminations associated with quadratic maps I: Pinching semiconjugacies. *Ergodic Theory Dynam. Systems* **29** (2009) no 2. pp 579-612. 査読あり

〔学会発表〕(計4件)

① 川平友規. Some new applications of Zalcman's lemma to complex dynamics. RIMS 研究集会「複素力学系とその関連分野の総合的研究」(2009年12月15日), 京都大学.

② 川平友規. Zalcman の補題: 複素力学系への3つの応用. 第52回函数論シンポジウム(2009年11月21日) 大阪府立大学.

③ 川平友規. Topology of the Lyubich-Minsky lamination: Deformation and rigidity. 「Journées de Dynamique Complexe」(2008年12月10-12日), Université de Paris VI.

④ 川平友規. 複素力学系理論からみたゼータ関数

共同研究企画「L 関数の値分布と関係する数論的な諸関数の研究」(2008年7月3日) 京都大学.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

○出願状況(計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

○取得状況(計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

〔その他〕

ホームページ:

<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~kawahira>

プレプリント:

C. Cabrera and T. Kawahira. On the natural extension of a map with a Siegel or Cremer point, *Preprint*, 2011. (arXiv:1103.2905v1[math.DS])

T. Kawahira. Quatre applications du lemme de Zalcman à la dynamique complexe, *Submitted*, 2010.