

## 自己評価報告書

平成 23 年 4 月 20 日現在

機関番号：32613

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740094

研究課題名（和文） 退化特異性をもつ偏微分方程式の自由境界問題とその応用

研究課題名（英文） Free boundary problems of PDEs with degeneracy-singularity and their applications

研究代表者

竹内 慎吾 (TAKEUCHI SHINGO)

工学院大学・工学部・准教授

研究者番号：00333021

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：非線形現象・解析学・偏微分方程式・自由境界・退化・特異・p-Laplacian

## 1. 研究計画の概要

本研究は、退化特異性をもつ放物型偏微分方程式が生成する力学系の構造を解明することを全体構想として、その定常状態を記述する楕円型偏微分方程式の解集合の構造、特に個々の解の自由境界が形成される仕組みを数学的に解明し、その応用として放物型方程式の解の漸近挙動を調べる方法を開発することを目的とする。

## 2. 研究の進捗状況

p-Laplacian を拡散項とする定常拡散ロジスティック方程式について「解がある領域上で環境収容力と一致するためには、環境収容力が p 調和であることが必要十分である」という予想を立て、これを空間 1 次元のときに肯定的に証明した。p-Laplacian に関して、非定数関数との一致集合が研究された例は、障害物問題ではなく境界値問題では本研究が最初である。しばらくしてこの結果は空間多次元の場合にも肯定的に解決することができた。証明は Diaz-Veron の局所エネルギー法の応用となっている。

1 次元の p-Laplacian を含むある種の双安定常微分方程式の厳密解を、ヤコビの sn 楕円関数を一般化した新しい関数を導入することで、統一的に表現できた。この一般化関数は Elbert (1979), Drabek-Manasevich (1999) による一般化三角関数を補間する関数となっており、その代数的な構造、特にその周期と（重み付き）算術幾何平均との関わりなどについて、現在、整数論の研究者とコンタクトをとり研究中である。

研究期間中に 2 つの特別講演の依頼を受け、

これを行った。ひとつは 2009 年に開催された日本数学会函数方程式論分科会において「p-Laplacian の自由境界問題」という題目で、前述の一致集合に関する講演を行った。もうひとつは 2010 年に開催された第 32 回発展方程式若手セミナーにおいて「双安定反応拡散方程式の力学系」という題目で、拡散ロジスティック方程式が生成する力学系を題材として無限次元力学系に関する入門的講演を行った。そこでは拡散項が半線形としたが、退化特異性をもつ準線形の拡散項をもつ方程式を考えると、対応する力学系の時間無限大の挙動については、大域的アトラクターの存在や次元の結果を除いてほとんどわかっていない。その解明に本研究課題の成果を活かしたいと考えている。

## 3. 現在までの達成度

③やや遅れている。

(理由)

空間 1 次元の解析で予期せぬ、しかし目的達成のためには大いに有益な進展があり、まずその方向を重点的に研究したため。

## 4. 今後の研究の推進方策

楕円関数との関係が明らかとなってきたため、代数、特に整数論の研究者とのコンタクトをとる。

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計3件)

- ① 竹内慎吾, 双安定反応拡散方程式の力学系, 発展方程式若手セミナー報告集, 32, 1-15, 2010, 査読無
- ② 竹内慎吾, Coincidence sets in quasilinear problems of logistic type, 京都大学数理解析研究所講究録, 1640, 85-103, 2009, 査読無
- ③ Shingo Takeuchi, Coincidence set associated with second order ordinary differential equations of logistic type, Differential and Integral Equations, 22, 587-600, 2009, 査読有

〔学会発表〕(計12件)

- ① 竹内慎吾, ヤコビの楕円関数の一般化と  $p$ -Laplacian の分岐問題への応用, 松山解析セミナー2011, 2011/02/04, 愛媛大学
- ② 竹内慎吾, ヤコビの楕円関数の一般化と  $p$ -Laplacian の分岐問題への応用, 第10回盛岡応用数学小研究集会, 2010/11/07, 岩手大学
- ③ 竹内慎吾, Generalized elliptic functions and their application to a  $p$ -Laplacian bifurcation problem, 広島微分方程式研究会, 2010/10/09, 広島大学
- ④ 竹内慎吾, 準線形楕円型方程式の境界値問題に現れる一致集合, 日本数学会秋季総合分科会, 2010/09/24, 名古屋大学
- ⑤ 竹内慎吾, 双安定反応拡散方程式の力学系(特別講演), 第32回発展方程式若手セミナー, 2010/08/29, 伊豆長岡
- ⑥ 竹内慎吾, ヤコビの楕円関数の一般化と双安定準線形方程式への応用, 日本数学会年会, 2010/03/24, 慶應義塾大学
- ⑦ 竹内慎吾, ヤコビの楕円関数の一般化と非線形固有値問題への応用, 第4回非線形偏微分方程式と変分問題, 2010/02/14, 首都大学東京
- ⑧ 竹内慎吾,  $p$ -Laplacian の自由境界問題(特別講演), 日本数学会秋季総合分科会, 2009/09/24, 大阪大学
- ⑨ 竹内慎吾, On the singular perturbation in a quasilinear Dirichlet problem, 第6回浜松偏微分方程式研究集会, 2008/12/23, 静岡大学
- ⑩ 竹内慎吾, Coincidence sets in quasilinear problems of logistic type, 非線形発展方程式と現象の数理, 2008/11/18, 京都大学数理解析研究所
- ⑪ Shingo Takeuchi, Coincidence sets in quasilinear problems of logistic type, Sendai Elliptic-Parabolic PDEs

- Conference, 2008/11/08, 東北大学
- ⑫ 竹内慎吾, 準線形常微分方程式に対する一致集合, 日本数学会秋季総合分科会, 2008/09/24, 東京工業大学