

## 自己評価報告書

平成 22 年 4 月 20 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740214

研究課題名（和文） 量子絡み合いと幾何学的位相による密度行列繰り込み群の新展開

研究課題名（英文） New Development of the Density Matrix Renormalization Group Method based on Quantum Entanglement and Geometrical Phases

研究代表者

丸山 勲 (MARUYAMA ISAO)

大阪大学・基礎工学研究科・特任助教（常勤）

研究者番号：20422339

研究分野：数理物理・物性基礎

科研費の分科・細目：計算物理学

キーワード：計算物理・物性物理・情報基礎・幾何学・密度行列繰り込み群

## 1. 研究計画の概要

近年物性に応用されている「量子絡み合い」と「幾何学的位相」という概念を用いて、数値計算手法の一つである「密度行列繰り込み群法」を発展させるという研究計画を達成するため、これら三つのキーワードを融合した研究を進める。

## 2. 研究の進捗状況

四体リング交換相互作用をもつスピン 1/2 の梯子系に、本研究のキーワードである幾何学的位相を用いた相分類の手法を適用し、かつ系が一次元である事を生かして密度行列繰り込み群法も用いて数値計算した。本研究成果の重要な結論の一つは、幾何学的位相（量子化ベリー位相）を用いることにより、今まで知られていたスピニングレットだけでなく、四体リング交換相互作用を反映したプラケットシングレットを検出することが可能となったことである。これにより、四体リング交換相互作用の持つフラストレーションから来る多彩な相のうちの一つである DVC 相を特徴づけることが可能となった。また境界に依存して存在するエッジ状態の存在と、そこでのベリー位相の関係を明らかにした。量子絡み合いに関するエンタングルメントエントロピーとの関係を明らかにした。

量子絡み合いの観点から二次元系などに発展させた手法である TTN、MERA などを越えた幾つかの新しいネットワークの可能性を模索した。特に、この種の拡張で忘れられているのが境界を表現する行列（境界行列）の重要性である。この重要性を示すため、一次元量子多体系にターゲットを絞って研究し、

幾つかの知見を成果として3つの論文にまとめた。それは、一次元系においては、密度行列繰り込み群だけでなく、厳密解を与えるペーテ仮説法が利用できるためである。それら二つに共通な事柄として、量子状態を行列積状態として表現可能である事が知られている事があげられる。2010年に発表した論文の中で、厳密解を与える行列積状態を具体的に書き下すことに成功した。その中で、境界行列は粒子数保存則を満たすために必要である事が明らかになった。これは二次元古典統計のモデルにおいて、ドメイン・ウォール境界条件に対応することも分かった。一方で、数値計算においては、境界行列は、波動関数の周期性と密接な関係を持っている事も明らかになった。副産物として、格子模型ではなく連続空間における行列積状態の厳密な表現を得た事は大きな意義を持っている。

また、幾何学的位相からのアプローチにおいては、フラットバンド・ハバード模型の強磁性についての研究の中で、チャーン数を計算し、トポロジカルな分類を行った。この分類は系に境界状態があるかないかを判別する事が可能になる。この成果は論文としてまとめられた。

## 3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している

（理由）

密度行列繰り込み群法の新展開として、ペーテ仮説法を用いた厳密解の行列積状態と、その連続空間への適用可能性の発見や、密度行列繰り込み群法で見過ごされていた境界行列の行列積状態での役割など、当初の計画以上に進展している部分もある一方で、旧来の密度行列繰り込み群法自体を用いた幾

何学的位相の計算についてはやや遅れておる。総評としては、おおむね順調に進展している。

#### 4. 今後の研究の推進方策

密度行列繰り込み群、量子絡み合い、幾何学的位相という三つのキーワードによる本研究は、物性理論における「境界」の重要性を見出しつつある。この重要性を表す最適な土台として ALKT 模型が存在し、ここで得られ知見を今後、論文発表していく。また、当初の計画通り、計算可能な小さな系において、新しい計算法を模索した結果についても論文発表していく。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計6件)

H.Ueda, I.Maruyama, K.Okunishi, "Uniform Matrix Product State in the Thermodynamic Limit", J. Phys. Soc. Jpn., 80, 023001-1-4, (2011), 査読有

Hosho Katsura, Isao Maruyama, Akinori Tanaka, Hal Tasaki, "Ferromagnetism in the Hubbard model with Topological/Non-Topological Flat Bands", Euro. Phys. Lett., 91, 57007-1-6, (2010), 査読有,

Isao Maruyama, Hosho Katsura, "Continuous Matrix Product Ansatz for the One-Dimensional Bose Gas with Point Interaction", J. Phys. Soc. Jpn., 79, 073002-1-4 (2010), 査読有  
H.Katsura, I.Maruyama, "Derivation of Matrix Product Ansatz for the Heisenberg Chain from Algebraic Bethe Ansatz", J. Phys. A.:Math. Gen. 43, 175003-1-19 (2010), 査読有,

I.Maruyama, T.Hirano, Y.Hatsugai, "Topological identification of a spin- two-leg ladder with four-spin ring exchange", Phys. Rev. B., 79, 115107-1-5, (2009), 査読有

I.Maruyama, T.Hirano, Y.Hatsugai, "Quantized Berry Phases of a Spin-1/2 Frustrated Two-Leg Ladder with Four-Spin Exchange", J. Phys.: Conf. Ser., 145, 012052-1-4 (2009), 査読有

[学会発表](計11件)

I. Maruyama, "Boundary in the Matrix Product States", Internanal Workshop on Tensor Networks, 2011年2

月20日, Bribie, (Australia)

I. Maruyama, "Boundary Operator in the Matrix Product States", Density Matrix Renormalization Group to Tensor Network Formulations, 2010年10月28日, 京都

M. Orii, H. Ueda, I. Maruyama, "Entanglement Entropy and Energy Accuracy for the Small System Size: MPS, TTN, and MERA", Density Matrix Renormalization Group to Tensor Network Formulations, 2010年10月28日, 京都

丸山 勲, 桂法称, "ベータ仮設解の行列積表示: 格子系とその連続極限", 日本物理学会秋季大会, 2010年9月25日, 大阪府立大学

H. Ueda, I. Maruyama, "Uniform Matrix Product State for Quantum Spin Chain in the Thermodynamic Limit", International Conference on Core Research and Engineering Science of Advanced Materials, 2010年6月2日, 大阪