

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24年 5月 25日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008年度～2011年度

課題番号：20740218

研究課題名（和文）繰りこみ群と双対変換による多重臨界点の正確な位置の予言

研究課題名（英文）Precise determination of the multicritical point
by renormalization group and duality analysis

研究代表者 大関 真之（OHZEKI MASAYUKI）

京都大学・大学院情報学研究科・助教

研究者番号：80447549

研究成果の概要（和文）：

統計力学の一手法である、双対変換と繰りこみ群を合わせた手法を、古典情報、量子情報の両面と関連したスピングラス模型の特殊な相転移点、多重臨界点周辺で展開させる。

物理学の観点から情報理論の根幹を見直す事に通じている。

- ① 多重臨界点の正確な導出法の確立
- ② 量子情報の誤り訂正限界との関係
- ③ 分配関数の対称性を利用した解析

以上の三点を中心に解析的な研究を行ってきたが、最終年度までに予想を大幅に超える成果を得ることが出来た。

研究成果の概要（英文）：

We develop the classical methods in statistical mechanics, duality and renormalization group analysis such that they are applicable to both of the classical and quantum information theory through the special critical point in spin glasses.

The study is closely associated with reconsideration of information theory through physics.

We perform the following analytical studies:

1. Establishment to identify the location of the special critical point
2. Consideration on the relationship with the error threshold in quantum information
3. Analysis by aid of the symmetry of the partition function

We obtain many outstanding results until the final term of the period supported by the foundation.

交付決定額

（金額単位：円）

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2008年度 | 900,000 | 270,000 | 1,170,000 |
| 2009年度 | 600,000 | 180,000 | 780,000 |
| 2010年度 | 600,000 | 180,000 | 780,000 |
| 2011年度 | 600,000 | 180,000 | 780,000 |
| 年度 | | | |
| 総計 | 2,700,000 | 810,000 | 3,510,000 |

研究分野：物性基礎論

科研費の分科・細目：

キーワード：繰りこみ群，スピングラス，双対変換，厳密解，量子情報

1. 研究開始当初の背景

スピングラス模型の特殊な相転移点が量子情報における誤り訂正符号の訂正限界に関連している事が指摘されて以降、数値的な評価を通じた、様々な結果が登場してきた。しかしながら物理的な洞察に基づく解析的な手法の成立には至らず、物性基礎論と量子情報理論の接点という興味深い基礎的な問題を提示されながらも意義のある理解には結びついていなかった。またこの問題は数十年にわたる長い研究の経過を待っても十分な理解が得られない有限次元スピングラスの問題のひとつであった。有限次元スピングラス模型の相図の構造を理解するという事は、最も困難な課題のひとつである。

2. 研究の目的

上記のような背景に基づき、スピングラス模型の解析手法や古典的な理論を現代流に昇華させて適用する事で、量子情報理論の解析手法を確立することを目指した。これにより両分野に跨る極めて稀な理論を構成する事で新規概念の創出を目指す。また提案手法により有限次元スピングラスの相図の構造を解析的に導く事を目的とする。一方で量子情報と古典情報、そして統計力学の全分野を睨む非常に強力な統一理論の構築を目指す。特に情報理論との関連では、数学的に示されていた理論的性能限界の不等式に關係する統計物理からの理解を目指す。

3. 研究の方法

スピングラス模型に備わる対称性であるゲージ対称性、及び相転移点の予言に有効な双対変換、繰り込み群の解析手法を駆使する。また非平衡状態を記述する確率過程に現れる対称性を利用する事でもアプローチを試みた。情報理論からはシャノンの定理、エントロピーの分解等の数学的なアプローチを取り、多方面からの検討を行った。

4. 研究成果

目的の項目にあるように、まずスピングラス模型の特殊な相転移点の解析手法を、繰り込み群及び双対変換の連携により、確立することに成功した。非常に高精度の近似理論であり、系統的にその精度を上げること、及び性

能保障を多方面から検討し、理論の正当性についても検証を行った。

この完成された理論体系に基づいて、具体的な問題例として、スピングラス模型の相図の構図を理解するという問題に着手した。スピングラス相と呼ばれる理論的な扱いが困難な領域について、その存在可能性について解析的に有力な手がかりを得ることに成功した。これは世界でも稀な成果である。そしてもうひとつ具体的な応用例として、量子情報の誤り訂正符号形式、トール符号及びカラー符号の理論的性能限界を解析的に評価する事に成功した。理論の高精度性のおかげで、数値計算で評価する他なかった状況を打破する事に成功した。数値計算ではその精度の信頼性については慎重に議論する必要があり、また実行速度については非常に遅いという問題点がある。しかし本研究で開発した手法ではその2つの問題点を解消しているため、今後のスタンダードな手法としての地位を確立している。

また非平衡ダイナミクスについても検討を行い、スピングラス模型の特徴を調べる事にも着手して、成功を収める事ができた。ゲージ対称性と非平衡過程を模倣する確率過程に内在する対称性を利用することで、スピングラス模型の相転移を数値的に調べる新たな手法を提案する事ができた。通常スピングラス模型を数値的にシミュレートする場合には臨界緩和と呼ばれる長時間に及ぶ計算を要する現象に悩まされるのがつきものである。そのような中、新手法は計算時間の大幅な逓減をもたらす画期的なアイデアを採用している。本格的に本手法を運用する事により、これまでに十分な精度を得ることのできなかった問題に対して、新たな知見を得ることが出来ることが期待される。

他にも非平衡ダイナミクスの対称性を量子回路に取り込むことにより、新しい量子計算アルゴリズムの提案をした。この新規アルゴリズムについては量子回路の実装可能性も克服しており、実験による検証が待たれる状況である。NP完全問題を解く能力を秘めており、実験上の問題点を今後検証する事により計算機科学において大きなブレークスルーをもたらす事が期待される。

総じて、本研究計画の当初予定よりも期待以上の成果をあげたといえる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 18 件)

- ① 大関真之、勝田仁之、西森秀稔
Nonequilibrium work on spin glasses in transverse and random fields
Journal of Physical Society of Japan、80、084002-1~7、(2011)、査読あり
- ② 大関真之、勝田仁之
Jarzynski equality for an energy -controlled system
Journal of Physical Society of Japan、80、045003-1~2、(2011)、査読あり
- ③ 大関真之、Creighton K. Thomas、Helmut G Katzgraber、Hector Bombin、Miguel Angel Martin-Delgado
Universality in phase boundary slopes for spin glasses on self dual lattices
Journal of Statistical Mechanics、P02004-1~15 (2011)、査読あり
- ④ 大関真之、西森秀稔
Quantum annealing: An introduction and new developments
Journal of Computational and Theoretical Nanoscience、8、963~971、(2011)、査読あり
- ⑤ 大関真之
Quantum Annealing with Jarzynski Equality
Physical Review Letters、105、050401-1~4 (2010)、査読あり
- ⑥ 大関真之、西森秀稔
Nonequilibrium Relations for Spin Glasses with Gauge Symmetry
Journal of Physical Society of Japan、79、084003-1~4、(2010)、査読あり

⑦ 大関真之

Accuracy threshold of topological color codes on the hexagonal and square-octagonal lattices
Physical Review E、80、011141-1~6、(2009)、査読あり

⑧ 大関真之、西森秀稔

Analytical evidence for the absence of spin glass transition on self-dual lattices
Journal of Physics A: Mathematical and Theory、42、332001-1~10、(2009)、査読あり

⑨ 大関真之

Locations of multicritical points for spin glasses on regular lattices
Physical Review E、79、021129-1~14、(2009)、査読あり

[学会発表] (計 46 件)

① 大関真之

Population annealing with gauge symmetry and its application
Rejuvenating Concepts in Glass Physics、平成 24 年 3 月 31 日、Institut Henri Poincare

② 大関真之

スピングラスの理論、
日本物理学会第 67 回年次大会、平成 24 年 3 月 25 日、関西学院大学

③ 大関真之

Population annealing with gauge symmetry against critical slowing down、
East Asia Joint Symposia on Statistical Physics、平成 24 年 3 月 19 日、蘇州大学

④ 大関真之

Nonequilibrium relations in spin glass with gauge symmetry、

International Meeting on Frontier in Spin Glass Theory、平成 23 年 11 月 18 日、東京工業大学

⑤ 大関真之

Improved conjecture on the multicritical point of spin glass、

Multicritical Behavior of Spin Glasses and Quantum Error Correcting Codes、平成 20 年 11 月 18 日、東京工業大学

[図書] (計 2 件)

① 大関真之、西森秀稔

量子アニーリング、

日本物理学会誌、66、(2011)、252-4

② 大関真之

スピングラス模型の臨界点と双対変換

～厳密解を求めて～、

物性研究、94 (4)、(2010)、440～527

[その他]

[1] 受賞

① 大関真之

日本物理学会若手奨励賞 (領域 11)、

日本物理学会

② 大関真之

JPSJ Papers of Editor's choice

"Nonequilibrium Relations for Spin Glasses with Gauge Symmetry"、

日本物理学会

③ 大関真之、

平成 21 年度手島精一記念研究賞博文論文賞、
東京工業大学

[2] 新聞報道

大関真之

科学新聞 2010 年 9 月 17 日号.

「スピングラスとジャルジンスキー等式--
京大・東工大グループ厳密な関係式解明」

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大関 真之 (OHZEKI Masayuki)

京都大学・大学院情報学研究科・助教

研究者番号：80447549