

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月14日現在

機関番号：12301

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740230

研究課題名（和文）測定の可逆性に着目した量子情報の研究

研究課題名（英文） Research on quantum information with
physical reversibility of measurement

研究代表者

寺嶋 容明（TERASHIMA HIROAKI）

群馬大学・教育学部・准教授

研究者番号：00466690

研究成果の概要（和文）：

本研究では、可逆な測定によって擾乱された量子状態の新たな復元方法として共役測定を考案した。従来の逆測定では元の状態を完全に復元できるものの、はじめの測定で得ていた情報も同時に消し去ってしまうが、この共役測定では元の状態を近似的に復元しつつ、情報をさらに増加させることができる。さらに、さまざまなクラスの測定に対して、測定によって得られる情報量、測定に伴う状態変化、測定の可逆性を定量化して、それらの間にあるトレードオフ関係を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：

In this study, we proposed a new reversing operation, referred to as conjugate measurement, on the quantum state of a system disturbed by a reversible measurement. It can approximately recover the original state especially with an additional information gain, while the conventional reversing operation known as the reversing measurement perfectly recovers the original state with completely erasing the information obtained by the first measurement. Moreover, we evaluated the amount of information gain, the degree of state change, and the degree of physical reversibility to show tradeoffs among them for various classes of measurements.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合 計
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	500,000	150,000	650,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
年度			
総 計	2,200,000	660,000	2,860,000

研究分野：量子情報

科研費の分科・細目：物理学・原子・分子・量子エレクトロニクス

キーワード：量子情報、量子コンピュータ、量子暗号、量子測定

1. 研究開始当初の背景

(1) 量子測定に伴う状態変化

量子論における測定は、測定された系についての情報をもたらす代わりに、その系の状態を別の状態へと変化させてしまう。これは

量子測定のもつ非常に特徴的な性質であり、単に量子論の基礎を考える上で興味深いというだけでなく、近年では量子暗号や量子通信といった実用分野においても注目されている。例えば、量子暗号においては、通信者

同士の間でやり取りされている系を、盗聴者が盗聴のために測定すれば、上述の性質に従って系の状態が変化してしまうということから盗聴を見つけ出すことができ、通信の安全性が保証される。

(2) 量子測定における可逆性の発見

このような量子測定に伴う状態変化は非可逆なものであると以前は信じられていて、一度測定をしてしまえば、測定後の状態から測定前の状態を知ることができないと思われていた。しかしながら、現在では可逆な測定というものが存在していることがわかっている。特に、「物理的に可逆な測定」といわれる測定では、測定後の状態にさらなる別の測定（逆測定）を行うことで、測定前の状態をある成功確率で復元できることがわかっている（図 1）。ただし、そのような測定の可逆性が、量子暗号や量子通信といった量子情報の分野でどのような意味をもつのかについてはまだ明確ではなかった。

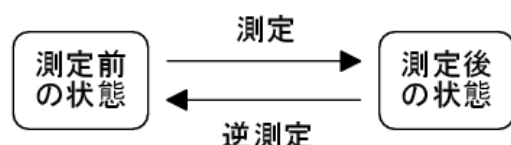


図 1： 逆測定による復元

2. 研究の目的

可逆な測定は、系からの情報取得や被測定状態の復元といった観点から、量子暗号や量子通信などといった量子情報の実用的な分野での応用が期待できると考えられるものの、まだそれほど当該分野で注目されているとは言いがたい。そこで、本研究では可逆な測定について、測定によって得られる情報量とそれに伴う状態変化、および状態復元の成功確率との間の関係を明らかにし、量子情報の各分野に応用していくことを目指す。

3. 研究の方法

可逆な測定に関して、測定によって得られる情報量、測定に伴う状態変化、測定の可逆性をそれぞれ定量化して比較・考察した。定量化の方法としては、情報量には Shannon エントロピーの減少量、状態変化には測定前後の状態間のフィデリティ、可逆性には逆測定の成功確率をそれぞれ用いた。それらを解析的な計算、もしくはコンピュータを使った数値計算で求めていった。

4. 研究成果

(1) 共役測定の考案

可逆な測定では、逆測定の方法によって測定後の状態から測定前の状態を確率的に復

元することができる（図 1）。しかしながら、その方法で状態を復元した場合、始めの測定による状態変化だけではなく、それによって得られていた情報をも同時にキャンセルしてしまうことが知られている。これでは、折角行った測定の意味がなくなってしまう。そこで、本研究では、従来の逆測定の方法に代わる新たな復元方法として、共役測定という方法（図 2）を考案した〔雑誌論文④〕。

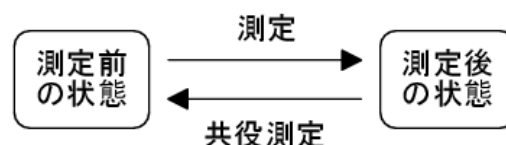


図 2： 共役測定による復元

この方法には、状態の復元は近似的であるものの、系について得られる情報をさらに増加させるというメリットがある。直観的には、状態を完全に復元すれば情報はなくなってしまうことから、状態を近似的にでも復元すれば情報もその分減少してしまうと考えられる。しかし、この共役測定という新しい方法は、その予想に反して、情報を減少させるどころか、むしろ増加させることができるのである。

本研究では、さらにそのような共役測定による復元のメカニズムとそれが有効である条件を明らかにし、具体例としてスピン系のイジング型相互作用を使った測定モデルをコンピュータシミュレーションによって解析した。この結果は、状態を復元させようと情報がなくなってしまうという可逆な測定の原理的な欠点を補い、量子情報における応用へのヒントになると考えられる。

(2) 情報量、状態変化、可逆性の定量的評価

上述の結果により、測定によって得られる情報量、測定に伴う状態変化、測定の可逆性の間に何らかのトレードオフ関係があるということが示唆された。そこで、本研究では次の 3 つのクラスの測定に対して、情報量、状態変化、可逆性をそれぞれ定量化し、そのようなトレードオフ関係を具体的に明らかにするというを行った。

① 光子数測定

まず、4 種類の光子カウンターを考え、そのそれぞれによる光子数の測定について解析して比較した〔雑誌論文③〕。

解析したカウンターは、吸収することにより光子を検出する従来の非可逆な光子カウンター（PC）、誘導放出することにより光子を検出する可逆な量子カウンター（QC）、およびそれらの量子非破壊測定（QND）版である QND 光子カウンター（QPC）と QND 量子カ

ウンター (QQC) である。これらのカウンターによって、光子が 1 個以下である未知の量子状態を測定した場合の情報量、状態変化、可逆性を計算によって求めた (図 3)。その結果、情報量が最も多いのは QPC、状態変化が最も少ないのは QQC、可逆性が最も高いのは QC であることがわかった。ここで調べた範囲では、情報量と状態変化の間には直接的な関係は見られないが、情報量と可逆性の間には、情報量が多くなるほど可逆性が低くなるという傾向が見られた。

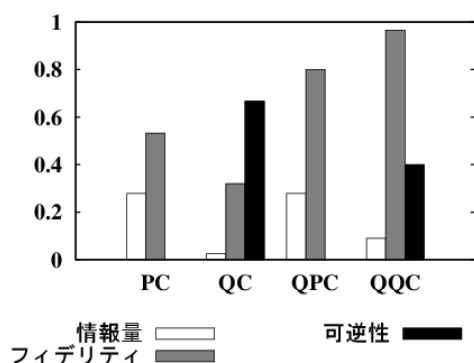


図 3：光子数測定の場合

② 単一キュービット測定

次に、任意の単一キュービット測定における情報量、状態変化、可逆性を定量的に解析した [雑誌論文②]。その結果、測定前のキュービットの状態が完全に未知の量子状態であるような場合において、それぞれの量の具体的な公式を求めることができた (図 4)。

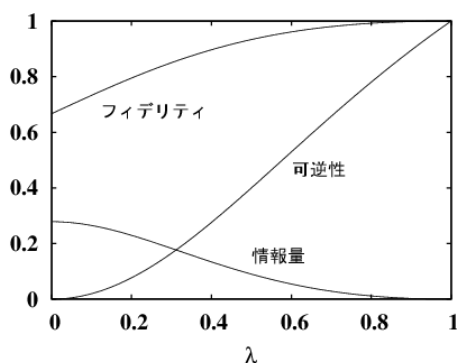


図 4：単一キュービット測定の場合

それらの公式は単一のパラメータ λ (測定過程を記述する測定演算子の 2 つの特異値の比) によって表されているため、直ちに情報量と状態変化の間のトレードオフ関係や情報量と可逆性の間のトレードオフ関係を導くことができる (図 5)。これらのトレードオフ関係に特徴的なことは、他の文脈から既に調べられているような、測定結果で平均したレベルでのトレードオフ関係ではなく、個々

の測定結果のレベルで成立するトレードオフ関係であり、より基礎的な関係であるということである。

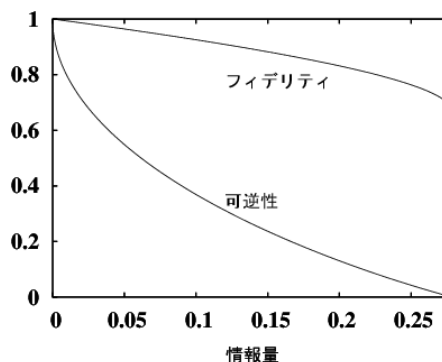


図 5：トレードオフ関係

さらに本研究では、測定の効率として、フィデリティのロスに対する情報量の大きさと、可逆性のロスに対する情報量の大きさという 2 種類の量を定義して考察した (図 6)。その結果、これらの効率は全く反対の振る舞いをすることがわかり、特に、キュービットへの射影測定は前者の効率ではもっとも効率が悪い測定であるのに対して、後者の効率ではもっとも効率が良い測定であるということがわかった。この結果から、例えば量子暗号における盗聴者はどちらの効率を優先するかというような議論ができようになると思われる。

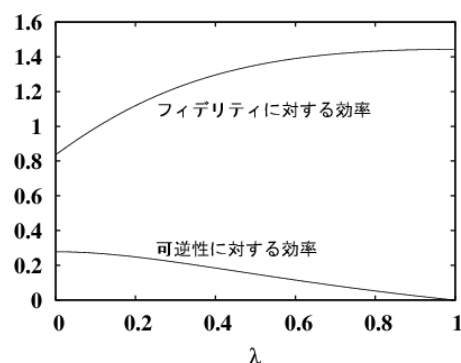


図 6：測定の効率

③ 射影測定

最後に、任意の次元の状態空間に対する任意のランクの射影測定の場合についても同様に情報量と状態変化の解析を行った [雑誌論文①]。その結果、測定前の状態が完全に未知の量子状態であるとしたときの情報量と状態変化を次元とランクの関数として具体的に求め (図 7、8)、それらの間のトレードオフ関係を定量的に明らかにすることができた (図 9)。

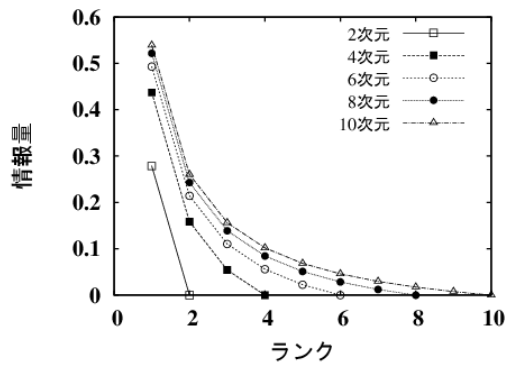


図 7: 射影測定の場合 (情報量)

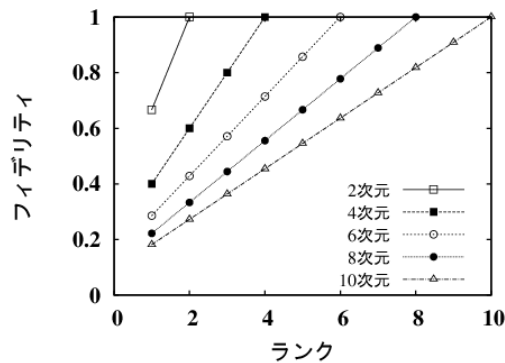


図 8: 射影測定の場合 (状態変化)

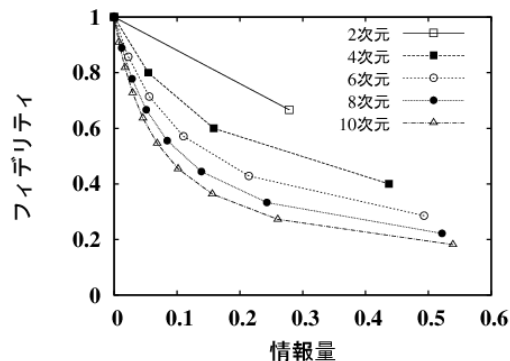


図 9: トレードオフ関係

残念ながら、ここで求めた射影測定は可逆な測定ではないため、以上の議論に可逆性を含めることはできない。しかしながら、今まで具体的に求めることができなかった3次元以上の状態空間に対する測定の場合で、はじめて具体的な公式を得ることができた。そこで、今回の研究(3次元以上での射影測定)と前回の研究(2次元での任意の測定)とで得られたノウハウをうまく組み合わせれば、任意の次元の状態空間に対する任意の測定という一般の量子測定における情報量、状態変化、可逆性の関係が得られるということが期待できる。その際、ここで計算した射影測定はあらゆる測定の中で最も情報量が多く、

最も可逆性が低い特別な測定であることから、得られた結果は一般の量子測定でのトレードオフ関係において、境界線の終端点のような特別な点に対応することが予想される。

以上のように、さまざまなクラスの測定に対して、測定によって得られる情報量、測定に伴う状態変化、測定の可逆性の間にあるトレードオフ関係を明らかにすることができた。しかしながら、本研究ではその一般論、すなわち一般の量子測定におけるトレードオフ関係を求めるまでには至らなかった。今後、そのような一般論の構築によって、情報量、状態変化、可逆性の間の関係の全容が解明されることが望まれる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計4件)

- ① H. Terashima, Information and fidelity in projective measurements, Physical Review A, 査読有, Vol. 85, 2012, 022124-1~022124-5
- ② H. Terashima, Information, fidelity, and reversibility in single-qubit measurements, Physical Review A, 査読有, Vol. 83, 2011, 032114-1~032114-5
- ③ H. Terashima, Information, fidelity, and reversibility in photodetection processes, Physical Review A, 査読有, Vol. 83, 2011, 032111-1~032111-13
- ④ H. Terashima and M. Ueda, Hermitian conjugate measurement, Physical Review A, 査読有, Vol. 81, 2010, 012110-1~012110-9

〔学会発表〕(計3件)

- ① 寺嶋容明: 単一キュービット測定における情報、フィデリティ、および可逆性、日本物理学会 2011 年 秋季大会、2011.9.23、富山大学五福キャンパス
- ② 寺嶋容明: 光子検出過程における情報、フィデリティ、および可逆性、日本物理学会 第66回年次大会、2011.3.25、新潟大学五十嵐キャンパス (東日本大震災により中止だが発表は成立)
- ③ 寺嶋容明, 上田正仁: 測定された状態の近似的な復元とさらなる情報のゲインII、日本物理学会 2009 年 秋季大会、2009.9.27、熊本大学黒髪キャンパス

6. 研究組織

(1) 研究代表者

寺嶋 容明 (TERASHIMA HIROAKI)

群馬大学・教育学部・准教授

研究者番号：00466690

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：