

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月 1日現在

機関番号：15301

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740233

研究課題名（和文） 中性原子気体を舞台とした異方的超流動の定量的研究の展開とマヨ  
ラナ粒子の探索研究課題名（英文） Quantitative study on anisotropic superfluidity and  
Majorana fermions in ultracold Fermi gases

研究代表者

水島 健（MIZUSHIMA TAKESHI）

岡山大学・大学院自然科学研究科・助教

研究者番号：50379707

研究成果の概要（和文）：本研究課題にて、 $p$ 波フェッシュバツハ共鳴を持つフェルミ原子気体のトポロジカル超流動相について微視的理論に基づいて明らかにした。トポロジカル相転移近傍でのマヨラナフェルミオンの性質の変化や量子渦間での量子干渉効果による不安定化等を議論した。このような計算を効果的に実施するために、クリロフ部分空間反復法や離散変数表示を基にした有限要素法等の計算手法を新たに開発し、さらに分散型並列計算を実装した。

研究成果の概要（英文）：We have clarified the microscopic structure of topological superfluid phase in Fermi gases, based on the fully microscopic theory. The property of Majorana zero modes in the vicinity of topological phase transition and the splitting due to their tunneling have been discussed. For fast and efficient calculation, we have improved the numerical scheme using the Krylov subspace iteration method and the finite element method with the discrete variable representation.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：物性理論

科研費の分科・細目：原子・分子・量子エレクトロニクス

キーワード：冷却原子，異方的超流動，マヨラナ粒子，トポロジカル相転移，量子渦，ボース凝縮

## 1. 研究開始当初の背景

本研究課題申請時は冷却原子気体における異方的超流動研究の萌芽期であった。 $p$ 波フェッシュバツハ共鳴により原子間の $p$ 波相互作用を人工的に制御することが可能となっており、極低温での超流動相転移が期待される。また極低温での極性分子においても類似した異方的超流動体を実現可能であることが期待されている。 $p$ 波超流動の場合には $s$ 波超流動でのBCS-BECクロスオーバー

とは異なり、BCS-BECトポロジカル相転移が存在することが理論的に指摘されていた。一方で、弱結合BCS相における $p$ 波超流動体では量子渦芯やエッジに局在した零エネルギー状態が存在し得る。この零エネルギー状態がマヨラナフェルミオンとして振る舞うことが既に指摘されていたが、そのトポロジカル相転移近傍での性質や量子渦間でのマヨラナフェルミオンの量子干渉効果に対する耐性等は明らかではなかった。

また、トポロジカル超伝導・超流動体の具体的物質系として超流動  $^3\text{He-B}$  が知られていたが、A相についてのトポロジカルな議論はほとんどなかった。

## 2. 研究の目的

上記のような背景を基に本研究課題では冷却原子気体におけるマヨラナフェルミオンの探索と異方的超流動研究の展開を目的とした。研究開始当時までに、マヨラナフェルミオンはカイラルp波超流動体のエッジや量子渦等に束縛されて存在していることが既に知られていた。しかしながら、候補となる $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ 等の超伝導体や超流動 $^3\text{He}$ は弱結合極限にあるため零エネルギーのマヨラナフェルミオンのみを効果を引き出すことは困難であることが容易に予想された。そこで本研究では新たなカイラルp波超伝導体の候補として冷却原子気体に注目した。強結合効果が顕著になるにつれてマヨラナフェルミオンのみの効果を引き出すことが容易になる一方で、強結合極限ではトポロジカルに自明な相に相転移するためその安定性は自明でない。強結合効果が顕著な領域におけるマヨラナフェルミオンの安定性を明らかにすることを目的に本研究課題を展開した。

また、冷却原子気体に限らず、その周辺へも理論を展開し、新たなトポロジカル超流動物質の探索とそれに付随したマヨラナフェルミオンに関する物理的理解を目的とした。

## 3. 研究の方法

本研究では量子効果が顕著となる強結合領域におけるマヨラナフェルミオンの安定性を明らかにすることを目的とする。強結合領域を記述可能な Bogoliubov-de Gennes を基盤とした微視的理論を基に、カイラルp波超伝導体の量子渦状態について明らかにした。量子効果を完全に取り込んだ微視的理論を定量的に解析するために大規模な数値計算を実施した。本研究課題を通して数台の高性能計算

機を導入し、さらにそれらをクラスター化し大規模並列計算を可能にした。MPIを基盤にした大規模並列計算用に既存のプログラムを改良し、効果的に計算を行えるように工夫した。最終的には数百GBのメモリーを必要とする計算を有限要素法やクリロフ部分空間反復法等を適用することで10GB程度のメモリーを有する1台の計算機で実施することが可能になった。Bogoliubov-de Gennes 方程式は超伝導体に対するシュレディンガー方程式であり、本研究を通して確立された数値計算手法は非常に汎用性があると期待される。

## 4. 研究成果

研究手法でも触れたように、本研究課題の大きな成果は汎用性を持つ大規模数値計算手法の確立が挙げられる。クリロフ部分空間反復法と有限要素法を適用することで効率的に大規模行列の対角化をワークステーション1台で実施可能にした。さらにこの数値計算手法に分散型並列計算を実装することは容易であり、発展性と汎用性にとんだ手法を開発することに成功した。

このような大規模数値計算手法を基盤にして強結合領域におけるマヨラナフェルミオンの安定性を明らかにすることに成功した。具体的にはトポロジカル相転移近傍におけるマヨラナフェルミオンの安定性と量子渦間の量子干渉効果によるマヨラナフェルミオンの不安定下を示した。弱結合極限ではマヨラナフェルミオンは渦真に強く局在している一方で、トポロジカル相転移近傍では渦新半径を超えて非局在することがわかった。この非局在性は零エネルギー準粒子の波動関数がベッセル関数から変形ベッセル関数へ移り変わることに起因する。さらに、この非局在性は量子渦間の準粒子の量子干渉効果を増幅させ、マヨラナ性を消失させることを明らかにした。これらの研究成果は量子渦状態に対して得られ

たものだが、定性的な議論はエッジ状態に対しても適用可能であり、トポロジカル超伝導体にユニバーサルな現象であると期待される。

量子極限でのマヨラナフェルミオンの研究に加えて、弱結合領域だが現実的なトポロジカル超伝導体である超流動<sup>3</sup>Heに対する研究も展開した。超流動<sup>3</sup>HeのB相がトポロジカル超伝導体であり、マヨラナフェルミオンが存在することは既に知られていた。われわれはA相もマヨラナフェルミオンを伴うこと世界で初めて明らかにした。A相は薄膜等の制限空間中で安定化し得るため、表面束縛されたマヨラナフェルミオンを観測するために最も適した系であることが期待される。また、B相とはことなり、零エネルギーマヨラナ状態がフラットバンドとして現れることを明らかにした。この結果、マヨラナ性がより顕著に現れることがわかった。

加えて、制限空間中の超流動 <sup>3</sup>He-A 相の量子渦状態の安定性をマクロな Ginzburg-Landau 理論と微視的な Bogoliubov-de Gennes 理論を併用し明らかにした。この状況では整数量子渦と半整数量子渦がエネルギー的に競合することがわかり、その熱力学的安定性についてフェルミ液体補正効果やスピン揺らぎフィードバックのような強結合効果を取り込んで議論した。さらに、半整数量子渦は非可換統計性を示すことがわかっていたが、本研究成果により整数量子渦の統計性を明らかにした。整数量子渦の統計性は印加磁場の方向や  $d$  ベクトルの方向等に敏感であることが示された。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 21 件)

- ① 川上拓人, 水島健, 町田一成, Textures of spin-orbit coupled F=2 spinor

Bose-Einstein condensates, Phys. Rev. A **84**, 011607(R) (2011).

- ② 川上拓人, 水島健, 町田一成, Zero Energy Modes and Statistics of Vortices in Spinful Chiral p-Wave Superfluids, J. Phys. Soc. Jpn. **80**, 044603 (2011).
- ③ 水島健, 町田一成, Splitting and oscillation of Majorana zero modes in the p-wave BCS-BEC evolution with plural vortices, Physical Review A **82**, 023624 1-13, 2010
- ④ 水島健, 町田一成, Vortex structures and zero energy states in the BCS-to-BEC evolution of p-wave resonant Fermi gases, Physical Review A **81**, 053605 1-14, 2010
- ⑤ 水島健, 市岡優典, 町田一成, p 波超流動体の量子渦に潜むマヨラナ型準粒子, 日本物理学会誌, **64**, 836-840, 2009
- ⑥ 水島健, 市岡優典, 町田一成, Role of the Majorana Fermion and the Edge Mode in Chiral Superfluidity near a p-Wave Feshbach Resonance, Physical Review Letters **101**, 150409 1-4, 2008
- ⑦ 堤康雅, 川上拓人, 水島健, 市岡優典, 町田一成, Majorana Bound State in Rotating Superfluid <sup>3</sup>He-A of Parallel Plates, Physical Review Letters **101**, 135302 1-4, 2008

[学会発表] (計 43 件)

- ① 水島健, Surface Majorana fermions and field-induced topological phase transition in superfluid <sup>3</sup>He-B, Microkelvin 2012, 2012年3月19-23日, スロバキア
- ② 水島健, Role of the order parameter manifold on surface Majorana fermions and spin susceptibility of superfluid <sup>3</sup>He-B, APS March Meeting 2012, 2012年2月27-3月2日, ボストン
- ③ 水島健, Surface and Vortex Bound States in Topological Superconductors and

- Superfluids, International Workshop for Young Researchers on Topological Quantum Phenomena, 2011年11月1-5日, 滋賀県
- ④ 水島健, Textures of spin-orbit coupled F=2 spinor Bose-Einstein condensates, Bose-Einstein Condensation: Frontiers in Quantum Gases, 2011年9月10-16日, スペイン
- ⑤ 水島健, Majorana Fermions Bound at Vortices and Surface of Superfluid  $^3\text{He}$ , 26th International Conference on Low Temperature Physics, 2011年8月10-17日, 北京
- ⑥ 水島健, 超流動体、並びに超伝導体における量子渦の物理, 第56回物性若手夏の学校(サブゼミ講師), 2011年8月4日, 山梨県
- ⑦ 水島健, BCS-BEC Evolution and Majorana Zero Modes in p-wave Resonant Fermi Gases, Conference on Research Frontiers in Ultra-Cold Atomic and Molecular Gases, 2011年01月10-14日, インド
- ⑧ 水島健, BCS-BEC Evolution and Majorana Zero Modes in p-Wave Resonant Fermi Gases, 22nd International Conference on Atomic Physics (ICAP2010), 2010年07月25-30日, オーストラリア
- ⑨ 水島健, Majorana zero modes in the BCS-BEC evolution of p-wave resonant Fermi gases, The International Workshop on Ultracold Fermi Gas: Superfluidity and Strong-Correlation (USS-2010), 2010年5月13-15日, 東京

⑩ 水島健, What are Majorana fermions?, Novel Spin Pairing 2009 (NSP2009), 2009年9月13-16日, 京都

⑪ 水島健,  $^3\text{He}$  マヨラナモードとフェルミ気体, 日本物理学会2009年秋季大会; 2009年09月25-28日, 熊本

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

○取得状況 (計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

[その他]

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

水島 健 (MIZUSHIMA TAKESHI)  
岡山大学・大学院自然科学研究科・助教  
研究者番号: 50379707

### (2) 研究分担者

### (3) 連携研究者