

平成22年 6月 7日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2009

課題番号：20740250

研究課題名（和文）非粘性MHDダイナモの数理とコア対流の基本構造

研究課題名（英文）Mathematics of inviscid MHD dynamos and fundamental structure of core convection

研究代表者

櫻庭 中 (SAKURABA ATARU)

東京大学・大学院理学系研究科・助教

研究者番号：50345261

研究成果の概要（和文）：モデル流体の粘性を低く抑えた地球ダイナモの数値シミュレーションをおこなったところ、過去の同様の研究例に反して、地磁気とよく似た強い磁場と大規模な対流構造の発現が見いだされた。これは過去のモデルが、地球物理学的に不適切なコア表面温度一定の境界条件をとったためである。地球のコアの粘性は数値モデルよりずっと小さいが、そのような非粘性の極限でも、強い磁場と大規模な流れが存在しうることが示唆される。

研究成果の概要（英文）：Numerical simulations of low-viscosity Earth-type dynamo show that, contrary to previous similar studies, an Earth-like strong magnetic field and a large-scale convection pattern can emerge. This contradiction arises because previous models imposed a geophysically inappropriate uniform-surface-temperature boundary condition. Although the core viscosity is much lower than the numerical models, it is suggested that a strong magnetic field and large-scale convection are still alive even in an inviscid limit.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,700,000	810,000	3,510,000

研究分野：地球電磁気学

科研費の分科・細目：地球惑星科学・固体地球惑星物理学

キーワード：地球電磁気、地磁気、非線形偏微分方程式、電磁流体、回転流体、地球ダイナモ

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 固体地球に生起するダイナミックな現象の多くは、究極的には地球の冷却プロセス、すなわちマントルとコアの熱対流運動に起因する。地球の熱対流の活発さと直接関係する重要なパラメータとして、コアからマント

ルに移動する熱のフラックスがあるが、われわれはその現在の値さえはっきりとはわかっていない。コアはその熱フラックスの大きさに応じて対流を起こし、地磁気を生成する。地磁気はわれわれの取得可能な観測量であり、とくに古地磁気学によって、地磁気強度の変遷を地球史の初期にまでさかのぼって

得ることができる。もし地磁気データからコアの活動度（すなわちコア表面の熱フラックス）を推定することができれば、固体地球システムの理解に対して重要な貢献をすることができる。

(2) コア対流と地磁気との関係は、これまで主として地球ダイナモの直接数値シミュレーションの結果をもとに議論されてきた。1990年代以降活発におこなわれるようになったこうしたシミュレーション研究は、現在の地磁気の特徴や磁極の逆転などを再現しており、コア対流についてのわれわれの理解を大きく前進させた。しかし計算機で実現できるモデル流体の粘性パラメータは、地球のそれに比べて著しく大きく、計算結果がコアのダイナミクスを本当にあらわしているのかどうかは必ずしも自明ではない。そこでできるだけ粘性を下げた、現実の地球のコアの条件に近いシミュレーションをおこなう努力が続けられている。本研究開始直後、低い粘性パラメータのもとでは、経度方向の波数が大きい、微細な対流構造があらわれ、ダイナモの解がこれまでのシミュレーション結果とは質的に異なる、という研究結果が発表された（Kageyamaら, Nature, vol. 454, pp. 1106-1109, 2008）。これが本当だとすると、これまでの高粘性ダイナモの結果をもとにおこなっていた議論を見直す必要がでてくる。

## 2. 研究の目的

(1) 本研究の主題は、より地球のコアに近い、粘性パラメータの低い回転電磁流体の系が許す対流の構造およびそこで発生する磁場の構造を見いだすことである。とくに地球システムの中のコア対流という観点で言えば、対流を駆動する力に相当するコア表面の熱フラックスと地磁気強度との関係がもっとも重要である。地表で観測される磁場は双極子が卓越している。双極子強度は、コアという容器の境界条件のもと、大域的に決定されているという信念にもとづき、コア対流の大規模構造に着目する。

(2) 地球ダイナモ研究の主要部分は、つまり流れと磁場の時間発展を支配する偏微分方程式を解くことにある。これまで、ある初期条件の下、これら微分方程式を数値的に時間積分するというアプローチがとられてきた。しかしこの方法をとる限り、粘性パラメータを地球レベルにまで下げることは、計算機の処理能力の点からして現時点では（そして当分の間）不可能である。

(3) 本研究では、むしろ粘性パラメータを厳

密にゼロとおけば、支配方程式に定常解が存在するのではないか、あるとすればどのような解が可能であるか、という視点に立ち、非線形偏微分方程式の境界値問題を直接解くアプローチを採用する。すなわち、有限の粘性パラメータに起因する微細な境界層の構造や、時間変動する乱流成分を解くことは放棄し、純粋に、コアという境界条件が許す流れと磁場の大規模構造を得るのが本研究の到達点である。

## 3. 研究の方法

(1) 粘性ゼロの系には数理的な困難があることがすでに知られている。まず磁場の存在が不可欠である（エネルギー散逸はジュール発熱によって起こる）。また地球のコアは固体の内核を有するが、内核表面の赤道は特異点であり、内核の赤道に接する円筒（接円筒）面上で解が不連続になる。さらに磁場はテーラーの条件（ローレンツ力の経度方向成分を自転軸と同軸の円筒面上で積分したものがゼロになるという条件）をつねに満たす必要がある。

(2) おそらくこうした困難ゆえ、粘性ゼロのダイナモの解を求めるというアプローチはこれまでまったくおこなわれてこなかった。そこでまず、周期境界条件をもつ矩形の領域を考え、支配方程式の2次元定常解を、テーラーの条件を満たしつつ探索するアルゴリズムを見いだすという、基礎的な研究からはじめる。その成果をもとに、内核の存在しない、回転電磁流体球についても考える。

## 4. 研究成果

(1) 結論からいえば、所期の目的は達成されなかった。しかし有限ではあるが粘性パラメータの低い系において、これまで知られている結果とは異なる、流れと磁場の大規模構造を許す解が存在するという結果を得ることができた。以下その経緯と、研究成果を述べる。

(2) 本研究開始直後に発表された Kageyamaらのモデル（以下 K08 と呼ぶ）は、これまでの地球ダイナモモデルとは明らかに異なる特徴をもっていた。しかしわたくしは、彼らの仮定するコアの表面温度に関する境界条件に疑問をもち、2つのモデル計算をおこない比較した。ひとつは K08 と同じ、コア表面温度を水平方向に一樣とするモデル（温度一樣モデル）で、もうひとつは表面熱フラックスを水平方向に一樣とするモデル（フラックス一樣モデル）である。コア対流の流速は、マントル対流のそれにくらべて 100 万倍も速

い。これはマンツルの熱輸送能力が著しく劣ることを意味する。したがって変動の速いコア表面の温度場をマンツルが一様化することは物理的に不可能であり、温度一様モデルは不適切であると予想できる。

(3) 計算手法は、これまでおこなわれている地球ダイナモシミュレーションのそれを踏襲したが、粘性パラメータとして、エクマン数  $5 \times 10^{-7}$ 、磁気プラントル数 0.2 をもちいた。これらは K08 と同等かそれ以下であり、これまで達成された地球ダイナモモデルの中でもっとも低粘性なもののひとつである。計算には海洋研究開発機構の有する地球シミュレーターをもちいた。

(4) 計算結果によれば、温度一様モデルは地磁気をもつ特徴をよく再現しない。むしろフラックス一様モデルのほうが、大規模な対流構造をつくりだし、生成する磁場も地磁気の特徴に合致する。これは理論的な予想と整合的である。図 1 は赤道面に平行で、コア半径の  $1/10$  だけ北にずれた面上での流速の動径成分および磁場の東西成分を比較したものである。温度一様モデルでは、K08 と同様、東西方向に微細な対流構造が発達し、磁場強度が弱い。いっぽうフラックス一様モデルでは、磁場強度の強い部分（これはコアを東西方向に周回するトロイダル磁場に相当する）が大きくひろがり、そこでは流れの構造も大規模である。ただし磁場の弱い部分では、温度一様モデルと同様微細な対流構造が卓越している。

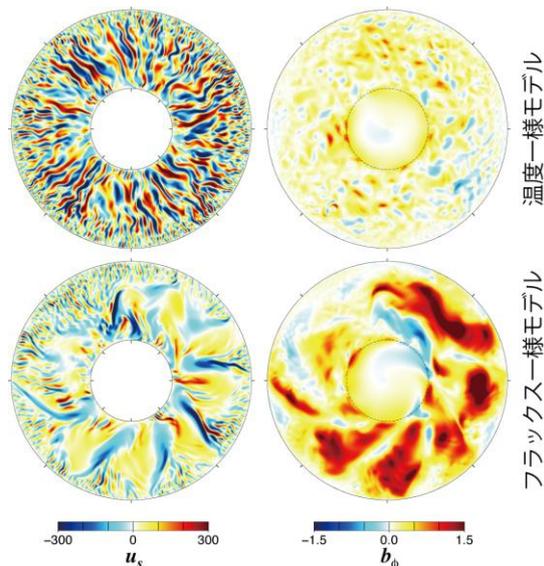


図 1. 温度一様モデル（上）とフラックス一様モデル（下）の比較。左が流速の動径成分（数値は磁気レイノルズ数）、右が磁場の東西成分（数値はエルサッサー数の平方根）。

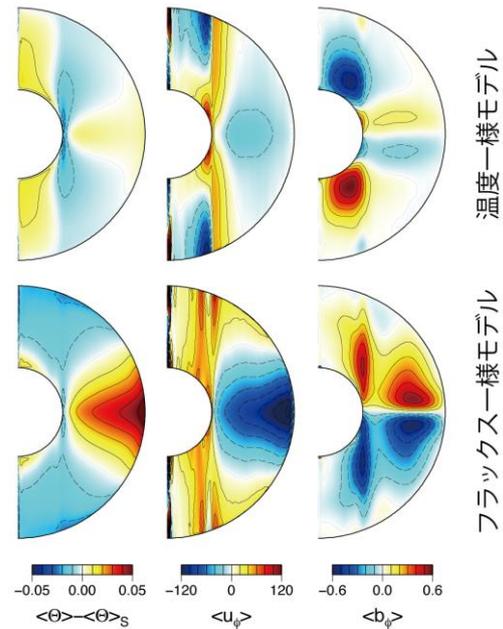


図 2. 温度一様モデル（上）とフラックス一様モデル（下）の比較。左から右に、温度の非球対称成分、流速の東西成分、磁場の東西成分をそれぞれ時間平均・東西平均して、子午面内にプロットしたものを示す。

(5) これら 2 つの解の相違は、内部の温度分布をみることで説明できる。流れが起こると温度擾乱が生ずるが、それを時間平均した分布は、基本的に熱拡散方程式（楕円型の 2 階偏微分方程式）で決定される。仮に流れが同じだとしても、生ずる温度擾乱は境界条件によって大きく異なりうる。ディリクレ型の温度一様モデルでは、境界面で温度擾乱がゼロになるので、生じる温度振幅は小さい。ところがノイマン型のフラックス一様モデルでは、境界面に沿った温度変化が許されるので、温度振幅は総じて大きい。赤道面に沿った上昇流を適当に仮定して解析的に見積もったところ、温度振幅は数倍程度違った。上昇流によって赤道付近が温められると、緯度方向の温度勾配に比例して温度風（いまの場合西向き）が吹く（図 2 の左と中央を参照）。当然温度風もフラックス一様モデルのほうが数倍強い。温度風はシアをもつので、もし双極子磁場があったとすると、オメガ効果によってトロイダル磁場が生ずる（図 2 の右を参照）。このとき赤道面付近に東向きのローレンツ力が作用するが、これとバランスするのはコリオリ力だけであり、それは赤道面に沿った上昇流によってまかなわれる。この流れは、最初に仮定した上昇流と場所が同じで、向きも同じであることが重要である。すなわちフラックス一様モデルでは、最初の上昇流が赤道域を温めて強い温度風を励起し、強いトロイダル磁場をつくり、さらに強い上

昇流を可能にする。これはフィードバック効果として作用しうる。温度一様モデルではこの効果が弱いので、結局、2つのモデルの違いはどんどん大きくなる。

(6) フラックス一様モデルの温度風は西向きであり、それによって磁場のパターンも西向きに移動する。とくに温度風は赤道域で強いので、磁場の西方移動も赤道域に顕著である。これは地磁気西方移動の特徴と同じである。いっぽう温度一様モデルでは温度風が卓越しないので、磁場のパターンはほぼ一定であり、地磁気西方移動を再現しない。

(7) 以上の説明は接円筒の外側の構造に限ったものである。接円筒の内側は別に考慮する必要があるが、接円筒の体積は小さいので、全体のダイナミクスを変えるまでにはいたらない。また過去にも温度境界条件がダイナモに与える影響を調べた研究例があるが、もちいた粘性パラメータが大きかったため、あまり相違があらわれず、重要性が見過ごされていたと考えられる。

(8) 次に本研究のもともとの目的である粘性ゼロのダイナモの解について、研究の経過を述べる。当初、モデルを単純なものにすべく、平行平板間の磁気対流を考え、流速のz成分に比例するような人工的な強制力が対流を駆動するモデルを考えた。この定式化は通常粘性流体の対流に対してはうまくゆく(たとえばストレスフリー境界条件の場合、線形安定論によれば正方形の対流セルができるような臨界波数が得られる)。しかし非粘性の磁気対流の場合、波数無限大でいかなる擾乱に対しても系は不安定になってしまうのである。この単純な事実気づくまでに相当の時間を要し、研究の遅延となってしまった。その後定式化を見直し、熱拡散率有限の熱対流を考えた。この場合、印加磁場のエルサッサー数が $\sqrt{3}$ で臨界レイリー数最小となる。この線形解を初期条件として、ニュートン法をもちいて逐次的に非線形解を求めるアルゴリズムを構築したが、収束解を得るに至らなかった。

(9) 地球の条件に近い、極端に粘性の低いダイナモの研究には2つのアプローチがあり、本研究ではこれまでまったくおこなわれてこなかった、粘性ゼロの極限における解の基本構造を偏微分方程式の境界値問題として直接求めるという手法の創始を意図した。所期の目的は完全には達せられなかったが、ここで得たいくつかの成果をもとに、今後も研究を続けるつもりである。いっぽう、従来のアプローチにたって、これまででもっとも低い粘性パラメータをもちいた地球ダイナモ

シミュレーションをおこなったところ、適切な温度境界条件を選べば、強い双極子磁場と大規模な対流構造が発現することがわかった。この対流構造は、むしろこれまでの高粘性ダイナモの流れと似ている。このことは、強磁場+大規模対流という構造が、粘性をもっと低くしたとしても普遍的にあらわれることを示唆するものである。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

- (1) 櫻庭 中, コア表面の温度境界条件が地球ダイナモにあたえる影響, 月刊地球 (査読無), vol. 32, No. 5, pp. 287-293, 2010.
- (2) Ataru Sakuraba, Paul H. Roberts, Generation of a strong magnetic field using uniform heat flux at the surface of the core, Nature Geoscience (査読有), vol. 2, pp. 802-805, 2009.

[学会発表] (計8件)

- (1) Ataru Sakuraba, Characteristics of low-viscosity models for planetary dynamos, American Geophysical Union Fall Meeting, 2009年12月, San Francisco, USA.
- (2) Ataru Sakuraba, Paul H. Roberts, Geomagnetic field variations of short time-scales inferred from low viscosity numerical geodynamo models, Natural Dynamos 2009, 2009年8月, Stara Lesna, Slovakia.
- (3) Ataru Sakuraba, Paul H. Roberts, Large-scale flow and magnetic field structures in a low-viscosity geodynamo model: Effect of thermal boundary condition, International Association of Geomagnetism and Aeronomy, 11th Scientific Assembly, 2009年8月, Sopron, Hungary.
- (4) Ataru Sakuraba, On the mantle control of core convection and the geomagnetic field, International Workshop on Geodynamical Phenomena, 2009年8月, Suzdal, Russia.
- (5) Ataru Sakuraba, Critical effect of thermal boundary condition at the core-mantle interface on generation of a strong dipole magnetic field, 日本地球惑星科学連合2009年大会, 2009年5月, 千葉.
- (6) 櫻庭 中, 磁気地衡流ダイナモの非線形解, 日本地球惑星科学連合2009年大会, 2009年5月, 千葉.
- (7) Ataru Sakuraba, Paul H. Roberts, Torsional Oscillations in a numerical

geodynamo operating in a regime of low Ekman and magnetic Prandtl numbers, American Geophysical Union Fall Meeting, 2008年12月, San Francisco, USA.

(8) Ataru Sakuraba, Magnetohydrodynamic Earth-type dynamos at low magnetic Prandtl numbers, Study of the Earth's Deep Interior (11th symposium), 2008年7月, Kunming, China.

〔図書〕 (計0件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.s.u-tokyo.ac.jp/press/press-2009-25.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

櫻庭 中 (SAKURABA ATARU)

東京大学・大学院理学系研究科・助教

研究者番号：50345261

(2) 研究分担者 なし

(3) 連携研究者 なし