

機関番号：17102  
 研究種目：若手研究（B）  
 研究期間：2008～2010  
 課題番号：20760058  
 研究課題名（和文）多物体電磁波散乱問題の大規模数値計算に適した高効率並列反復解法の提案  
 研究課題名（英文）A Proposition of Highly Efficient Parallel Iterative Solvers Suitable for Large Scale Computations of Electromagnetic Wave Scattering from Many Objects  
 研究代表者 中嶋 徳正（ナカシマ ノリマサ）  
 九州大学・大学院システム情報科学研究院・助教  
 研究者番号：60380680

研究成果の概要（和文）：30年以上前の繰り返し解法に対して9種の改良法を提案し、多物体電磁波散乱問題の境界要素解析において5倍以上の高速化に成功した。この高速性能は物体数および物体間隔が増えるほど改善することを理論と実験から示した。また、同計算にて現れる複素完全密な連立1次方程式の求解において、07年以降に提案された新解法群が高速化・省メモリ化に優れていることを報告した。さらに、半世紀以上の課題である逐次的過剰緩和法の最適な緩和係数の決定法について一つの知見を示した。

研究成果の概要（英文）：This research proposed 9 modified algorithms for the iterative solver over 30 years ago. Numerical experiments revealed that the speed-up factor of the modified algorithms is more than 5 in conventional boundary element analyses of electromagnetic wave scattering from many objects. Analytical and experimental analyses clarified that the speed-up factor increased with increases in the number of objects and the distance between them. This research also reported superiority of new iterative solvers proposed after 2007 to conventional ones in terms of the net computation time and memory efficiency. Moreover, we provide knowledge for the more than 50 years subject that is the decision of an optimal parameter in the successive overrelaxation method.

## 交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎

キーワード：シミュレーション工学，情報通信工学，ハイパフォーマンスコンピューティング

## 1. 研究開始当初の背景

多数の物体からなる天然および人工媒質の内部および外部における電磁波動場解析はミリ波帯以上の高周波の電磁波および光利用技術において重要な役割を持つ。これまでの理論的および実験的研究では物体に関

する情報（形状，サイズ，媒質定数，位置など）に強い制約が生じる中いくつかの興味深い現象が指摘された。個々の物体情報の変化による現象への影響を詳細に評価する手段として数値解析が注目されている。物体情報をすべての確に考慮できる数値計算法（積分

方程式解法,境界要素法)およびその並列化手法はすでに提案されている。しかし,問題の規模が大きくなるほど数値的に解き難くなり,並列処理を施してもその特徴は改善されない。

そこで,申請者は物体間の波の相互作用に基づいた反復解法を提案した。2次元問題を対象とした数値実験の結果,通常計算では解きにくい,または解けない問題に対して高精度の数値解を得ることができた。また,並列処理も容易であり計算時間だけでなくメモリ量に対しても実際のプロセッサ数を超える台数効果が現れた。しかし,反復解法の収束条件が厳しく,物体情報の組み合わせによっては解けない問題も存在する。

その後の研究でこの反復解法は1970年代に提案されたIPNMと呼ばれる手法と数学的に等価であることが分かった。IPNMは巨大な物体に対する大規模数値計算を当時の計算機のわずかなメモリ空間で実現させるための手法であった。現在では計算機の飛躍的な性能向上のためIPNMを利用する例は国内では全くなく,海外でも数例である。さらに,IPNMの改良法に取り組んだ例も申請者の知る限りない

## 2. 研究の目的

申請者は多物体電磁波動場問題の数百台以上のプロセッサを対象とした大規模並列計算において,IPNMはプロセッサ数以上の台数効果を発揮すると考えている。ただし,既存の手法をそのまま適用しただけでは収束条件が厳しく解けない問題もある。そこで,本研究期間内に下記の項目を明らかにする。

- (1) 積分方程式解法で導出される連立1次方程式の係数行列に対する固有値解析を通してIPNMが適用できる物体情報の組み合わせの範囲を明示する。
- (2) IPNMは数学的特徴から他分野の計算法との共通点を持つ。それを基にIPNMの適用範囲および収束性を改良させる。
- (3) 1. で述べた過去に提案した高速・高効率化手法に対して,台数効果がプロセッサ数の8割以上を目標に高並列処理法を提案する。

## 3. 研究の方法

2. で記した3つの課題を達成に向けて,

以下の計画に従い研究を進める。

- (1) 既存のIPNMの物体情報に対する収束性および適用範囲の明示化(平成20年度)

IPNMでは積分方程式解法において導出される大規模な連立1次方程式の係数行列を2つのブロックに分解する。このとき,IPNMの収束性は2つのブロックの固有値分布に依存することがわかっている。そこで,代表者は物体情報による固有値分布への影響を調査し,IPNMの収束性および適用範囲を明確にする。さらに,積分方程式の記述および離散化手法に対する固有値分布への影響にも言及する。

- (2) 改良型IPNMの提案(平成21年度以降)

IPNMは算法の数学的特徴から他分野の数値計算法との共通点がある。そして,それぞれの分野において計算法の改良が行われている。申請者は各計算法での改良法を基にIPNMの収束性の向上および物体情報に対する適用範囲の拡張を目指す。

- (3) 大規模並列処理の実現(平成21年度以降)

代表者は過去に提案した高速・高効率化手法に対してデータ構造および計算過程を細部にわたり検討し,プロセッサ数の8割以上の台数効果を目標に並列処理法を改良する。その後,改良型IPNMと併用させ,数百台以上のプロセッサにおいて計算時間およびメモリ量減少の台数効果が常にプロセッサ数以上となる並列処理を実現させる。

## 4. 研究成果

- (1) 平成20(2008)年度

IPNMを球および雨滴形状を有す導体による3次元電磁波散乱問題の境界要素解析に適用し,収束性および解の精度を評価した。代表者が過去に報告した2次元問題においては物体が密に分布する例においてIPNMは収束せず発散した。これに対して,本問題では導体同士が接近した場合においても収束した。また,導体のサイズが大きいほど収束性が向上することを示した。これらの結果を偏波および3次元散乱特性に基づいて解説した。

上記は今後現実的な多物体電磁波散乱問題の大規模数値計算の高速化にはIPNMが有用であることを示した大変有意義な結果である。ただし,問題を構成する物理パラメータすべてに対して数値実験を行ってないため,追加の実験が必要である。また,問題の

規模を拡大させたい。

連立1次方程式の係数行列の特異値分布に基づいたIPNMの理論的な収束条件と収束性との関連性を調査した。これはIPNMの利用において事前に収束可能性を判断する手法の確立を目指した独自性の高い意義のある実験である。結果としては両者の間に直接的な関連性を見出すことができず、散乱問題を構成する物理パラメータを考慮する必要がある。

連立1次方程式の求解においては07年にIDR(s)法が提案され、現在世界的に注目されている。代表者は昨年度に引き続き九州大学情報基盤研究開発センター藤野教授のグループと共同で10万円を越える複素完全密行列に対する性能評価を実施した。IDR(s)法は従来の反復法に比べ限られた計算機資源において扱う問題の規模を拡大させることができることを世界に先駆けて示した。

## (2) 平成21(2009)年度

IPNMが数学的には古典的反復法の一つであるJacobi法と類似する。古典的反復法としてはGauss-Seidel法、relaxed Jacobi法、SOR法およびSSOR法が知られている。さらに、08年から09年にかけてSonneveldらはIDR定理に基づいた古典的反復法に対する改良反復法を提案した。代表者はこれらの反復法を取り入れた新規のIPNMを9種類提案し、性能を評価した。ただし、SORおよびSSOR法については最適な緩和係数の算定が非実用的であるため性能評価より除外した。経験的な算定式の提案が課題である。

性能評価の結果、IDR定理に基づいた反復法を取り入れたIPNMは古典的反復法を取り入れたIPNMに比べ収束性に優れているが正味の計算時間は長くなる。また、Gauss-Seidel型のIPNMはJacobi型に比べ収束性に優れていることが分かった。代表者は各種IPNMの算法および多重散乱現象の時間的推移を詳細に検討し、上記の結果を解説した。IDR定理に基づいた反復法を取り入れたIPNMの計算時間の短縮が課題である。

大規模な連立1次方程式の反復求解については07年に提案されたIDR(s)法の改良が盛んに行なわれている。その中から代表者はvan Gijzenらが提案したMR-IDR(s)法が10万円を超える複素完全密行列に対する性能評価において従来のIDR(s)法よりも高い収束性を示すことを見出した。

以上のほかに従来のIPNMに対する簡単な並列処理法を提案し、多重散乱の影響が弱い領域ではPE数以上の台数効果を得ることを

確認した。ただし、評価事例が少ないため来年度以降も継続して取り組む。

## (3) 平成22(2010)年度

平成21年度に代表者が提案した9種の新規IPNMの正味の計算時間を削減させる手法を提案した。具体的には算法中に現れる連立1次方程式の反復求解において効率のよい初期値および収束条件を示した。この結果、古典的反復法に基づいたIPNMではrelaxed Jacobi型が、IDR定理に基づくIPNMではIDR-based Gauss-Seidel型が、それぞれ通常計算に対して計算精度およびメモリ量に影響することなく5倍以上の高速化を達成させた。また、高速化の倍率は物体数および物体間距離の増加にしたがって増加することを示した。これにより、提案から30年以上を過ぎたIPNMは代表者の研究成果により境界要素解析における高速解法として日の目を見るようになり、今後電磁界のみならず同解析を用いた様々な科学技術分野への利用が期待される。

平成21年度の研究において、SOR法およびSSOR法については古典的およびIDRベースのいずれの反復法においても最適な緩和係数の算定が非実用的であることが問題であった。これに対して代表者は古典的SOR法において最適な緩和係数を動的に決定する方法を見出し、さらに数式を変形することで新規の反復法「逐次的最小残差(SMR)法」を提案した。この成果はSOR法の提案以降半世紀以上も手がつけられなかった問題の解消につながることを期待される。このため、当初の研究実施計画を急遽変更し、科学技術の様々な分野の実数行列問題を集めたデータベースに登録されたすべての問題に対して数値実験を行った。その結果、SMR法は従来の古典的反復法では解けない多くの問題に対して一定の精度の解を得ることに成功した。このSMR法の導出までのプロセスは新規の反復法およびIPNMの開発に活かすことが可能であり、本研究課題の更なる発展が期待される。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 17 件)

- [1] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, 尾上勇介, 多数の誘電体円柱の電磁波散乱問題の高速計算について(3) - IDR(s)法とGMRES法との収束性およびメモリ量の比較 -, 先進的計算基盤システムシンポジウム(SACSYS2008)論文集,

- 査読有, Vol. 1, 2008, pp. 123--130.
- [2] 尾上勇介, 中嶋徳正, 藤野清次, 適応的に  $s$  を変化させる IDR(s)法の収束性について先進的計算基盤システムシンポジウム (SACSYS2008) 論文集, 査読有, Vol. 1, 2008, pp. 131--138.
- [3] 尾上勇介, 藤野清次, 中嶋徳正, IDR(s)法の簡便な前処理と重厚な前処理の違いについて, Transactions of JSCES, 査読有, Vol. 2008, 2008, pp. 1--14.
- [4] N. Nakashima and M. Tateiba, A Wideband Fast Multipole Algorithm for Two-dimensional Volume Integral Equations, Internatioal Journal for Numerical Methods in Engineering, 査読有, Vol. 77, 2009, pp. 195--213.
- [5] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, 尾上勇介, 2次元電磁多重散乱の境界要素解析における IDR(s)法の適用, 電子情報通信学会論文誌, 査読有, Vol. J92-C, 2009, pp. 111--118.
- [6] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, 尾上勇介, 多物体電磁波散乱問題の境界要素解析における改良型 IDR(s)法の性能評価 (第2報), 計算工学講演会論文集, 査読有, Vol. 14, 2009, pp. 237--240.
- [7] 中嶋徳正, 立居場光生, 導体による電磁波散乱問題の境界要素解析における Iterative Progressive Numerical Method の適用, 計算工学講演会論文集, 査読有, Vol. 14, 2009, pp. 511--514.
- [8] N. Nakashima and M. Tateiba, An Iterative Progressive Numerical Method for Computations of Electromagnetic Multiple Scattering from Perfectly Electric Conducting Objects, Proc. the 2009 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting, 査読有, 2009, CD-ROM.
- [9] N. Nakashima, S. Fujino, M. Tateiba, and Y. Onoue, A State-of-the-Art Linear Solver IDR(s) Method for Large Scale Electromagnetic Multiple Scattering Simulations, Proc. the 2009 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting, 査読有, 2009, CD-ROM.
- [10] Y. Onoue, S. Fujino, and N. Nakashima, Improved IDR(s) Method for Gaining Very Accurate Solutions, World Academy of Science, Engineering and Technology, 査読有, Vol. 55, 2009, pp. 520--525.
- [11] N. Nakashima, S. Fujino, and M. Tateiba, State-of-the-art Linear Iterative Solvers Based on IDR Theorem for Large Scale Electromagnetic Multiple Scattering Simulations, Proc. The 26th International Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics, 査読有, 2010, pp. 124--129.
- [12] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, Iterative Progressive Numerical Method の改良と電磁波多重散乱の境界要素解析における性能評価, 第15回計算工学講演会講演論文集, 査読有, Vol. 15, 2010, pp. 713--716.
- [13] N. Nakashima and M. Tateiba, Modified Iterative Progressive Numerical Methods Based on Classical Iterative Solvers, Proc. 2010 Asia-Pacific Radio Science Conference (CD-ROM), 査読有, 2010, BEFKc-3.
- [14] N. Nakashima, S. Fujino, and M. Tateiba, Modified Iterative Progressive Numerical Methods Founded on IDR-based Iterative Solvers Proc. 2010 Asia-Pacific Radio Science Conference (CD-ROM), 査読有, 2010, pp. BEFKc-4.
- [15] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, IDR-based Iterative Progressive Numerical Method の性能評価, 電気学会研究会資料・電磁界理論研究会, 査読無, 2010, pp. 65--70.
- [16] 中嶋徳正, 藤野清次, 逐次的最小残差法の提案, 日本応用数学会環瀬戸内応用数理研究部会第14回シンポジウム講演予稿集, 査読無, 2011, pp. 71--76.
- [17] N. Nakashima, S. Fujino, and M. Tateiba, State-of-the-art Linear Iterative Solvers Based on IDR Theorem for Large Scale Electromagnetic Multiple Scattering Simulations, The Applied Computational Electromagnetics Society Journal, 査読有, Vol. 26, 2011, 電子版

[学会発表] (計 21 件)

- [1] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, 尾上勇介, 多数の誘電体円柱の電磁波散乱問題の高速計算について(3) - IDR(s)法と GMRES 法との収束性およびメモリ量の比較 -, 先進的計算基盤システムシンポジウム (SACSYS2008), 2008年6月12日, つくば国際会議場.
- [2] N. Nakashima, S. Fujino, M. Tateiba, and Y. Onoue An Application of IDR(s) Method to Boundary Element Analyses of

- Two-dimensional Electromagnetic Multiple Scattering, International Kyoto-Forum on Krylov Subspace method, 2008年9月12日, 京都大学.
- [3] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, 尾上勇介, 電磁波散乱問題の境界要素解析における IDR(s)法の適用, 電子情報通信学会ソサイエティ大会 2008年9月18日, 明治大学.
- [4] 中嶋徳正, 立居場光生, Iterative Progressive Numerical Method の収束性と行列ノルムの関係, 第37回電磁界理論シンポジウム 2008年11月21日, 高山市民文化会館.
- [5] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, 尾上勇介, 多物体電磁波散乱問題の境界要素解析における改良型 IDR(s)法の性能評価, 情報処理学会ハイパフォーマンスコンピューティング研究会, 2008年12月16日, 九州大学.
- [6] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, 尾上勇介, 多物体電磁波散乱問題の境界要素解析における改良型 IDR(s)法の性能評価 (第2報), 第14回計算工学講演会 2009年5月13日, 東京大学.
- [7] 中嶋徳正, 立居場光生, 導体による電磁波散乱問題の境界要素解析における Iterative Progressive Numerical Method の適用, 第14回計算工学講演会 2009年5月14日, 東京大学.
- [8] N. Nakashima and M. Tateiba, An Iterative Progressive Numerical Method for Computations of Electromagnetic Multiple Scattering from Perfectly Electric Conducting Objects, the 2009 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting, 2009年6月3日, Embassy Suites Convention Center, Charleston, SC, USA.
- [9] N. Nakashima, S. Fujino, M. Tateiba, and Y. Onoue A State-of-the-Art Linear Solver IDR(s) Method for Large Scale Electromagnetic Multiple Scattering Simulations, the 2009 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting, 2009年6月3日, Embassy Suites Convention Center, Charleston, SC, USA.
- [10] 中嶋徳正, Iterative Progressive Numerical Method の大規模電磁多重散乱解析に向けた取り組み, 科研費分科会 in 九州, 2009年7月9日, 福岡建設会館.
- [11] N. Nakashima and M. Tateiba, Parallelization of an Iterative Progressive Numerical Method in Computing Electromagnetic Wave Scattering by Conducting Objects, 第62回電気関係学会九州支部連合大会, 2009年9月29日, 九州工業大学.
- [12] 中嶋徳正, 立居場光生, Iterative Progressive Numerical Method の改良 - 反復法の視点から -, 第38回電磁界理論シンポジウム, 2009年11月28日, 沖縄県男女共同参画センター.
- [13] 中嶋徳正, 2次元体積積分方程式解法における正方形要素積分の厳密な定式化, 電子情報通信学会総合大会, 2010年3月17日, 東北大学.
- [14] N. Nakashima, S. Fujino and M. Tateiba, Variants of Iterative Progressive Numerical Method founded on Classical and IDR-based Linear Iterative Solvers, 2nd International Kyoto-Forum on Krylov Subspace method, 2010年3月25日, 京都大学.
- [15] N. Nakashima, S. Fujino and M. Tateiba, State-of-the-art Linear Iterative Solvers Based on IDR Theorem for Large Scale Electromagnetic Multiple Scattering Simulations, The 26th International Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics, 2010年4月27日, Tampere Hall, Tampere, Finland.
- [16] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, Iterative Progressive Numerical Method の改良と電磁波多重散乱の境界要素解析における性能評価, 第15回計算工学講演会, 2010年5月26日, 九州大学.
- [17] N. Nakashima and M. Tateiba Modified, Iterative Progressive Numerical Methods Based on Classical Iterative Solvers, 2010 Asia-Pacific Radio Science Conference, 2010年9月25日, 富山国際会議場.
- [18] N. Nakashima, S. Fujino, and M. Tateiba, Modified Iterative Progressive Numerical Methods Founded on IDR-based Iterative Solvers, 2010 Asia-Pacific Radio Science Conference, 2010年9月25日, 富山国際会議場.
- [19] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, IDR-based Iterative Progressive Numerical Method の性能評価, 第39回電磁界理論シンポジウム, 2010年11月11日, リステル猪苗代.
- [20] 中嶋徳正, 藤野清次, 立居場光生, 多物体電磁波散乱問題の境界要素解析における IDR-based Iterative Progressive Numerical Method の適用,

日本応用数学会環瀬戸内応用数理  
研究部会第14回シンポジウム, 2011  
年1月22日, 岡山理科大学.

- [21] 中嶋徳正, 藤野清次 逐次的最小残差  
法の提案, 日本応用数学会環瀬戸  
内応用数理研究部会第14回シンポジ  
ウム, 2011年1月22日, 岡山理科大  
学.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

中嶋 徳正 (NAKASHIMA NORIMASA)  
九州大学・大学院システム情報科学研究  
院・助教  
研究者番号: 60380680