

平成22年 6月 11日現在

研究種目：若手研究（B）
 研究期間：2008 ～ 2009
 課題番号：20760272
 研究課題名（和文）状態リセット入力を用いた拘束付き離散時間系の制御とサーボ系への応用に関する研究
 研究課題名（英文）Constrained control of discrete-time system by state reset input and application for servo control
 研究代表者
 佐藤 淳（SATOH ATSUSHI）
 岩手大学・工学部・准教授
 研究者番号：60324969

研究成果の概要（和文）：本研究ではフィードバック制御系におけるコントローラの内部状態リセットを制御の新たな自由度と考え、拘束システムに対するリセット制御入力の生成法を提案し、サーボ系への応用に向けた研究を実施した。研究期間中には、まず RHC アプローチによるリセット入力列の生成手法および、LQ 最適応答モデルに基づく応答整形に関する研究を行った。つぎに時不変フィードバック型のアプローチとして、従来の Clegg Integrator 等を特殊な場合として含む、一般化されたリセット行列を伴う線形リセットシステムの設計手法について研究を行った。従来の設計は予め固定されたリセット条件に基づくものであったのに対し、本研究では制御性能を考慮したリセット条件を LMI アプローチにより求めることが可能である点に新規性がある、そのため本結果によれば状態フィードバック型リセットサーボ系を系統的に設計可能である。

研究成果の概要（英文）：In this work, the design of the reset feedback control for a constrained system is considered under the additional degree of freedom in control brought by the reset feedback. Its application for the servo control is also discussed. Firstly, the RHC based design of the reset input sequence and the response shaping in RHC via LQ optimal response model is considered. After that, the synthesis of the linear reset system with a generalized reset matrix, in which the reset matrix for the Clegg integrator is included, is considered. Whereas the reset matrix is fixed a priori in the existing results, the proposed LMI based synthesis enables us to determine the suitable reset condition for given control performance. Therefore we can design the state-feedback reset servo system in systematically way by using the results of this work.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	2,200,000	660,000	2,860,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：制御理論

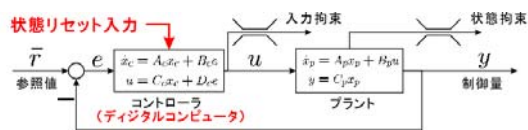
1. 研究開始当初の背景

現実のシステムは一般に入力や状態の取得範囲に制約（たとえばモータ入力電圧や機構の限界等）を有する拘束システムであり、拘束を予め考慮した制御は飽和等に起因する実装時の性能劣化や不安定化などを避けるために重要である。しかし現状では拘束を考慮した厳密な最適制御は計算量の点であり実用的でないなど、理論および実装の両面から拘束システム制御の発展が強く求められている。

上記の要請に対し、線形時不変な制御系へ付加的な補償を加えることで拘束を満足するアプローチは少ない計算量で実現可能な実用的手法として注目されており、近年リファレンスガバナなどの手法が発展している。そこで本研究も同様な発想に基づき状態リセット入力を用いた新たな拘束システムの制御法の開発およびサーボ系への実装と有効性の実証を行うことを目的とする。ただし状態リセット入力とは、コントローラ内部状態を適当な値に意図的にリセットする操作を指し、先行研究において線形時不変システムの性能限界を超えた制御性能を達成するための一手法として提案されている。本研究では拘束を満たすための補償にこの状態リセット入力を利用する点が独創的である。

2. 研究の目的

図1に示すような拘束付き離散時間サーボシステムの制御について考える。また閉ループ系を安定化する線形時不変なコントローラ（ただし拘束を満たす保証はない）は予め与えられているとする。



デジタルコンピュータに実装されたコントローラにおいて、内部状態はプログラム上の一変数に相当し容易に任意の値に書き換えられる。このような状態の書き換え操作のことを本研究では「状態リセット入力」と呼ぶ。

線形制御の枠組みに基づき系統的かつ少ない計算量で実行できる手法として近年リファレンスガバナやスイッチング制御、補償入力を用いる手法などが発展している。中でも閉ループ系の最大出力許容集合の性質を利用したリファレンスガバナ（平田ら、ISCIE, 2001 など）は優れた補償性能を達成する手

法として注目されている。リファレンスガバナは与えられた参照入力と線形サーボ系に対し、後から拘束を満足するために必要な付加的補償（参照入力整形）を設計するものである。

一方、コントローラの状態リセットを積極的に制御性能の向上に役立てようとする試みは、古くは Clegg integrator に始まり様々な実験的/理論的研究が行われてきた。Bekerら（2001, ITAC）は状態リセットを利用することで、線形制御の限界を超えた制御性能が実現可能であることを理論的に示した。

そのため拘束システムの制御においても、線形時不変な制御系では満たすことの困難な拘束を付加的な補償により満たそうとする立場にたてば、拘束を満たすために状態リセット入力を積極的に利用することは有効な手法の一つと考えられる。なお応募者の知限り類似の発想に基づく研究結果はない。

そこで本研究では新たな拘束システムの制御手法として、入力/状態拘束を満たすための補償に状態リセット入力を用いる手法を提案する。

実施期間中には主に以下に関する研究を行った。

- 1) RHC アプローチによるリセット入力列の生成手法および、LQ 最適応答モデルに基づく応答整形
- 2) 時不変リセットフィードバックによる、一般化リセット行列を伴った線形リセットシステムの設計手法

3. 研究の方法

3.1 RHCアプローチによるリセット入力列の生成手法および、LQ 最適応答モデルに基づく応答整形

以下では主に LQ 最適応答モデルに基づく応答整形の手法を説明する。

次の離散時間線形時不変系について考える。

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (1)$$

ここで $x_k \in \mathbb{R}^n$, $u_k \in \mathbb{R}^m$ であり、 (A, B) 可到達、 A は正則、 B は列フルランクであると仮定する。また入力拘束集合 $U \subset \mathbb{R}^m$ は凸かつコンパクト、状態拘束集合 $X \subset \mathbb{R}^n$ は凸な閉集合で原点をその内点に含むと仮定し、(1) 式の系に対し次の拘束が存在するものとする。

$$u_k \in U, x_k \in X, \forall t \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \quad (2)$$

RHC における評価関数として、次の有限ホライズン評価関数を考える。

$$J_N(x_k, \mathbf{u}_k) := \sum_{t=0}^{N-1} \left(x_{k+t|k}^T Q x_{k+t|k} + u_{k+t}^T R u_{k+t} \right) + x_{k+N|k}^T P x_{k+N|k} \quad (3)$$

問題 1 (有限ホライズン最適制御問題)

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k^O &:= \arg \min J_N(x_k, \mathbf{u}_k) \\ \text{s.t. } & u_{k+t} \in \mathbf{U}, \\ & x_{k+t|k} \in \mathbf{X}, \\ & x_{k+N|k} \in \mathbf{X}_f, \\ & \text{for } t = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned}$$

本研究における議論は、与えられた制御対象 (1) 式、拘束 (2) 式および安定性を保証するための適当な終端状態拘束集合 $\mathbf{X}_f \subset \mathbf{X}$ に対し、任意の時刻 k において問題 1 (評価関数 (3) 式) を解くことで N ステップ先までの最適入力列 \mathbf{u}_k を求め、その最初の入力を実際の制御入力に採用する手続きを各離散時刻 (サンプル時刻) において繰り返すことで RHC 入力列を生成するような RHC スキームに基づく。

本研究では望ましい応答を達成する RHC 入力を得るために問題 1 に含まれる状態重み Q を試行錯誤的に決定するのではなく、先に適当な線形応答モデルを構成し、その情報を問題 1 と等価な有限ホライズン最適制御問題の評価関数に直接組み込むことを考える。この応答モデルは時間領域での指標 (例えば減衰比や固有振動数) に基づき適当な LQ 最適フィードバック系として表現される。また与えられた拘束を満たす許容入力列の候補は応答モデルの LQ 最適ゲインを含む形で構成され、与えられた拘束を満たす限りにおいてシステムの応答を応答モデルに近づけるような RHC 入力の決定に利用される。

仮定 1 $R = I_m$. K は何らかの $Q \geq 0$ についての安定化 LQ 最適ゲイン. P は K に対応する離散時間リカッチ方程式 $Q_P = 0$ の最小正定解.

本研究では仮定 1 の下で、各サンプル時刻における有限ホライズン入力列を生成するために問題 1 の評価関数を次式に置き換えたものを利用するアプローチを提案する。

$$\begin{aligned} J_N(x_k, \mathbf{u}_k) &= x_k^T Q x_k + 2\mathbf{u}_k^T S x_k + \mathbf{u}_k^T R \mathbf{u}_k, \\ \mathcal{R} &:= (I_{Nn} + \hat{K}\hat{\Gamma})^T \hat{R} (I_{Nn} + \hat{K}\hat{\Gamma}) > 0, \\ \mathcal{S} &:= \hat{R}\hat{K}\hat{\Lambda}, \\ \mathcal{Q} &:= \hat{\Lambda}^T \hat{K}^T \hat{R} \hat{K} \hat{\Lambda} + P \end{aligned}$$

しかし拘束付き 2 次最適化問題を実時間で厳密に解くことは必ずしも容易でない。そこで SVD-RHC では問題 1 の準最適な許容入力列の構成に、制御対象、重み (Q, R, P) および予測ホライズンの情報を持つ、ある行列の特異ベクトルを利用する手法を提案してい

る。一方提案のアプローチでは予め Q を指定しないが、LQ 最適ゲイン K に基づき等しい情報を持つ行列 R が構成される。そのため本研究では同様に R の特異ベクトルを許容入力列の構成に利用する。

3.2 時不変リセットフィードバックによる、一般化リセット行列を伴った線形リセットシステムの設計手法

連続時間線形リセットシステムは連続時間線形ダイナミクスおよび、離散時間ダイナミクス (リセット動作) からなるハイブリッドシステムの 1 種であり、以下のように記述される。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, & \text{if } x \in \mathcal{F}, \\ x^+ &= A_r x, & \text{if } x \in \mathcal{J}, \\ y &= Cx, \end{aligned}$$

ここで状態空間の閉じた部分集合 $\mathcal{F}, \mathcal{J} \subset \mathbf{R}^n$ はそれぞれ“flow set”および“jump set”, と呼ばれる。ただし $\mathcal{F} \cup \mathcal{J} = \mathbf{R}^n$ かつ $\partial \mathcal{F} = \partial \mathcal{J}$ である。またリセット行列は以下のブロック下三角構造を持つ。

In what follows, restrict our attention to the quadratic

$$A_r = \begin{bmatrix} I_{n_f} & 0 \\ * & * \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

flow/jump sets which are defined by 以下では $M = M^T \in \mathbf{R}^n$ により定義される 2 次の flow/jump set に議論を限定する。

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_M &:= \{x \in \mathbf{R}^n | x^T M x \geq 0\}, \\ \mathcal{J}_M &:= \{x \in \mathbf{R}^n | x^T M x \leq 0\}. \end{aligned}$$

近年 Nesic et al. によりリセットシステムの指数安定性および L_2 安定性に対する新たなリアプノフ形のアプローチが提案されている。これは $\lambda_i > 0, i = 1, \dots, 7, \eta \in (0, 1)$ が存在して全ての d について以下の条件を満たすような局所的にリプシッツな $V(\cdot) : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ が存在することである。

$$\begin{aligned} \lambda_1 |x|^2 &\leq V(x) \leq \lambda_2 |x|^2, \\ \frac{\partial V(x)}{\partial x} (Ax + Bd) &\leq \lambda_3 V(x) + \lambda_4 |x| |d|, \text{ for all } x, \\ \frac{\partial V(x)}{\partial x} (Ax + Bd) &\leq -\lambda_5 V(x) - \lambda_6 |y|^2 + \lambda_7 |d|^2, \\ &\text{for all } x \in \mathcal{F}, \\ V(A_r x) &\leq \eta V(x), \text{ for all } x \in \mathcal{J} \end{aligned}$$

そこで本研究ではこの条件を満たす共通 2 次リアプノフ関数の存在条件を LMI アプローチにより導き、さらにプラントがいくつかのリセット可能な状態を持ち、かつ状態フィードバック制御が構成可能であるという前提の下で、閉ループ系を指数安定化、あるいは L_2 安定化する状態フィードバックゲインの存在条件を導き、系統的な設計手法を提案する。

なおリセットフィードバックは通常の連続

時間状態フィードバック入力

$$u = Kx$$

およびリセットフィードバック(A_r, M)からなる。ただし設計条件を導出する際の困難を避けるために、本研究では A_r をあらかじめ固定することを考える。

Feedback synthesis of reset system: Consider the system (6), (1b). For given $(A, B_u, B_d, A_r, C, \gamma)$ where $\gamma > 0$, find (K, M) such that there exists some $\rho^* > 0$ and the x dynamics of the temporal regularized closed-loop reset system of (6), (1b), (7), (4) is exponentially stable and \mathcal{L}_2 gain from d to y is less than γ for any $\rho \in (0, \rho^*]$.

4. 研究成果

4.1 RHC アプローチによるリセット入力列の生成手法および、LQ 最適応答モデルに基づく応答整形

3.1 で述べた方法に基づき、LQ 最適応答モデルの応答を考慮した許容入力列の候補を構成する手法を提案した。手法の詳細は学会発表①、③で示したので省略する。

提案のアプローチに基づく設計結果を示す。予測ホライズンを $N = 5$ 、制御対象(1)式について入力拘束集合 $\mathbf{U} := [-0.5, 0.5]$ とする。

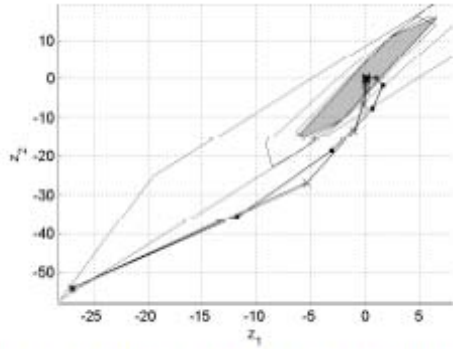


Fig. 1: Admissible set \mathbf{X}_N for Prob. 3 and O_∞ .

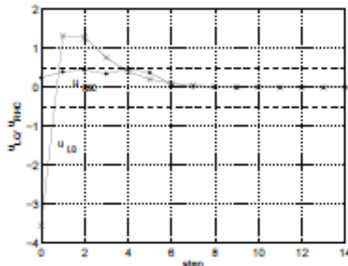


Fig. 2: RHC input (u_{RHC}), LQ optimal feedback input (u_{LQ}) and input constraint (broken lines).

状態平面(z_1, z_2)を Fig. 1 に示す。初期状態 $z_0 = [-27, 54]^T$ を与えた場合の RHC による状態応答を黒点のプロットで示す。状態は $k = 5$ のとき初めて最大出力許容集合内へ遷移した。同様の初期値に対する LQ 最適応答モデルの応答を×印のプロットで示す。以下同様の記号を用いる。

また RHC によって生成された入力 u_{RHC} および

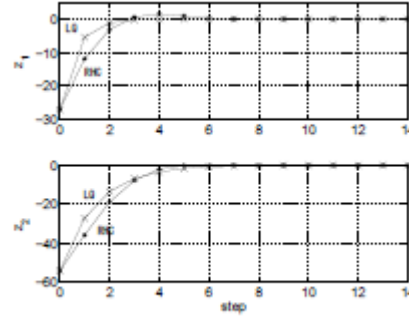


Fig. 3: Mode responses (z_1 and z_2).

LQ 最適応答モデルの入力 u_{LQ} を Fig. 2 に示す。 u_{RHC} は入力拘束(破線)を満たしている一方、Fig. 3 に示すモード応答は応答モデルに近い結果となり、提案のアプローチの有効性を支持している。

この例では z_1 (Fig. 3) のモードは応答モデルでは単調減衰するのに対し、RHC の応答は振動的となっている。これは一般に、応答モデルでは単調減衰するモードであっても RHC でそのような応答になる保証はないことを示す。しかし付加的な状態拘束を追加すれば、単調減衰を保証することも可能である。

4.2 時不変リセットフィードバックによる、一般化リセット行列を伴った線形リセットシステムの設計手法

本研究で新たに導かれた、共通2次リアプノフ関数の存在条件は次のようである。

Lemma 1: Consider the reset system (1), (4). There exists a quadratic Lyapunov function $V(x) := x^T P x$ if there exist $P = P^T > 0, \gamma > 0$ such that

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + \tau_F M & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I_p & 0 \\ C & 0 & -\gamma I_q \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

$$A_r^T P A_r - P - \tau_R M < 0, \quad (13)$$

for some $\tau_F, \tau_R \geq 0$.

またこの LMI アプローチによるリセットシステムの安定条件から、閉ループ系がこの条件を満たすとき、リセットを限りなく繰り返すような病的な解を持たないことが次の補題により明らかになった。

Lemma 3: Consider the reset system (1), (4) with

$$A_r = \begin{bmatrix} I_{n_p} & 0 \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{n \times n}, C_p \in \mathbf{R}^{n_r \times n_p}. \quad (15)$$

If (13) hold for some $P > 0, \tau_R > 0$, then $x^+ \in \text{int } \mathcal{F}_M \cup \{0\}$. 以上の結果に基づき、設計のための LMI 条件は以下のように求められた。

$$\hat{F} := XA^T + AX + G^T B_u^T + B_u G + \hat{\tau}_F \hat{M} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} -X - \hat{M} & XA_r^T \\ A_r X & -X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \hat{F} & B_d & XC^T \\ B_d^T & -\gamma I_p & 0 \\ CX & 0 & -\gamma I_q \end{bmatrix} < 0.$$

Theorem 3: Consider the system (6) and A_r in (15). If there exist $X > 0, G, \bar{M} = \bar{M}^T, \gamma > 0$ such that (23), (22) hold for some $\hat{\tau}_F \geq 0$, then there exist some $\rho^* > 0$ and $K, M = M^T$, and the origin of x dynamics of the closed-loop system (6), (1b), (7), (4) is exponentially stable and \mathcal{L}_2 gain from d to y is less than γ for any $\rho \in (0, \rho^*]$.

上の Theorem 3 に基づき、つぎのようなフィードバックシステムにおけるゲイン K および積分器のリセット条件を設計した結果を示す。

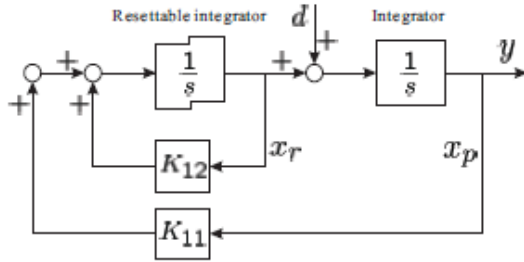


Fig. 3. Closed-loop reset system

初期値 $x(0) = [2, -1]^T$ に対する応答を Fig. 4, 5 に示す. 破線は基本線形システム (線形リセットシステムからリセット動作だけを除いたシステム) の応答を示し, \times 印のプロットはリセットシステムの応答を示す。

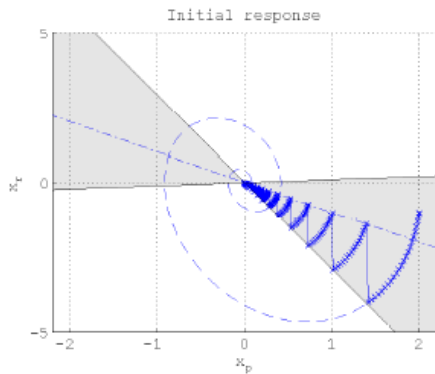


Fig. 4. Initial response of reset feedback system (state plane trajectory)

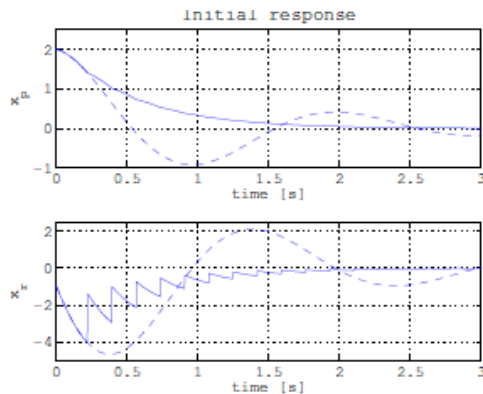


Fig. 5. Initial response of reset feedback system (time response)

これらの結果では、リセット動作が速応性の向上において重要な働きをしていることがわかる。また d から y までの \mathcal{L}_2 ゲインは 0.8

未満となるよう設計されたが、区分的 2 次リアブノフ関数を用いた解析によれば、 \mathcal{L}_2 ゲインは 0.3375 であった。

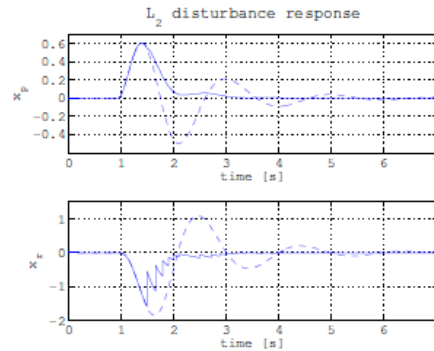


Fig. 6. \mathcal{L}_2 disturbance response of reset feedback system (disturbance is inputted at $t = 1$)

Fig. 5 は $t=1$ において \mathcal{L}_2 外乱を加えた応答を示す. 基本線形システムの応答と比較すると、リセット動作により \mathcal{L}_2 性能が向上していることがわかる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

① A. Satoh, K. Sugimoto : Loose Eigenstructure Assignment via Rank-one LMI Approach with Application to Transient Response Shaping in H_∞ Control, International Journal of Control, Vol. 82, Issue 3, pp. 497-507, 2008, 査読有

[学会発表] (計 5 件)

① 成田 達博, 佐藤 淳 : 領域固有構造配置に基づくシステムの不変集合整形, 計測自動制御学会 東北支部 45 周年記念学術講演会 岩手大学工学部 (岩手県), 2009. 9. 7-8

② 山崎 厚武, 佐藤 淳 : 状態フィードバック型リセット積分器を含むリセットシステムの \mathcal{L}_2 ゲイン解析, 計測自動制御学会 東北支部 45 周年記念学術講演会, 岩手大学工学部 (岩手県), 2009. 9. 7-8

③ A. Satoh : Time-domain Response Shaping in Constrained RHC with Response Model: Direct Response Design via ILQ Approach, ICROS-SICE International Joint Conference, Fukuoka International Congress Center, Japan, August 20, 2009

④ 佐藤 淳, 杉本 謙二: 拘束付き Receding Horizon 制御における応答整形 -LQ 最適ゲインのパラメトリゼーションに基づくアプローチ, 計測自動制御学会 第 37 回制御理論シンポジウム, 霧島いわさきホテル (鹿児島県), 2008. 9. 17-19

⑤ 熊谷 崇, 佐藤 淳 : 速応性を考慮した SVD-RHC の重み決定について, 計測自動制御

学会 東北支部 第242回研究集会,
<http://www.topic.ad.jp/sice/papers/242/242-5.pdf>, 資料番号 242-5, 岩手大学工学部
(岩手県), 2008.5.13

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐藤 淳 (SATOH ATSUSHI)

岩手大学・工学部・准教授

研究者番号 : 60324969