

令和 5 年 6 月 13 日現在

機関番号：12613

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2020～2022

課題番号：20K01587

研究課題名(和文) 統計的学習に基づく資産価格・投資理論の研究

研究課題名(英文) Asset Prices and Investment Theories Based on Statistical Learning

研究代表者

中村 信弘 (NAKAMURA, Nobuhiro)

一橋大学・大学院経営管理研究科・特任教授

研究者番号：90323899

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：低ベータ・アノマリーの要因を個別企業の信用リスクとするアプローチに従い、コーポレートCDS(Credit Default Swap)から信用情報を抽出する研究を行った。ハザード・レートの幾つかのモデルを仮定し、日本企業のCDSの分析を行い、適合度の高いモデルを見出した。観測量として解析解がないボラティリティ指数やオプションを用いる場合に、付随する常微分方程式の数値解法をBayes推定と組み合わせた統計的推定方法が機能することを示すことができた。統計的学習理論を用いた金融時系列の動的構造推定では、共和分構造をもつユーロ圏のソブリン債の推定を行い、Bellman方程式を解き、最適投資を求めた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

金融時系列の動的構造として動的ベータ、信用リスク、確率分散、自己・相互励起ジャンプ、共和分構造をもつ確率金利などを研究し、統計的学習の一例としてHamiltonian Monte Carlo法を用いたBayes推定と金融時系列を特徴付ける常微分方程式の数値解法を組み合わせることで統計的推論が可能であることを明らかにした点で学術的意義があると考えられる。金融資産のリスク管理や最適投資問題に対しても応用の可能性を示すことができた点で社会的意義があるものといえよう。

研究成果の概要(英文)：Based on a paper pointing out that the cause of the low beta anomaly is the credit risk of individual firms, we conducted a study to extract credit information from corporate CDS (Credit Default Swap). Assuming several models of hazard rates, we analyzed CDS of Japanese individual firms and found a model with a high degree of fit. We were able to show that the statistical estimation method, that is, Bayes estimation combined with the numerical solver of ordinary differential equations works when volatility indices and options, for which no analytical solution is available, are used as observables. In the estimation of the dynamic structure of financial time series using statistical learning theory, we estimated Eurozone sovereign bonds with a cointegration structure and solved the Bellman equation to obtain the optimal investment.

研究分野：計量的ファイナンス

キーワード：低ベータ・アノマリー 信用デフォルト・スワップ ハミルトンニアン・モンテ・カルロ 分散リスク プレミアム 歪度リスクプレミアム 確率的分散 自己励起的ジャンプ ベイズ推定

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

(1) 資産価格理論の研究で、低ベータ・アノマリー(文献)と言われる現象の理論的説明が試みられてきた。これは、市場指数に対するベータが低い個別資産ほど、期待リターンが高くなるという現象である。この現象に関して様々な視点から研究がなされたが、本研究では、ベータ変動に関するリスクプレミアム説(文献)やリスク資産の歪度、共歪度リスクとその背景となっている個別企業の信用リスク説(文献)を参考に研究を進めることにした。

前者に関しては、リスクプレミアムを計量的に捉えるために動的に変動するベータモデルの構築が必要とされた。ベータのボラティリティと期待リターンやアルファの間の正の関係性を実証することができれば、リスクプレミアムが関係していることの裏付けとなると考えられた。CAPM ベータだけでなく幾つかの代表的なファクターモデルのベータでも同様の現象が観察されるのか、そして、同様の動的ベータモデルによる分析が可能かどうかも研究課題であった。

後者のアプローチでは、文献 で個別企業の信用リスクを計測する変数としてクレジット・デフォルト・スワップ(CDS)スプレッドを用いていることから、個別企業のCDSスプレッドの期間構造データから信用リスクの状態を記述する潜在過程であるハザード・レートのより良いモデル構築と統計的学習法に基づくモデル適合度の高い推定方法の研究を行う必要があると考えられた。

(2) 統計的学習法に基づく金融時系列の動的構造推定に関しては、債券やCDS、オプションなどの価格付け可能な金融商品の価格は前進・後退型確率微分方程式に従う定式化が知られており、深層学習に基づくニューラルネットワークを用いた価格付けの研究が機械学習の分野で研究されて始めていた。これらの研究の現状と今後の動向を調査し、統計的推論に適用可能かどうか検討することとした。

2. 研究の目的

(1) 低リスクアノマリーの生じる原因は歪度、共歪度リスクを介した個別企業の信用リスクにあるとの指摘から、CDSスプレッドの期間構造の時系列変動を記述できるより現実的なハザードレートモデルの開発を研究の目的の一つとする。COVID-19 やロシアのウクライナ侵攻などの突発的なイベントリスクの発生による資産価格のジャンプを包含できるようなモデルを探求する。自己励起的なジャンプをもつハザードレートがその候補であり、統計的推定方法の確立を目指す。実証研究では個別企業の発行するコーポレートCDSと国が発行するソブリンCDSのデータをそれぞれ用いたモデルの検証を行う。特に、コーポレートCDSの場合に、複数のファクターを導入したハザードレートモデルが適合度が高いとする研究があり、マルチファクターの可能性を探求することでより適切な信用リスク計測が可能と考えられる。ハザードレートに正のジャンプが起きたとき、ある一定の確率でデフォルトが発生すると仮定する文献 の枠組みとその拡張の可能性を検討し、信用リスクの相互励起性が資産価格に及ぼす影響を分析するより一般的な枠組みの研究を行う。

(2) 確率分散や自己・相互励起型ジャンプなどの複雑なファクターを導入することにより金融商品の解析解が得られないこともある。その場合でも金融商品の価格は無裁定条件から導かれる偏微分方程式や常微分方程式に従うため、それらを数値的に解く方法をベイズ推定と組み合わせることで、市場データの統計的学習による状態推定が可能と考えられる。その統計的方法論の確立を本研究の目的とする。

3. 研究の方法

(1) 低リスクアノマリーに関係する企業の信用リスクをCDSで計測するために、信用リスクの誘導型アプローチに属するハザードレートモデルに基づきCDSスプレッドの理論値を導出する。従来の研究では、平方根型の確率微分方程式(SDE)を用いることが多いが、本研究では、より多くの確率的ファクターを導入し市場データにより適合する新しいモデルを探求する。例えば、確率分散や確率的長期平均をもつモデルや自己励起的ジャンプをもつものなどである。信用リスク伝播現象に関しては、相互励起的ジャンプを考察する。分析対象はコーポレートCDSであるが、相互励起現象が観察しやすい債務危機が実際に起きたユーロ圏のソブリンCDSも分析対象に含める。

(2) 金融商品の理論価格が解析的に求められず、常微分方程式や偏微分方程式に従う場合の統計的学習に基づく資産価格過程の推定では、潜在過程を含むモデルを扱うため、これらのODE、PDEの数値解法を組み合わせたベイズ統計に基づく推定方法(MCMC、HMC等々)を開発する。資産価格過程にジャンプがあるモデルを取り扱う場合には、ジャンプサイズの分布で積分する必要があり、上記の方程式は積分ODE、積分PDEとなる。特に、後者の数値解法は通常の有限差分法だけの解法に比べて難易度が高く、ベイズ推定と組み合わせると実行可能な計算アルゴリズムを開発しなければならない。

(3) 統計的学習に基づく投資理論の研究では、資産価格の共和分性に焦点を当てて、連続時間版の誤差修正モデルを構築し、共和分投資(2銘柄の場合は、ペア・トレードとして良く知られた投資戦略)の研究を行う。主な分析対象の資産クラスは株式と債券である。株式の共和分性の

統計分析の研究は先行研究も多いが、それを利用した最適投資の研究は少ない。研究代表者の過年度の研究では、複数の共和分銘柄に対する期待効用最大化問題を設定し、Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB)方程式を解いて最適投資比率を導出する研究を行った。本研究では、債券に対して同様の共和分性の統計分析と最適投資問題の求解を行う。株式に関しては新たに資産価格過程に確率分散や自己・相互励起ジャンプを導入した誤差修正モデルを構築し、資産価格のオプション市場から得られるボラティリティ指数を観測量に加えた統計的推論の研究を行う。

4. 研究成果

(1) 低ベータ・アノマリーは個別企業の信用リスクに関係すると指摘する文献があり、個別企業が発行する CDS スプレッドのデータから信用リスクを抽出する研究を行った。信用リスクの誘導型アプローチで、確率的に変動するハザードレートモデルの枠組みの中で、幾つかの新しい拡張を検討した。具体的には、自己励起的なジャンプ (Hawkes 過程) をもつハザードレートによる CDS の価格付けとそれに基づくハザードレート過程の推定を行った。個別企業の CDS では、シングルファクターモデルでは適合度が不十分であり、改良策として自己励起ジャンプに加えて確率分散、確率的長期平均などもつ 2 ファクターハザードレートを研究し、自己励起ジャンプと確率的長期平均をもつモデルが日本企業でよく適合していることを実証した。例えば、図 1 は SBG にこのモデル (Softbank Hawkes model) を適用した結果であり、市場 CDS スプレッドと理論値が各年限で良く一致している様子を、図 2 は、その背後で変動しているハザードレート、長期平均、自己励起ジャンプ強度をそれぞれ表している。

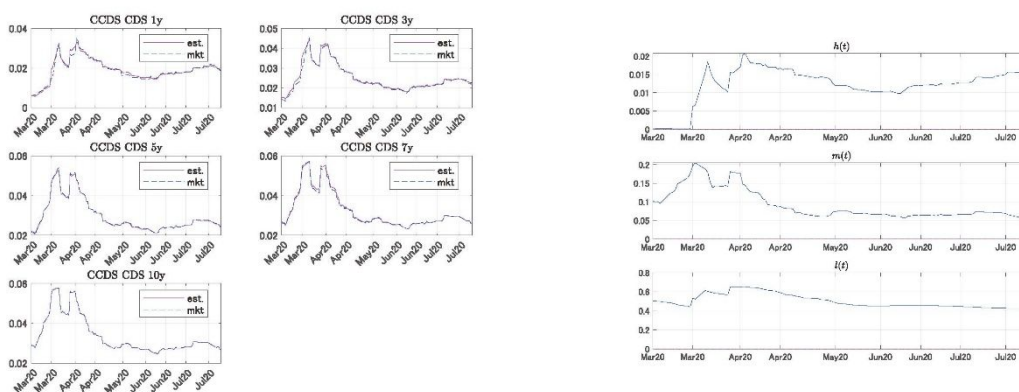


図 1 SBG の CDS(各年限)

図 2 推定された状態変数

一方、ユーロ圏の各国が発行するソブリン CDS (例えば、イタリア、スペインの CDS) でハザードレートモデルを適用すると、自己励起ジャンプをもつシングルファクターモデルで十分であることが確認できた。

低ベータ・アノマリーに関して動的ベータのリスクプレミアムから説明しようとする先行研究 (文献) があり、本研究では、ファクターベータに AR(1)過程を仮定した動的ベータモデルをベイズ推定し、幾つかのファクターベータのボラティリティと個別株の期待リターンやアルファとの間に正の関係性があることを日本株 (TOPIX500 の銘柄に対して) 見出した。

(2) 個別の CDS どうして様々な満期で共和分性があるものが存在することに注目して、それらを説明できるハザードレートの誤差修正モデルを研究した。この定式化では、共和分性のある 2 つ CDS の理論スプレッドは常微分方程式 (ODE) の数値計算 (Runge-Kutta 法) が必要であり、その統計的推論では、日本企業の複数の満期のスプレッドデータを観測量として、ODE の数値計算を組み合わせたベイズ推定を行った。

(3) 共和分性の統計的学習から投資理論への応用研究に関して、ユーロ圏のソブリン債で実際に発生している共和分性に着目し、誤差修正型確率金利モデルを構築し、実証研究を行った。更にそれらの共和分性をもつ債券に対する最適投資問題を研究した。具体例として、イタリアとスペインの金利、ドイツ、ベルギー、フランスの金利はそれぞれ 2 銘柄、3 銘柄で共和分性をもつ。そしてそれらの共和分性は短期で強く、満期が長くなるに連れて弱まるという現象が観察される。本研究で考案された誤差修正型確率金利モデルは、これらの現象をうまく説明できることを実証した。ここでは、各国の共和分金利の長期平均も確率的変動を許容する 2 ファクターモデルで分析を行った。特に、3 銘柄の共和分債券ではランク 1 の他にランク 2 となる場合もあることに注意を払い、共和分債券の理論価格の導出を行い、実証研究ではランク 1 の場合で 3 か国の金利期間構造に同時フィットできることを示した (図 3 (a), (b), (c))。潜在過程である推定された誤差修正モデルに従う各国の確率金利は図 3(d) で示されている。

更に、共和分債券の最適投資問題に関しては、期待効用最大化問題を HJB 方程式に基づくアプローチで解き、上記の 3 か国の動的最適投資比率を計算しバックテストを行ったところ、良好な

結果が得られた。市場環境が悪かった時期でも、大きな損失を回避する投資戦略が実現可能であることを確認できた。共和分債券に対する新しい運用モデルとして今後活用が期待される。

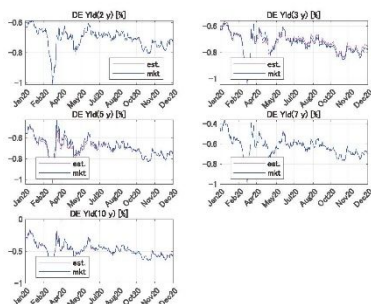


図 3 (a) ドイツ金利期間構造

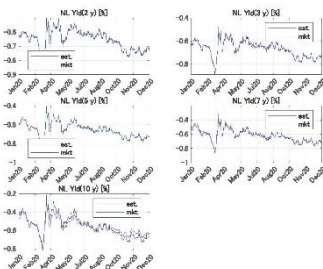


図 3 (c) オランダ金利期間構造



図 3 (b) フランス金利期間構造

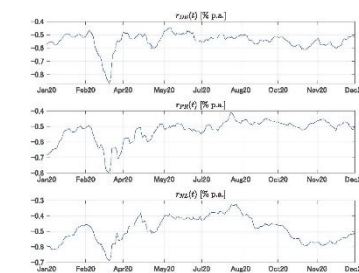


図 3 (d) 各国の共和分金利

(4) 共和性がある株式指数でも、株式指数オプション市場がある場合には VIX のようなボラティリティ指数が市場データとして使うことができるため、連続時間の誤差修正モデルの枠組みで、確率分散や、自己・相互励起ジャンプを導入する拡張を行い、モデルの推定を試みた。実際に共和分性をもつ株式指数の組み合わせ (S&P500 と NASDAQ, S&P500 と STOXX ; これらはそれぞれ VIX をもつ) は存在しており、それらに対してベイズ推定を行い、SV や自己・相互励起の影響がどの程度あるか分析した。

(5) SV モデルの統計的学習に関して、確率的に変動するレバレッジ過程のベイズ推定や、VIX のみならず SKEW 指数にもフィットさせるベイズ推定を行い、分散リスクプレミアムや歪度リスクプレミアムを計測したところ、S&P、VIX、SKEW について前者は多くの研究通り負であり、後者は正であるとの実証結果を得た。

(6) 金利に Poisson ジャンプがある場合の積分偏微分方程式に従う債券価格をジャンプ部分の積分計算を考慮した有限差分近似法で解き、ベイズ推定と組み合わせ、モデルパラメータと潜在過程である金利の確率過程を推定する統計的推論の研究を行った。実際の市場データ (US treasury) を用いて推定可能であり、適合度も良好であることを示すことができた。債券価格にジャンプがあるモデルはジャンプ付きの前進後退型確率微分方程式 (FBSDE) で定式化できる。統計的学習理論に関して、ニューラルネットワークで高次元の FBSDE を解く先行研究があることは調査したが、価格付けの計算で誤差関数の最小化に計算時間がかかり、現状では、FBSDE のパラメータや潜在過程のベイズ推定に用いることは困難であると判断した。金利モデルのように低次元で有限差分法が援用できる問題に対して本研究の方法が効率的に機能することを確認できたことは意義のある研究成果といえる。

< 引用文献 >

Ait-Sahalia, Y., R. Laeven, and L. Pelizzon, "Mutual Excitation in Eurozone Sovereign CDS," *Journal of Econometrics*, 183(2014), 151-167.
 Bolorforoosh, A. P. Christoffersen, M. Fournier, and C. Gourieroux, "Beta Risk in the Cross-Section of Equities," *The Review of Financial Studies*, 33(2020), 4318-4366.
 Frazzini, A., and L. Pedersen, 2014, "Betting against Beta," *Journal of Financial Economics*, 111(2014), 1-25.
 Schneider, P., C. Wagner, and J. Zechner, "Low-Risk Anomalies?," *Journal of Finance*, 75(2020), 2673-2718.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Nakamura Nobuhiro, Ohashi Kazuhiko, Yokouchi Daisuke	4. 巻 16
2. 論文標題 Dynamic Relationship between Volatility Risk Premia of Stock and Oil Returns	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Risk and Financial Management	6. 最初と最後の頁 173 ~ 173
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/jrfm16030173	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kato Kensuke, Nakamura Nobuhiro	4. 巻 612
2. 論文標題 Cointegration analysis of hazard rates and CDSs: Applications to pairs trading strategy	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physica A: Statistical Mechanics and its Applications	6. 最初と最後の頁 128489 ~ 128489
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physa.2023.128489	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Nobuhiro Nakamura	4. 巻 58
2. 論文標題 Exploring Cointegrated Asset Dynamics: The Impact of Stochastic Variances and Mutually Exciting Jumps	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proceedings of the 58-th JAFEE meeting, (2022:Winter)	6. 最初と最後の頁 21-32
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 渡邊裕也, 中村信弘	4. 巻 58
2. 論文標題 確率的レバレッジ効果がオプション市場のインプライド・スキューに与える影響: 自己励起型ジャンプモデルとの比較	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proceedings of the 58-th JAFEE meeting, (2022:Winter)	6. 最初と最後の頁 33-44
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nobuhiro Nakamura	4. 巻 57
2. 論文標題 Arbitrage-Free Co-Integrated Term Structure Model of Interest Rates towards Yield Curve Arbitrage	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of the 57-th JAFEE meeting, (2022:Summer)	6. 最初と最後の頁 124-135
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nobuhiro Nakamura	4. 巻 55
2. 論文標題 Variance and Skewness Risk Premia: The Impact of State Dependent Self-Exciting Jumps	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the 55-th JAFEE meeting, (2021:Summer)	6. 最初と最後の頁 53-64
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nobuhiro Nakamura	4. 巻 56
2. 論文標題 Modeling Self And Mutual Excitations in Credit Default Swaps:Bayesian Statistical Inference	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of the 56-th JAFEE meeting, (2021:Winter)	6. 最初と最後の頁 57-68
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nobuhiro Nakamura	4. 巻 53
2. 論文標題 PDE-Based Bayesian Inference: Some Applications to FBSDEs in Finance	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the 53-th JAFEE meeting	6. 最初と最後の頁 120-131
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takuya Kitabayashi and Nobuhiro Nakamura	4. 巻 54
2. 論文標題 IPDE-Based Bayesian Statistical Inference for CIR Interest Rate Model with Poisson Jump	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the 54-th JAFEE meeting	6. 最初と最後の頁 24-35
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 Nobuhiro Nakamura
2. 発表標題 Exploring Cointegrated Asset Dynamics: The Impact of Stochastic Variances and Mutually Exciting Jumps
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 渡邊裕也, 中村信弘
2. 発表標題 確率的レバレッジ効果がオプション市場のインプライド・スキューに与える影響: 自己励起型ジャンプモデルとの比較
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Nobuhiro Nakamura
2. 発表標題 Arbitrage-Free Co-Integrated Term Structure Model of Interest Rates towards Yield Curve Arbitrage
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Nobuhiro Nakamura
2. 発表標題 Variance and Skewness Risk Premia: The Impact of State Dependent Self Exciting Jumps
3. 学会等名 第29回日本ファイナンス学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Nobuhiro Nakamura
2. 発表標題 Variance and Skewness Risk Premia: The Impact of State Dependent Self-Exciting Jumps
3. 学会等名 第55回日本金融・証券計量・工学学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Nobuhiro Nakamura
2. 発表標題 Modeling Self And Mutual Excitations in Credit Default Swaps:Bayesian Statistical Inference
3. 学会等名 第56回日本金融・証券計量・工学学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Takuya Kitabayashi and Nobuhiro Nakamura
2. 発表標題 IPDE-Based Bayesian Statistical Inference for CIR Interest Rate Model with Poisson Jump
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Nobuhiro Nakamura
2. 発表標題 PDE-Based Bayesian Inference: Some Applications to FBSDEs in Finance
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Nobuhiro Nakamura and Kazuhiko Ohashi
2. 発表標題 Variance Risk Premium and Predictability of Returns: Quadratic Variance, Self-Exciting Jump Models
3. 学会等名 日本ファイナンス学会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関