

令和 6 年 6 月 18 日現在

機関番号：14303

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K01589

研究課題名（和文）時系列データの逐次解析と金融バブルの存在の検定

研究課題名（英文）Sequential Analysis of Time Series Data and Tests of the Existence of Financial Bubbles

研究代表者

人見 光太郎 (Hitomi, Kohtaro)

京都工芸繊維大学・基盤科学系・教授

研究者番号：00283680

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：本研究は経済時系列への統計的な逐次解析の手法を使った方法を開発し解析を行なうことである。通常の統計解析ではすでに得られたデータをもとに統計的な解析を行なうが、逐次解析では次々とデータが入ってくる状況でできるだけ速く、正確な統計的な決定を行なうことを目的とする。この目的のために金融時系列をAR過程で近似して、そのAR過程が単位根を持つかどうかの逐次的な検定を開発した。単位根のパラメータのフィッシャー情報量をデータ蓄積をストップするためのシグナルとする検定であり、同じだけのデータ数、またはそれ以下のデータ数を使う検定の中で最強検定であることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

この研究は金融バブルの存在の検定だが、今までの研究では過去のデータをもとにして過去のある時期に資産バブルが発生していたかどうかを検証していた。それに対して本研究は金融バブルの存在の検定という枠組みに入るが、現在の状態とこれから入ってくるデータをもとにして逐次的にバブルが発生しているかどうかを検証するという点が異なる。

それによって、何らかの経済環境の変化（財政政策、金融政策の変化、リーマンショックのような世界的なショック）によって構造変化が起こった後で、できるだけ早く金融市場にバブルが発生しているかどうかを検出することが出来るようになった。

研究成果の概要（英文）：The purpose of this research is to develop and analyze statistical sequential analysis methods for economic time series. While ordinary statistical analysis is based on data that have already been obtained, sequential analysis aims to make statistical decisions as quickly and accurately as possible in situations where data are arriving one after another.

To this end, we approximate a financial time series with an AR process and develop a sequential test to determine whether or not the AR process has a unit root. The test, which uses the Fisher information content of the unit root parameter as a signal to stop accumulating data, is shown to be the strongest test among tests using the same or smaller number of data.

研究分野：計量経済学

キーワード：逐次検定 バブルの検出 フィッシャー情報量

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

金融バブルの存在の統計的な検定について研究するために代表的な論文、例えば Phillips and Wu (2011)、Phillips, Shi and Yu (2014) 等やサーベイ論文、例えば Gürkaynak, R.S. (2008) 等を調べていたが、すべての論文が与えられた過去のデータを用いてある時期に金融バブルが存在するかどうかを検定することを目的としていた。この事自体は重要で意味のある研究であるが、経済学的な興味ではなく、社会・経済に与える重要性を考えるとあるショック（金融政策の変化、世界的な経済ショック等）が発生して構造変化が起こった後、バブルがすでに発生しているのかをできるだけ早く検出する検定方法の方が望ましい。

### 2. 研究の目的

この研究の目的は経済時系列に統計的な逐次解析の方法を導入して、経済時系列に関する解析手

法を確立し、金融バブルの検証のための検定を開発することである。逐次解析では何らかの意味で十分に情報が集まった時点でデータの蓄積をやめる。この時点を停止時という。この研究では Lai and Siegmund (1983) のように情報の量的な指標であるフィッシャー情報量をもとにして停止時を使った逐次検定を開発する。それによって何らかのショックによって構造変化が発生してからできるだけ早くバブルの発生を検出する検定を開発する。

### 3. 研究の方法

効率性市場仮説のもとでは  $t$  期の株価を  $x_t$  とすると  $t+1$  期の株価は

$$X_t = X_{t-1} + \epsilon_t$$

と表わすことができる。ただし、 $\epsilon_t$  はマルチンゲール差分である誤差項とする。したがってバブルが存在しない時の株価の時系列は単位根を持つ AR(1) 過程で表される。多くの文献ではバブルが存在する場合は係数が 1 よりも大きな AR(1) 過程で表せるとする。したがって係数が 1 か 1 よりも大きいのかを逐次解析を使った検定を使うことが可能である。

我々は金融時系列を誤差項の相関も考慮して AR(p) 過程で近似したが、方法の説明を簡単にするために以下の AR(1) 過程を仮定しよう。  $x_n = \beta x_{n-1} + \epsilon_n$  を考える。このモデルの場合の観察されるフィッシャー情報量は誤差項  $\epsilon_n$  の分散を  $\sigma^2$  とすると  $\sum x_n / \sigma$  であるのでこのフィッシャー情報量があらかじめ与えられた基準  $C$  を超えたところでデータ収集をやめ、パラメータを推定し、パラメータについての検定を行なう。この与えられた基準  $C$  を大きくしていく漸近理論を考え、パラメータの推定量と停止時の同時分布、単位根の検定、局所対立仮説のもとでの分布を求める。

この AR(1) 過程が単位根、または単位根に近いパラメータを持つ場合に推定量と停止時の漸近的な同時分布を求めるために次のような方法をこの研究では使用した。  $x[\sqrt{C}t] / (C^{1/4} \sigma)$  を  $D[0, \infty)$  上の連続過程で近似し、停止時がその連続過程の 2 次変分で表せることを利用して Dambis, Dubins-Schwarz の定理 を使った時間変更を使ってを使って漸近的な同時分布を導出した。  $D[0, \infty)$  上で近似するのは停止時が確率変数であり、また  $C$  を無限大にするにしたがって停止時も無限大になっていき  $D[0, 1]$  のようなコンパクトな定義域に収まらないためである。統計的逐次解析では連続過程への近似を使った研究はあまりないが、連続過程の近似を使うことで確率積分、Dambis, Dubins-Schwarz の定理等を使うことができ、これと Skorohod の表現定理を組み合わせるといこの研究で使用する手法は新しい分析手法としての価値もあると思われる。

### 4. 研究成果

金融時系列を AR(p) 過程としてモデル化し、単位根のパラメータに対応するフィッシャー情報量を停止時刻とする逐次検定を開発した。AR(p) 過程ではフィッシャー情報量はスカラーでなく、行列になる。そのためにフィッシャー情報行列を行列ノルムで評価したもので停止時を定義することで表現は複雑になるが基本的には AR(1) 過程の場合と同様の結果を導いた。特にト

レースノルムを使う場合は、停止時は

$$\inf\{N : \sum x_{n-1}^2 + \sum x_{n-2}^2 + \dots + \sum x_{n-p}^2 > C\}$$

となるが、これは

$$\inf\{N : (p - 1)\sum x_{n-1}^2 > C\}$$

とほぼ等しいため AR(1) 過程で使う停止時を使った場合とほぼ等しい結果が得られた。

パラメータと停止時刻の漸近的な同時分布を離散過程を連続過程で  $D[0, \infty)$  上で近似し、帰無仮説のもとでは  $x[\sqrt{(C)t}] / (C^{1/4} \sigma)$  がブラウン運動に弱収束し、局所対立仮説のもとでは O-U 過程に弱収束することを示した。それを使って停止時間がベッセル過程で表せることをしめし推定したパラメータと停止時間の漸近的な同時分布を導出した。

コンピュータを使った数値シミュレーションも行なったがその結果が漸近的な同時分布から導出した結果に非常に近いことを確かめた。当該問題において、局所対立仮説のもとでの統計的な性質を分析した研究はなく新規性が高い。特に発散する場合 ( $\beta > 1$  の場合) の局所対立過程のもとでの極限分布の導出は今までほとんど例がなく重要な結果である。また、この検定がデータ数が同じ、またはそれ以下の検定の中で最大の検出力を示すことを証明した。

この結果は *Advances in Econometrics Volume 45A Essays in Honor of Joon Y. Park: Econometric Theory* の第 4 章として出版された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計3件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件）

1. 発表者名 Kohtaro Hitomi
2. 発表標題 Sequential Test for Unit Root in First Order Autoregressive Model
3. 学会等名 日本経済学会2021年度秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 K. Nagai, K. Hitomi, Y. Nishiyama, J. Tao
2. 発表標題 The role of Bessel processes on the sequential test for a unit root in autoregressive process and criticality in branching processes
3. 学会等名 Bernoulli-IMS One World Symposium 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 K. Nagai, Y. Nishiyama, K. Hitomi, J. Tao
2. 発表標題 Operating characteristics of sequential unit root tests obtained from the Bessel bridges
3. 学会等名 Bernoulli-IMS One World Symposium 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 K. Hitomi, K. Nagai, Y. Nishiyama and J. Tao	4. 発行年 2023年
2. 出版社 Emerald Publishing Limited	5. 総ページ数 38
3. 書名 Advances in Econometrics vol45A, Chap4	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------