

令和 6 年 6 月 17 日現在

機関番号：14201

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K01768

研究課題名（和文）無裁定国際証券価格モデルに基づくグローバルファクターの抽出とリスク分析

研究課題名（英文）Global factor extraction and risk analysis based on a no-arbitrage international securities pricing model

研究代表者

菊池 健太郎（Kikuchi, Kentaro）

滋賀大学・経済学系・准教授

研究者番号：60738368

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,500,000円

研究成果の概要（和文）：資産価格のリスクの源泉は内外共通の要因や国固有の要因にあり、これらは時期によって影響力を変動させていると考えられる。そこで、本研究では、国内外の債券・株式価格を同時に評価する資産価格モデルを構築し、日米の金利・株価のデータを用いてこのモデルを推定し、金利や株価に影響を与える内外共通要因および国固有の要因を抽出した。そして、これらの要因が、日米の債券や株式のリスクプレミアムにどのような影響を与えているのかを定量化した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で構築したモデルは、金融危機以降の先進国で見られた超低金利のイールドカーブを捉え、資産価格のボラティリティが変動する柔軟なモデルである。そのため、投資期間に応じたリスクプレミアムを高精度に測定するためのモデルとして期待される。本研究では、このモデルが金融市場データに高い精度でフィットすることを確認したほか、債券や株式のリスクプレミアムの期間構造を計測し、先行研究の実証結果と整合的な結果を得た。リスクプレミアムの期間構造を分析するための強力なモデルとして今後も活用が可能と考えられる。

研究成果の概要（英文）：The sources of risk in asset prices lie in factors common both domestically and internationally, as well as in factors specific to individual countries. The influence of these factors can vary over time. Therefore, in this study, we constructed an asset pricing model that simultaneously evaluates the prices of domestic and international bonds and stocks. We estimated this model using data on interest rates and stock prices from Japan and the United States. As a result, we extracted the common factors affecting interest rates and stock prices and the country-specific factors. We then quantified the impact of these factors on the risk premiums of bonds and stocks in Japan and the United States.

研究分野：金融工学

キーワード：無裁定価格理論 リスクプレミアム 2次ガウシアン金利期間構造モデル 国際証券価格モデル 株式利  
回りの期間構造

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C-19、F-19-1、Z-19（共通）

### 1. 研究開始当初の背景

金融市場では、国内外の資産価格に影響を与える共通要因が影響力を増し、資産価格間の国際的な連動性が強まる場面がある。また、資産価格間の国際的な連動性が薄れ、各国の経済動向に起因する要因やそれとは独立な資産固有の要因が価格に影響を与える場面もある。このように、資産価格のリスクの源泉は、内外共通要因や国固有の要因など幾つかのファクターにあると解釈できる。したがって、これらのファクターを抽出し、資産のリスクプレミアムに占める寄与やその時間変化を明らかにできれば、資産のリスク特性を理解することが可能となる。

資産価格に影響を与えるファクターを高精度に推定するうえで、市場価格に適合する資産価格モデルを用意し、それを用いて推定を行うことが重要である。さらに、推定結果に経済学的な解釈を与えられるよう、推定に用いる資産価格モデルは理論的裏付けを有することが望ましい。理論的な裏付けを有しつつ市場価格に柔軟に適合するモデルとして「無裁定価格理論」に基づく価格モデルが有力候補として考えられる。

以上の点を踏まえ、本研究では、国内外の債券や株式の価格を同時に評価する無裁定価格モデルを構築し、市場価格のデータを用いたモデルの推定を通じて、債券や株式のリスクプレミアムの計測を行いその要因を明らかにすることを目指すことにした。

### 2. 研究の目的

研究の目的は、国内外の債券・株式価格を同時に評価する資産価格モデルを用いて、資産価格に影響を与える内外共通要因や国固有の要因を抽出し、これらの要因が債券や株式のリスクプレミアムにどのような影響を与えているのかを明らかにすることである。研究は、モデル構築と市場データに基づく実証分析の2本柱からなる。

モデル構築では、無裁定価格理論に基づき、国内外の債券と株式の価格を状態変数の解析式として表すことを目的とする。その際、金融危機以降の先進国で見られた超低金利のイールドカーブや資産価格のボラティリティ変動を表現できる現実的で柔軟なモデルの構築を目指す。

市場データに基づく実証分析では、複数の国の金利や株価などの金融市場データを用いてモデルを推定し、推定された状態変数やパラメータの値を用いて債券や株式のリスクプレミアムに対する共通の内外要因の寄与度を定量化する。

### 3. 研究の方法

先行研究では、債券と株式の無裁定同時価格モデルが提案されている（Kikuchi (2016)）。同研究では、ショートレートモデルの1つである2次ガウシアンモデルを金利期間構造モデルに据え、株式指数の配当を状態変数のある種の関数形と仮定することで、金利期間構造モデルと整合的な形で株価の解析表現を得ている。2次ガウシアン金利期間構造モデルは、超低金利環境のイールドカーブを捉えるのに有用なモデルの1つと評価されており、Kikuchi (2016)による債券と株式の同時価格付けモデルは、本研究の問題意識に適うものである。

そこで本研究では、Kikuchi (2016)の1か国モデルを2か国以上の債券市場と株式市場を有するモデルに拡張する。具体的には、全ての国の金利と株価に影響を与える状態変数（内外共通変数）や国固有の変数をモデルの中に組み込む。構築されるモデルは、(a)超低金利水準にあるイールドカーブを捉える点、(b)配当利回りの正值性を満たす点、(c)債券や株式のボラティリティが状態変数に依存して変動する点、(d)内外共通変数・国固有の変数の寄与という観点から分析結果を解釈可能である点、などの特徴を持つ。

構築するモデルでは、金利や株価が状態変数の非線形関数になる。本研究では、状態変数は直接観測されない潜在変数と仮定する。そのため、標本期間で時間不変なパラメータの推定に加えて、時変な状態変数の推定も必要となる。これを実現するために、非線形カルマンフィルタと疑似最尤法を組み合わせてパラメータと状態変数の同時推定を行う。推定には日米2か国のデータを使用し、内外共通変数および国固有変数の次元を変えた複数の設定でモデルを推定

し、情報量規準に基づいて最適なモデルを選択する。

パラメータと状態変数の推定値が得られると、債券や株式のリスクプレミアムの計測が可能となる。本研究では、投資期間に応じたリスクプレミアム、すなわちリスクプレミアムの期間構造を推定する。さらに、日米共通要因、各国固有要因の寄与度の時系列変化や、期間に応じたリスクプレミアムに対する寄与度の傾向を明らかにする。

#### 4. 研究成果

本研究で得られた研究成果は理論面、実証分析面、副次的な成果の3点に分類される。それぞれの内容を記したのち、残された課題についても触れる。

##### (1) 理論面での成果

Kikuchi (2016)で提案された1か国無裁定債券・株式同時価格付けモデルを、2か国以上の金融市場を持つモデルに拡張した。全ての国の金融市場で共通の現実確率がただ一つ存在する一方で、各国金融市場ごとに異なるリスク中立確率が存在するという仮定が、このモデルの鍵となる。また、「国内外共通変数」の導入も重要な要素である。具体的には、全ての国の短期金利と株式の配当額に影響を与える状態変数を導入し、その確率変動が他の変数から影響を受けないものとする。この変数は国内外共通変数と解釈できる。

以上の設定により、債券価格、株価が内外共通変数から影響を受ける部分、その他の要因から影響を受ける部分、そして両者の交差項に分解する枠組みを構築することに成功した。これにより、価格やリスクプレミアムの挙動を詳細に捉えることが可能となった。

投資期間に応じた債券のリスクプレミアムは「期間プレミアム」として認識されており、多くの実証研究が存在する (Kim and Wright, 2005, Adrian et al., 2013 など)。一方、株式の利回りやリスクプレミアムの期間構造に関する研究、いわゆる「株式の期間構造に関する研究」は、Binsbergen et al. (2012)以来、活発に行われている比較的新しい研究分野である。この分野では、「株式のゼロクーポン金利」が、満期にのみ株式の配当額が支払われる「ゼロクーポン株式」の価格を用いて定義される。さらに、株式のゼロクーポン金利に対応する年限の株式のリスクプレミアムも定義される。

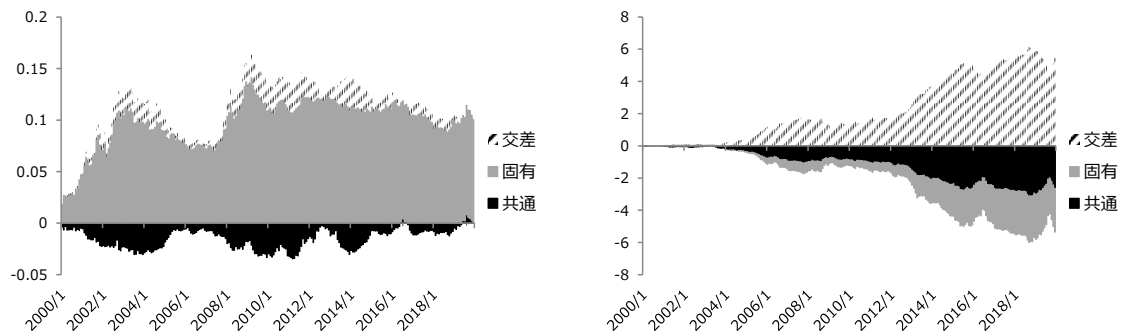
本研究では、ゼロクーポン株式の価格の解析解を導出し、ゼロクーポン金利、および、それに対応する年限のリスクプレミアムの解析表現を得た。これまで均衡モデルに基づく先行研究が多かった分野であるが、市場価格を柔軟に表現できる誘導型モデルを用いた本研究の結果は、新たな分析の視点をこの分野に提供する意義があると考えている。

##### (2) 実証面での成果

2000年初年から2019年末までの日米の金利、株式指数、株式指数の配当利回りの月次データを用いて、拡張カルマンフィルタと最尤法を組み合わせるモデルの状態変数とパラメータを同時に推定した。日米共通変数と日米固有変数の次元を変えながら複数の推定を行い、ベイジアン情報量規準により、日米共通変数の次元が2、日米固有変数の次元がそれぞれ3であるモデルが選択された。この選択されたモデルは、市場データに対して高いフィットを示すことも確認された。

選択されたモデルの状態変数とパラメータの推定値を用いて、日米債券の期間プレミアム、株式のフォワードイールド(株式利回りと同年限の債券利回りの差)を計測した。米国株式のフォワードイールドはカウンタシクリカル(景気反循環的)な傾向があり、フォワードイールドの長短格差がプロシクリカリティ(景気順循環的)の傾向があることが分かった。これは、先行研究で指摘されている実証結果と整合的である。

さらに、日米株式のフォワードイールドの内外共通要因と固有要因の寄与度を計測した(下図:左は米国、右は日本)。米国株のフォワードイールドの変動は、主に米国要因に起因していることが見て取れる。一方、日本株のフォワードイールドの変動は、2013年以降に共通要因や固有要因の寄与が大きくなっていることが分かった。



株式の10年フォワードイールドの要因分解（定数項除く）：左は米国、右は日本

### （3）副次的な成果

本研究で構築した2次ガウシアンモデルに基づく2か国以上の債券・株式の同時価格付けモデルの応用範囲は、本研究で主眼とするリスクプレミアムの推定にとどまらない。例えば、投資家の有限時間最適投資・消費問題の土台となる証券市場モデルとしても利用が見込まれる。将来的な応用の準備として、物価連動債と株式が取引されている1か国の金融市場を2次ガウシアンモデルで表現し、この証券市場をもとにした有限時間最適投資・消費問題を考察した。その結果、最適解の解表現の導出や状態変数の変動に伴う最適解の挙動などを分析し、結果を論文にまとめた（Batbold et al. 2022）。

2次ガウシアンモデルは、非伝統的な金融政策期における市場の期待形成の分析にも応用できる。日本や欧州が経験したマイナス金利を含むイールドカーブから金融政策の動向に関する金融市場の見方を詳細に分析する場合、ショートレートの下限が一定のモデルでは柔軟性に欠ける。そこで、ショートレートの下限が確率変動する2次ガウシアンモデルの拡張モデルを提案し、日本国債金利を用いてこのモデルを推定し、日本の非伝統的な金融政策に対する市場の期待形成がどのように時間変化したのかを明らかにした（Kikuchi, 2024）。

### （4）残された課題

本研究では、複数国の債券や株式に通貨も加える形での分析にも取り組んだ。Dahlquist and Penasse (2022)による「為替リスクプレミアムが名目為替レートの超過リターンに対して予測力を持つ」という結果を参考に、為替レートを含めたモデルの推定値から計測される為替リスクプレミアムと長期の名目為替レートの超過リターンの関係を調査した。しかし、研究期間中、明確な成果を得るには至らなかった。

### 参考文献

- Adrian, T., Crump, R.K., and Moench, H. (2013) "Pricing the term structure with linear regressions," *Journal of Financial Economics*, 110(1), 110-138.
- Batbold, B., Kikuchi, K., and Kusuda, K. (2022) "Semi-analytical solution for consumption and investment problem under quadratic security market model with inflation risk," *Mathematics and Financial Economics*, 16(3), 509-537.
- Binsbergen, J.H.v., Brandt, M.W., and Koijen, R.S. (2012) "On the timing and pricing of dividends," *American Economic Review*, 102, 1596-1618.
- Dahlquist, M. and Penasse, J. (2022) "The missing risk premium in exchange rates," *Journal of Financial Economics*, 143(2), 697-715.
- Kikuchi, K. (2016) "Quadratic Gaussian joint pricing model for stocks and bonds: theory and empirical Analysis," *Recent Advances in Financial Engineering 2014, Proceedings of the TMU Finance Workshop 2014*, pp.107-131.
- Kikuchi, K. (2024) "A term structure interest rate model of the Brownian bridge lower bound," *Annals of Finance*.
- Kim, D.H. and Wright, J.H. (2005) "An arbitrage-free three-factor term structure model and the recent behavior of long-term yields and distant-horizon forward rates," *Federal Reserve Working Paper*.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 2件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

|   |                 |
|---|-----------------|
| 1. 著者名<br>Kentaro Kikuchi, Koji Kusuda  | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>A linear approximate robust strategic asset allocation with inflation-deflation hedging demand | 5. 発行年<br>2024年 |
| 3. 雑誌名<br>Research Square   | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子）<br>10.21203/rs.3.rs-3012011/v2  | 査読の有無<br>無      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  | 国際共著<br>-       |

|  |                       |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名<br>Batbold Bolorsuvd, Kentaro Kikuchi, Koji Kusuda  | 4. 巻<br>16-3          |
| 2. 論文標題<br>Semi-analytical solution for consumption and investment problem under quadratic security market model with inflation risk | 5. 発行年<br>2022年       |
| 3. 雑誌名<br>Mathematics and Financial Economics  | 6. 最初と最後の頁<br>509-537 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子）<br>10.1007/s11579-022-00316-6  | 査読の有無<br>有            |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-             |

|  |                 |
|--|-----------------|
| 1. 著者名<br>Kentaro Kikuchi  | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>A term structure interest rate model with the Brownian bridge lower bound | 5. 発行年<br>2024年 |
| 3. 雑誌名<br>Annals of Finance  | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子）<br>10.1007/s10436-024-00439-4                                | 査読の有無<br>有      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-       |

|  |                 |
|--|-----------------|
| 1. 著者名<br>Kentaro Kikuchi, Koji Kusuda   | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>Age-dependent robust strategic asset allocation with inflation-deflation hedging demand | 5. 発行年<br>2024年 |
| 3. 雑誌名<br>Research Square  | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子）<br>10.21203/rs.3.rs-3137185/v2   | 査読の有無<br>無      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-       |

|  |                 |
|--|-----------------|
| 1. 著者名<br>Kentaro Kikuchi, Koji Kusuda   | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>Regularized robust strategic asset allocation under stochastic variance-covariance of asset returns | 5. 発行年<br>2024年 |
| 3. 雑誌名<br>Research Square  | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.21203/rs.3.rs-3852037/v1  | 査読の有無<br>無      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-       |

|  |                 |
|--|-----------------|
| 1. 著者名<br>Batbold Bolorsuvd, Kentaro Kikuchi, Koji Kusuda  | 4. 巻<br>-       |
| 2. 論文標題<br>Strategic international asset allocation under a quadratic model with exchange rate and inflation-deflation risks | 5. 発行年<br>2023年 |
| 3. 雑誌名<br>Research Square  | 6. 最初と最後の頁<br>- |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.21203/rs.3.rs-3425645/v1  | 査読の有無<br>無      |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-       |

〔学会発表〕 計2件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>菊池健太郎   |
| 2. 発表標題<br>A multi-currency joint pricing model of stocks and bonds based on the quadratic Gaussian approach |
| 3. 学会等名<br>日本オペレーションズリサーチ学会2024年春季研究発表会  |
| 4. 発表年<br>2024年  |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>菊池健太郎   |
| 2. 発表標題<br>A multi-currency joint pricing model of stocks and bonds based on the quadratic Gaussian approach |
| 3. 学会等名<br>一橋大学金融研究会   |
| 4. 発表年<br>2024年  |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

|  | 氏名<br>(ローマ字氏名)<br>(研究者番号) | 所属研究機関・部局・職<br>(機関番号) | 備考 |
|--|---------------------------|-----------------------|----|
|--|---------------------------|-----------------------|----|

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|