

令和 6 年 5 月 27 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K02828

研究課題名（和文）類推において必要な知識の想起を促進する方法とその評価法に関する理論的・実証的研究

研究課題名（英文）Theoretical and empirical research on methods to promote recall and evaluation of base analog in analogy

研究代表者

中川 裕之（Nakagawa, Hiroyuki）

東京理科大学・理学部第一部数学科・准教授

研究者番号：00450156

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,500,000円

研究成果の概要（和文）：類推においてベースの想起や評価を促進する方法を理論的・実証的に導出した。数学者であるポリアやオイラーの著書を分析して彼らの類推を評価する方法を導出した。そして、公立や国立の中学校の生徒を対象とした授業実践において、導出した方法を指導し、生徒がどのように使うかを調査した。その結果、生徒たちは指導した方法を使って類推を評価しており、導出した方法の有効性を明らかにできた。その評価方法とは、ターゲット周辺の複数の対象でベースからターゲットに写像する関係が成り立つかを調べることである。数学者が用いる方法から中学生が使うことができる方法を導出することができたことが本研究の成果である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の最も大きな成果はベースを評価する方法を導出できたことである。

本研究では中学生を対象とした検証が中心であったけれども、導出した方法は小学校から大学までの数学の授業でも活用できる可能性が高い。また、認知科学ではベースの想起、評価に関する研究では理科を題材とすることが多いため、認知科学の知見の適用範囲を数学にまで広げた点でも意義がある。

また、学校現場では問題を発見、解決することはよく行われているけれども、その評価は教師が行っていることがほとんどである。そのため、生徒が自らの類推を評価する方法を学校現場に提示できたことは数学科の授業の在り方を大きく変える可能性もある。

研究成果の概要（英文）：We theoretically and empirically derived methods to facilitate base recall and evaluation in analogies. We analyzed the writings of mathematicians Polya and Euler to derive methods for evaluating their analogies. We then taught the derived methods and investigated how students used them in classroom practice with students in public junior high schools. The results showed that the students used the method to evaluate their analogies, and the validity of the derived method was clarified.

The method of evaluation was to examine whether a base-to-target mapping relationship was valid for multiple objects around the target. The result of this study is that we were able to derive a method that can be used by junior high school students from a method used by mathematicians.

研究分野：数学教育学

キーワード：類推 想起 評価

1. 研究開始当初の背景

研究開始の少し前に改訂された新学習指導要領において算数・数学科では問題解決だけでなく問題発見も子どもが行うことを求めている。しかし、授業で子どもに問題や性質を発見させようとしても、発見の方法を知らない、またはうまく使いこなせないため、教師は多くのヒントを提示して子どもがひらめく、思いつくのを待っているのが現状である。この現状を改善するため、数学において有力な発見方法の一つである類推を子どもが活用できるようにすることは喫緊の課題であった。

類推とは、類似性に着目し、ベースと呼ばれる既知の対象で成り立つ事柄や性質が、ターゲットと呼ばれる未知の対象でも成り立つと予想することである。このため、類推するには、ベースと呼ばれる既知の対象や知識を想起する必要があるが、ここに類推をうまく活用できない原因が存在する。人は表面的な類似性に着目してベースを想起する傾向があるために適切なベース（つまり、必要な知識）を想起できないだけでなく、不適切なベースを想起してしまうことが指摘されている。想起の失敗を減らすために、認知科学では想起したベースが適切かを評価し、不適切なものを棄却することが提案されていた。しかし、数学の授業では教師がベースや類推の適切性を評価していることが多く、子どもがベースの適切性を評価することには留意されていなかった。

そこで、ベースの想起や想起したベースの評価を促進する方法を開発することと、想起、評価する能力の変容を捉える水準を設定することを目的とした研究を行おうと考えた。これらの導出にあたっては、認知科学と数学教育学の研究成果を融合させる理論研究に加えて、調査研究や実験授業を通して質的に分析して有効性を実証することで、すぐにでも日常の学習指導や評価に活用できるツールとして学校現場に提供できるようなものとするを旨とした。

2. 研究の目的

このような背景から、本研究では第一に次の問いを設定する。

- 数学の授業で、子どものベースの想起や評価を促進する方法はどのようなものか？
そして、子どもの行うベースの想起や評価を促進することができるようになったとき、子どもの能力の変容を詳細に評価する枠組みが必要と考えるため、第二に次の問いを設定する。
- ベースの想起や評価に関する子どもの能力の変容をどのように捉えるか？
上記の学術的な問いを解決するため、本研究では次の二つを達成することを目的とする。
 - ・ベースの想起や評価の促進方法を明確にする
 - ・ベースを想起、評価する能力の長期的な変容を捉える水準を設定するそして、これらの目的を達成するために、次の下位目標を設定し、()の年目に研究を行うこととした。

下位目標 : ベースの評価を促進する方法を導出する (1年目)

下位目標 : ベースの評価からベースの想起につなげる方法を導出する (2, 3年目)

下位目標 : ベースを想起、評価する能力を捉える水準を設定する (3, 4年目)

3. 研究の方法

本研究では「ベースの想起や評価を促進する方法」と「ベースを想起、評価する能力の長期的な変容を捉える水準」を理論的、実証的に導出するため、それぞれについて次のような方法で研究を進めた。

「ベースの想起や評価を促進する方法」について

- ・先行研究の分析・考察を通じた知見の整理と仮説、課題の抽出
 - ・文献研究を通してベース評価の促進方法の導出(下位目標)
 - ・評価の促進方法を検証する調査研究(附属中 158 名対象)を実施する
 - ・調査結果の分析を通して評価の促進方法の改善
 - ・調査結果の再分析を通して想起の促進方法を構想
 - ・上記に加えて、文献研究を通してベース想起の促進方法の導出
 - ・想起、評価の促進を検証する事例研究(ペア 8 組 16 名)を実施する
 - ・調査結果の分析を通して想起、評価の促進方法の改善
 - ・調査結果からベース想起、評価の促進方法を確定(下位目標)
 - ・促進方法を用いる実験授業(附属中学校)を 3 つ実施
 - ・授業結果の検証から促進方法の妥当性の立証
 - ・促進方法を検証する実践授業(公立中学校)を 6 つ実施
 - ・授業結果に基づいて促進方法の妥当性を立証
- 「ベースを想起、評価する能力の長期的な変容を捉える水準」について
- ・事例研究結果を再分析してベースを想起する能力水準を仮設定
 - ・促進方法を用いる実験授業(附属中学校)を 3 つ実施
 - ・授業結果の検証から能力水準の改善

- ・調査結果からベースを想起する能力水準の確定(下位目標)
- ・能力水準を検証する実践授業(公立中学校)を6つ実施
- ・授業結果に基づいて能力水準の妥当性を立証

4. 研究成果

以上の研究方法のうち、ここでは主として「ベースの評価を促進する方法」を取り上げ、研究成果について詳説する。

(1) ベースの評価を促進する方法の理論的導出

類比はベースとターゲットの関係であるので、類比の可能性を確認するには、ベースとターゲットの関係を調べる必要がある。ベースとターゲットの関係を評価する先行研究にはClement(2008)がある。Clement は人が想起するベースには不適切なものが多い点を問題視し、不適切なベースを却下することを目的としてベースとターゲットの関係を評価している。

その方法には「橋渡し(bridging)」や「保存する条件変え(conserving transformation)」がある。「橋渡し」とは、ターゲットとベースの両方に類似し、その中間に位置する新たなベースをみつけ、重要な特徴が存在するかを調べる方法である。「保存する条件変え」とは、着目する特徴が保存されるようにベースの条件を変えて新たなベースをみつけ、そこでも重要な特徴が存在するかを調べる方法である。これらの方法ではベースを変形して新たな対象を作り、そこでもベースからターゲットに写像する関係が成り立つかを調べており、ベースとターゲット以外の第三の対象を用いる点が特徴的である。そうして中間に位置する対象や条件を変えた対象でも写像する関係が成り立つかを調べることで、ベースとターゲットが写像してよい関係にあるかを評価している。

ただし、これらの方法は技術分野の院生と教授による物理の問題の解決過程を分析して導出しているため、数学における類推を同じ方法で評価できるかは調べる必要がある。そこで、Clement の評価方法を視点とし、Euler が無限級数の和を発見する事例を分析する。Euler を取り上げる理由は、Euler がこの事例で類推を活用しており、また類推した推測を評価しているからである。また、この事例は方法論的反証主義の事例とされているため、Euler は多くの新事実を予言して類比の可能性を確認することで類推した推測を評価していると期待されるからである。

では、Euler による類推とその評価過程について分析していく。

Euler は次の級数の和を求めるために、有限次数の代数方程式をベースとし、三角方程式 $\sin x/x=0$ をターゲットとする。

$$1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + 1/25 + 1/36 + 1/49 + \dots$$

Euler は三角方程式の左辺を次のように無限級数展開することで、有限次数の代数方程式で成り立つ解と係数の関係をターゲットに写像する。

$$\sin x/x = 1 - x^2/(2 \cdot 3) + x^4/(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) - x^6/(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7) + \dots$$

すなわち、三角方程式 $\sin x/x=0$ が $2, -2, 3, -3, \dots$ と無限個の解をもつことから、式の左辺を次のように変形する。

$$(1 - x^2/2^2)(1 - x^2/4^2)(1 - x^2/9^2) \dots$$

そして、両辺の x^2 の係数を比較し、次の式を導いている。この式の両辺を 2 倍すれば上の無限級数の和が $\pi^2/6$ と推測できる。

$$1/(2 \cdot 3) = 1/\pi^2 + 1/(4\pi^2) + 1/(9\pi^2) + \dots$$

Euler は類推した推測が正しいことを演繹的には証明しない。代わりに、他の超越関数を同様に無限級数で表現し、様々な無限級数の和を求めてみせることで類推した推測を評価し、読者を納得させようとする。

Euler の『無限解析序説』をみると、Euler は類推した推測の評価において三種類のことを示している。第一に、級数の和の計算結果と円周率の近似値が一致すること。第二に、同じ類推によって様々な無限級数の和が求められること。すなわち、ターゲットの $\sin x/x$ を無限級数展開した x^2 以外の項でも解と係数の関係から無限級数の和を求め、それらでも数値計算の結果が一致することを示している。第三に、無限級数展開できる他の超越方程式(三角方程式だけでなく指数方程式や対数方程式も含む)でも同様の類推を行い、様々な無限級数の和が求められることを示している。例えば、 $\cos x=0$ や $1 - \sin x=0$ 、 $\log(1-x)=0$ の左辺を無限級数展開し、解と係数の関係から無限級数の和を推測している。

Euler は、無限級数展開できる他の超越関数でも同様の類推を行って様々な無限級数の和を求め、計算結果が近似値と一致することを示している。こうして多くの性質を推測していることから、Euler は類推した推測を評価するために、有限次で成り立つ解と係数の関係が無限次でも成り立つという類比の可能性を確認しているようにみえる。

また、方法論的反証主義では、他の理論よりも多くの新事実を予言し、そのいくつかが検証されている理論が採用される。Euler の類推評価を方法論的反証主義の事例とみなすと、Euler が多くの新しい性質(無限級数の和)を見だし、近似値を計算して検証するのは、類比の可能性(多くの新事実を予言できること)を確認するためと解釈できる。

したがって、Euler は類推を評価するために、他の超越方程式でも写像する関係が成り立つかを調べることで類比の可能性を確認していると考えられる。

Euler の評価方法を Clement(2008)の方法と比較すると、どのような特徴が見えてくるであろう

うか。新たな対象を複数みつけてそこでも写像する関係が成り立つかを調べる点は両者の方法で共通している。しかし、Clement がベースを変形して新しい対象をみつけ調べているのに対して、Euler はターゲットの方を変形して、すなわち $\sin x$ を他の超越関数に変えて様々な超越方程式を対象とし、写像する関係が成り立つかを調べている。この違いを明確にするために、ベースから想起、変形して作られるベースと類似な対象をベース周辺の対象と呼び、ターゲットから想起、変形して作られるターゲットと類似な対象をターゲット周辺の対象と呼ぶ。すると、Clement は写像する関係が成り立つかをベース周辺で調べているのに対して、Euler はターゲット周辺の対象で調べているといったように、調べる対象の範囲が違ってくる。

このように Clement の方法と比較すると、Euler の方法にはターゲット周辺の対象を第三の対象とするという特徴があることが見えてくる。上で考察したように、Euler の方法で類比的な可能性を確認できるのは、写像する関係が成り立つかを調べる対象の範囲が既知のベース周辺ではなく未知のターゲット周辺であるためと考えられる。ターゲット周辺の未知の対象で写像する関係が成り立つかを調べるので新しい推測がみつき、類比的な可能性の確認につながるのである。

そこで、ターゲット周辺の複数の対象でベースからターゲットに写像する関係が成り立つかを調べることを、類推した推測を評価するために類比的な可能性を確認する方法とした。

(2) 導出した方法の有効性を検証する授業実践の考察

研究では導出した方法の有効性を検証するため、星形多角形の内角の和を類推する問題を用いた授業実践を附属中学校、公立小学校で行った。その授業実践では次のような姿を見取り、導出した方法が有効であることを例証した。すなわち、生徒たちはターゲット周辺の対象「3 飛びや 4 飛びの星形 n 角形」にも写像する関係を適用できることを調べることで、角の和が 180° である図形に分割する類比的な可能性を確認していた。そして、様々な星形 n 角形の角の和を説明できる可能性を有することから、その写像する関係はターゲット「2 飛び星形 n 角形」にも適用できるはずと評価していた。このような姿から生徒たちは理論的に導出した方法でベースや写像内容を評価していたと判断し、導出した方法は有効であったと結論付けた。

具体的には、授業実践では次のような生徒の姿が見られた。

類推では、今考えているターゲットと類似な対象をベースとして想起し、ベースで成り立つ関係をターゲットに写像し、関係がターゲットでも成り立つと推測する。角の和が $180(n-4)$ となる理由や理由を思いついた過程の記述、インタビューでの発言(155)から生徒は次のように類推したと考えた。

2 飛びの星形 n 角形をターゲットとし、角の和が $180 \times (n \text{ の式})$ と表現される類似性からベースとして n 角形を想起する。また、ベースでの三角形とターゲットでの星形 5 角形を対応する図形と捉え、それらを分割で基準となる図形とする。そうして基準となる図形に分割することをベースからターゲットに写像する。その結果、「星形 n 角形には、星形 5 角形が $n-4$ 個あることから、角の和は $180(n-4)$ 」となると推測する。

次に、評価過程について考察する。想定した評価では、まず写像する関係がターゲット周辺の複数の対象でも成り立つことを調べることで、類比的な可能性を確認する。そして、そのような可能性を有することから、写像する関係はターゲットにも適用できるはずと評価する。教材に即して言えば、まず角の和が 180° の図形に分割することが他の飛び方の星形 n 角形に適用できることを調べることで、星形 n 角形でも n 角形と同様に和が 180° の図形に分割するという類比的な可能性を確認する。そして、様々な星形 n 角形の角の和の理由を説明できる可能性を有することから、角の和が 180° の図形に分割する方法はターゲット「2 飛びの星形 n 角形」にも適用できるはずと評価する。

授業では、類推した推測を評価するために、教師が星形 5 角形に分割する考え方はどんな星形多角形でも使ってよいのかという反対意見を提示した。すると、生徒たちは類推した推測を評価する必要性に迫られる一方で、どうすればよいか分からず困っていた。

そこで教師が介入すると、角の和が 180° の図形に分割して角の和を説明することがいろいろときに使える有効な方法であるかを調べるために、方法が使える例を探し始めた。そして、角の和が 180° となる図形を探して 3 飛びの星形 7 角形と 4 飛びの星形 9 角形をみつけたうえで、分度器で測定して 3 飛びと 4 飛びの星形 n 角形の角の和が 180 の倍数となることを確かめていた。このように、まず角の和が 180° となる図形を探し、ターゲット周辺の対象として 3 飛びや 4 飛びの星形 n 角形をみつけ、それらの角の和が $180 \times (n \text{ の式})$ で表せることを確かめていた。

生徒はそうしてみつけたターゲット周辺の対象にも写像する関係を適用できることを調べていた。すなわち、3 飛びと 4 飛びの星形 n 角形の角の和も説明できることの検証を通して、角の和が 180° の図形に分割する方法がそれらにも適用できる有効な方法であることを調べていた。

実際、調べた後の生徒の発言からは、ターゲット周辺の対象「3 飛びや 4 飛びの星形 n 角形」にも 180° の図形に分割する方法を適用できることが分かり、同様に類推していけば他の飛び方の場合でも角の和を説明できるという見通しを得ていたことがうかがえた。このため、生徒たちは調べることによって、角の和が 180° である図形に分割するという類比的には、様々な星形 n 角形の角の和を説明できる可能性があることを確認していた。

以上のように、生徒はまずターゲット周辺の対象「3 飛びや 4 飛びの星形 n 角形」にも写像する関係「角の和が 180° の図形に分割すること」を適用できることを調べ、星形 n 角形でも n 角形と同様に和が 180° である図形に分割するという類比的な可能性を確認していた。そして、様々

な星形 n 角形の角の和を説明できる可能性を有することから、写像する関係はターゲット「2 飛びの星形 n 角形」にも適用できるはずと評価していた。

このため、導出した方法で類比の可能性を確認することが類推した推測を評価するために有効であることを授業実践を通して例証することができたと考える。

<参考文献>

Clement, J. (2008). Creative Model Construction in Scientists and Students; The Role of Imagery, Analogy, and Mental Simulation. NY: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6712-9>

レオンハルト・オイラー (2001) . オイラーの無限解析 . 高瀬正仁訳 . 海鳴社 .

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 11件）

1. 著者名 中川裕之	4. 巻 10
2. 論文標題 学校数学における課題設計原理の開発の実際 証明のよみから命題の発見につなげる活動に焦点を当てて	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第10回春期研究大会論文集	6. 最初と最後の頁 157-164
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 榎本哲士, 中川裕之, 佐々祐之	4. 巻 10
2. 論文標題 数学教育の内容・領域に固有な非認知能力に対する教師の評価: 算数科の領域「数と計算」における評価の特徴	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第10回春期研究大会論文集	6. 最初と最後の頁 29-46
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 中川裕之	4. 巻 55
2. 論文標題 類推に拠る問題解決における適応の様相に関する一考察 - 中学生の解法の捉え方の変容に着目して -	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第55回秋期研究大会発表集録	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 丸山圭貴, 中川裕之	4. 巻 44(2)
2. 論文標題 類推的ずらしを用いた数学の問題解決における適応過程の分析と考察	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 大分大学教育学部研究紀要	6. 最初と最後の頁 195-208
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 中川裕之	4. 巻 8
2. 論文標題 数学教育の内容・領域に固有な非認知能力に対する教師による子どもの評価：中学校数学における「数学全般」に関する調査結果の考察	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第8回春期研究大会論文集	6. 最初と最後の頁 209-216
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 吉川厚, 中川裕之	4. 巻 8
2. 論文標題 数学教育の内容・活動に固有な非認知能力に対する教師による子どもの評価：調査と分析の方法	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第8回春期研究大会論文集	6. 最初と最後の頁 205-208
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 中川裕之	4. 巻 54
2. 論文標題 類推した推測を評価する方法に関する研究 類比の可能性を確認するEuler の手法を手がかりとして	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第54回秋期研究大会発表集録	6. 最初と最後の頁 9-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 和田信哉, 上ヶ谷友佑, 影山和也, 中川裕之, 山口 武志	4. 巻 27(1)
2. 論文標題 平方根の授業における考察対象の進化論的発展の様相	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 全国数学教育学会誌数学教育学研究	6. 最初と最後の頁 15-32
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Fujita Taro, Nakagawa Hiroyuki, Sasa Hiroyuki, Enomoto Satoshi, Yatsuka Mitsunori, Miyazaki Mikio	4. 巻 -
2. 論文標題 Japanese teachers' mental readiness for online teaching of mathematics following unexpected school closures	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Journal of Mathematical Education in Science and Technology	6. 最初と最後の頁 1~20
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/0020739X.2021.2005171	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 上ヶ谷友佑, 和田信哉, 中川裕之, 影山和也, 山口武志	4. 巻 44(3)
2. 論文標題 数学の授業における考察対象の存在論的様相の分析方法論 構成主義と記号論の相補的利用	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本教科教育学会誌	6. 最初と最後の頁 29-42
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 中川裕之, 佐々祐之, 榎本哲士	4. 巻 7
2. 論文標題 数学教育の内容・活動に固有な非認知的スキルに対する教師による評価: 「正の数・負の数」に関する調査結果の考察	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第7回春期研究大会論文集	6. 最初と最後の頁 255-263
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 宮崎樹夫, 茅野公穂, 中川裕之, 吉川厚, 清水静海, 岩永恭雄	4. 巻 7
2. 論文標題 数学教育の内容・活動に固有な非認知的スキルに対する教師による評価: 中学校数学における「探究的証明」に関する調査結果の考察	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第7回春期研究大会論文集	6. 最初と最後の頁 271-276
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 宮崎樹夫, 吉川厚, 中川裕之, 藤田太郎, 清水静海, 岩永恭雄	4. 巻 44
2. 論文標題 科学教育の内容・プロセスに固有な非認知的スキルの教師による評価：評価を多層化する方法の提案	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本科学教育学会年会論文集	6. 最初と最後の頁 537-538
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 中川裕之	4. 巻 597
2. 論文標題 関数の考えを育む授業 中学校数学科「関数」領域とのつながりをふまえて	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 新しい算数研究	6. 最初と最後の頁 20-23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 中川裕之	4. 巻 53
2. 論文標題 ターゲット周辺の対象で写像内容の成立を調べる方法による類推した推測の評価について	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本数学教育学会第53回秋期研究大会発表集録	6. 最初と最後の頁 349-352
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 和田信哉, 上ヶ谷友佑, 中川裕之, 影山和也, 山口武志	4. 巻 26(2)
2. 論文標題 数学の授業における考察対象の存在論的様相の顕在化 Eulerの活動と数学の授業における考察対象の進化論的発展の対比を通して	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 全国数学教育学会誌数学教育学研究	6. 最初と最後の頁 31-43
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 中川裕之
2. 発表標題 数学教育の内容・領域に固有な非認知能力に対する教師による子どもの評価：中学校数学における「数学全般」に関する調査結果の考察
3. 学会等名 日本数学教育学会第8回春期研究大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 吉川厚, 中川裕之
2. 発表標題 数学教育の内容・活動に固有な非認知能力に対する教師による子どもの評価：調査と分析の方法
3. 学会等名 日本数学教育学会第8回春期研究大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 岩田 耕司, 吉川 厚, 中川裕之, 榎本哲士, 宮崎樹夫
2. 発表標題 数学教育の内容・領域に固有な非認知能力に対する教師による子どもの評価 - 非認知能力の評価を決定付ける媒介モデルの比較を通して -
3. 学会等名 日本科学教育学会第45回年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中川裕之
2. 発表標題 類推した推測を評価する方法に関する研究 類比の可能性を確認するEuler の手法を手がかりとして
3. 学会等名 日本数学教育学会第54回秋期研究大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中川裕之, 佐々祐之, 榎本哲士
2. 発表標題 数学教育の内容・活動に固有な非認知的スキルに対する教師による評価: 「正の数・負の数」に関する調査結果の考察
3. 学会等名 日本数学教育学会第7回春期研究大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 宮崎樹夫, 茅野公穂, 中川裕之, 吉川厚, 清水静海, 岩永恭雄
2. 発表標題 数学教育の内容・活動に固有な非認知的スキルに対する教師による評価: 中学校数学における「探究的証明」に関する調査結果の考察
3. 学会等名 日本数学教育学会第7回春期研究大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 宮崎樹夫, 吉川厚, 中川裕之, 藤田太郎, 清水静海, 岩永恭雄
2. 発表標題 科学教育の内容・プロセスに固有な非認知的スキルの教師による評価: 評価を多層化する方法の提案
3. 学会等名 日本科学教育学会第44回年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 中川裕之
2. 発表標題 ターゲット周辺の対象で写像内容の成立を調べる方法による類推した推測の評価について
3. 学会等名 日本数学教育学会第53回秋期研究大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 影山和也, 上ヶ谷友佑, 和田信哉, 中川裕之, 山口武志
2. 発表標題 数学の授業における考察対象の在り方: 身体論 的視座からみた記号のクラスの変動分析
3. 学会等名 全国数学教育学会第53回研究発表会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 中川裕之	4. 発行年 2021年
2. 出版社 ミネルヴァ書房	5. 総ページ数 264
3. 書名 新しい算数教育の理論と実践 (溝口達也編著, 第7章第3節 (pp.147-154) を執筆)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------