

令和 6 年 6 月 21 日現在

機関番号：12501

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K02904

研究課題名（和文）問題設定における議論の蓋然性と多様性に着目した証明活動の学習過程の構築と検証

研究課題名（英文）A study on students' learning processes of proving within the context of problem posing by focusing on probability and diversity of argumentation

研究代表者

辻山 洋介 (Tsujiyama, Yosuke)

千葉大学・教育学部・准教授

研究者番号：10637440

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究は「問題設定における議論の蓋然性と多様性に着目した証明活動の学習過程とは何か」という問いについて理論と実践の両面から考察を行った。その結果、出発点の命題の証明、新たな問題の設定、その問題の解決、理由の把握からなる学習過程を構築した。そして、小・中学校における実践を通して、学習過程の有効性の検証と洗練を行うとともに、証明を含みより広く「理由の説明」に拡張した学習過程の可能性を提示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の成果の学術的意義は、証明活動を問題設定の文脈に位置付けることで、創造的・社会的な過程として証明活動を実現する手立てを明らかにしたこと、並びに、議論の蓋然性と多様性に着目することで、同じことが成り立つ場合と成り立たない場合（不具合）の両方に焦点を当てた学習過程を構築した点にある。実践上の意義は、「問題発見・解決の過程」を重視した深い学びを、証明という算数・数学科の中核的な内容に応じて実現する手立てを、出発点の命題の証明、新たな問題の設定、その問題の解決、理由の把握からなる学習過程の形で提示した点にある。

研究成果の概要（英文）：This study examined the question, "What is the learning process of proving focusing on the probability and diversity of argumentation in mathematical problem setting?" from both theoretical and practical perspectives. As a result, we developed a learning process that consisted of proving a starting proposition, posing a problem, solving the problem, and understanding the reasons. Through practice in elementary and junior high schools, this study verified the effectiveness of the learning process and refined it, and presented the possibility of a learning process that extends proofs to "various explanations".

研究分野：数学教育学

キーワード：問題設定 議論 argumentation 証明 証明活動 proving 学習過程 説明

1. 研究開始当初の背景

児童・生徒(以下では生徒と表す)が自立的・協働的に証明問題の発見・解決に取り組む活動の重要性が指摘されているが、その活動を学校数学の学習場面で実現する具体的な方法は明らかにされていない。この状況に対し、問題設定の文脈における証明活動の位置付け、議論の凱旋生徒多様性への着目を背景として研究を構想した。

(1) 問題設定の文脈における証明活動の位置付け

数学教育学研究では、「証明と証明活動(proof and proving)」というように証明の過程が重要視され、証明の構想、構成、検討、活用にかかわる生徒の取り組みが分析されている。しかし、創造的・社会的な過程として証明活動を実現する方法は明らかにされていない。そこで本研究は、証明活動を問題設定(problem posing)の文脈に位置づけることにした。

(2) 議論の蓋然性と多様性への着目

問題設定における証明活動の学習過程を構築するために、本研究は議論(argumentation)を研究上の視点として採用した。特に、議論の蓋然性と多様性に着目することにより、出発点の命題と、後に設定する問題とを比較する際に、同じことが成り立つ部分と成り立たない部分の両面に着目する過程に焦点を当てることが可能になることを期待した。

(3) 問い

以上の背景から、本研究は「問題設定における議論の蓋然性と多様性に着目した証明活動の学習過程とは何か」という問いを設定し、その問いについて概念分析を中心とした理論的な検討と、小・中学校における授業の実践と分析を中心とした実践的な検討の両面から、研究を行うことにした。

2. 研究の目的

前述の問いを解決するために、次の二点を達成することを目的とした。

- ・問題設定における議論の蓋然性と多様性に着目した証明活動の学習過程を構築する。
- ・構築した学習過程を小学校及び中学校の題材に即して具体化して実践し、その結果を質的に分析することによって、学習過程の有効性を検証する。

3. 研究の方法

前述の研究目的のうち一点目を達成するために、本研究は「理論的考察による学習過程の立案」「調査の計画・実施」「調査の分析」「学習過程の再検討」のサイクルを繰り返しながら研究を進めた。

調査の計画・実施については、中学校数学科では証明学習の中心である「数と式」と「図形」領域に、小学校算数科では「理由の説明」が学習内容として位置付けられる単一の授業あるいは数時間の授業系列を対象を絞った。中学校における「関数」と「データの活用」領域についての検証と、小学校における単元や領域にわたる検証は本研究の射程外とした。

研究開始前に予想していなかった事態として、新型コロナウイルス感染症の影響があった。本研究は令和2～5年度実施であったため、研究開始からその影響を受け、各年度の計画を大幅に変更しながら研究を遂行した。具体的には、予備調査や本調査の実施時期を変更したこと、研究打合せや専門的知識の提供をオンラインで行う形に変更したこと、各種学会の中止や延期、紙面発表やオンライン開催への変更に伴い、研究資料収集・研究成果発表の時期や方法を変更したことが挙げられる。他方で、当初から理論的考察と実践的考察の両面で行うことを想定していたことにより、実践的考察が難しい時期には理論的考察の割合を増やすこと、実践的考察が可能な時期にはその反対にすること等での対応が可能であった。また、研究費が基金化されていたことにより、オンラインミーティング機器等に当てる物品費と学会参加等の旅費に当てる旅費とを、年度を超えて調整すること等の対応が可能であった。結果的には、各年度の研究内容や調査実施学校、研究資料収集や成果発表の場は当初の予定から変更したものの、研究全体には大きな支障がない形で研究を遂行していくことができた。

4. 研究成果

(1) 問題設定における議論の蓋然性と多様性に着目した証明活動の学習過程の構築

主に令和2～4年に実施した研究であり、令和4年には日本科学教育学会における「課題研究」に採択され、研究分担者・研究協力者とともに4件の発表を行った。そのうち1件(加藤・辻山・柴田, 2022)において、日本科学教育学会年会発表賞を受賞した。

学習過程の構築においては、まず、先行研究の知見の整理と概念分析をもとに、問題設定における証明の活用に着目した学習過程を暫定的に構成した(表1)。具体的には、Brown & Walter (2005) が提示した問題設定の主な方略(出発点を選ぶこと、属性を挙げること、What-If-Notを問うこと、問いをもち問題を設定すること、問題を分析すること)をベースにしつつ、具体事例についての文献解釈をもとに「問題を分析すること」の過程を精緻化するとともに、その過程を問題設定、証明活動、議論に関する先行研究の知見をもとに検討することによって、表1の学習

表1 暫定的な学習過程

活動1 (証明)	出発点の命題が「真であること」を証明する
活動2 (問題の設定)	出発点の命題の属性を挙げ、属性の一部に着目して What-If-Not を問い、問題を設定する
活動3 (問題の解決)	出発点の命題と設定した問題とを比較しながら、出発点の命題の証明を活用して、設定した問題を解決する
活動4 (理由の把握)	出発点の命題と設定した問題とを比較しながら、出発点の命題の証明を活用して、出発点の命題が「なぜ真であるのか」を把握する

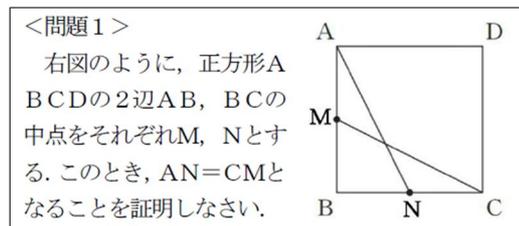


図1 問題1

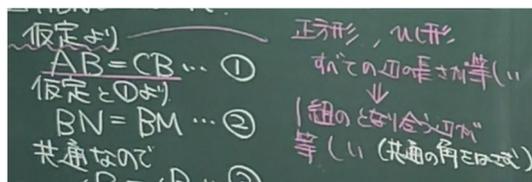


図2 理由の把握

過程を暫定的に構成した。

その上で、中学校数学科「図形」領域における検証のため、図1の問題1を出発点の問題とした授業を実践し、その分析を行い、また小学校算数科において実践を行い、さらに指定討論に基づく議論を行った。これらの考察を通じて、表1の学習過程について一定の実現可能性を例証するとともに、研究上の可能性と課題として、学習過程における「証明の位置付け」「証明の活用の意味」「理由を把握すること(図2)の意義」についてより精緻な検討が必要であることが明確になった。

(2) 小・中学校における実践とその分析による学習過程の有効性の検証、洗練、拡張

これらの可能性と課題をもとに研究を進め、令和5年度には日本科学教育学会における「課題研究」に再び採択され、研究分担者・研究協力者とともに4件の発表を行った。中でも、中学校数学科「図形」領域では、特に「証明の活用とは具体的に何であるか」「証明にどの程度の厳密さが必要であるか」について、文献研究と教材研究の両面から考察を進めた。そして、表1の活動3(問題の解決)における「出発点の命題の証明を活用すること」の側面として、図3の3点(真偽判断、調整、洗練)に着目するとともに、この3点にかかわる生徒の思考を顕在化し分析するための授業を構想し実践した。この実践を通じて、表1における「証明の活用」を洗練するとともに、学習過程の有効性を検討することができた。

- ・【証明の活用1(真偽判断)】 設定した問題において、出発点の命題と同じ結論が成り立つかどうかを確かめるために、証明と照らし合わせる側面
- ・【証明の活用2(調整)】 出発点の命題と同じ結論が成り立つ問題を設定するために、証明が適用できるよう仮定を調整する側面
- ・【証明の活用3(洗練)】 出発点の命題と同じ結論が成り立つ問題を設定するために、適用範囲を広げられるよう証明を洗練する側面

図3 証明の活用の側面

「数と式」領域では、「証明よりも広く、説明を活用する形であっても、同様の過程が実現可能であるか」について考察を進めた。そして、塵劫記における盗人算とその「法」を題材として、表1における「証明」を「方程式による説明」に拡張した形での学習過程を実現する授業を構想し実践した。この実践を通じて、問題設定において「方程式による説明」を活用し、出発点の問題(盗人算)が法で解ける理由を把握するという形で、同様の学習過程を実現する可能性を提示することができた。この可能性は、研究開始当初に想定していたことではなく、令和4年度までの研究から得た可能性と課題をもとに、令和5年度の研究を進めたことによって得られたものである。

以上のように、本研究は、理論的検討と実践的検討のサイクルを繰り返しながら考察を進めた。令和4年度までに学習過程を暫定的に構成し、授業を構想・実践・分析を行い、その分析をもとに令和5年度に学習過程の有効性の検証に加え、学習過程の洗練を行い、さらに考察の幅を広げ学習過程を拡張する可能性を提示することができた。研究目的に対して、当初に予定していた研究成果の質や意義を担保しつつ、研究上の新たな課題を明確にすることができた。

<引用文献>

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005): The art of problem posing (3rd edition), Lawrence Erlbaum Associates.
 加藤幸太・辻山洋介・柴田義之(2022). 数学的問題設定における証明の活用に着目した中学校数学科授業の設計と実践:「図形の合同」における授業の概要.『日本科学教育学会 第46回年会論文集』, 270-273.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 辻山洋介・垣野内将貴・佐久間淳一	4. 巻 46(2)
2. 論文標題 数学的問題設定における証明の活用の様相：「数と式」の授業における生徒の問題設定の過程	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 日本科学教育学会誌『科学教育研究』	6. 最初と最後の頁 187～208
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14935/jssej.46.187	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Taro Fujita, Hiroyuki Nakagawa, Hiroyuki Sasa, Satoshi Enomoto, Mitsunori Yatsuka, Mikio Miyazaki	4. 巻 Latest articles
2. 論文標題 Japanese teachers' mental readiness for online teaching of mathematics following unexpected school closures	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Journal of Mathematical Education in Science and Technology	6. 最初と最後の頁 1-20
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/0020739x.2021.20	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 青山和裕, 辻山洋介, 小松孝太郎, 永田潤一郎, 吉川厚	4. 巻 46(1)
2. 論文標題 教師による生徒の非認知的スキルの評価要因に関する研究：中学校数学科「データの活用」領域における調査結果の考察	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 日本科学教育学会誌『科学教育研究』	6. 最初と最後の頁 91-103
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14935/jssej.46.91	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Reid, D., Shinno, Y., Komatsu, K., & Tsujiyama, Y.	4. 巻 1
2. 論文標題 Toulmin analysis of meta-mathematical argumentation in a Japanese grade 8 classroom	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education	6. 最初と最後の頁 251-259
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計17件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 辻山洋介・榎本哲士・青山和裕・山崎美穂・吉川厚
2. 発表標題 小学校算数科に固有な非認知能力と認知能力の関係：教師による非認知能力の評価と学力テストの結果の考察
3. 学会等名 日本教科教育学会 第49回全国大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 辻山洋介・木暮亮太
2. 発表標題 数学的問題設定における証明の活用に着目した授業設計に関する研究の課題と展望
3. 学会等名 日本科学教育学会 第47回年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 加藤幸太・辻山洋介
2. 発表標題 数学的問題設定における証明の活用に着目した中学校数学科授業の設計と実践：図形領域での「仮定を変えても同じ結論が成り立つか」の探究における証明の活用の実際
3. 学会等名 日本科学教育学会 第47回年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 東平幸・榎本哲士・四之宮暢彦・藤崎文
2. 発表標題 問題設定における方程式の活用に着目した中学校数学科授業の設計と実践：塵劫記の「法」の意味と理由の追究
3. 学会等名 日本科学教育学会 第47回年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 島田英昭・榎本哲士・林寛平・吉川厚・宮崎樹夫
2. 発表標題 小学校4～5年生における社会情動能力と国語・算数の成績の関係
3. 学会等名 日本教科教育学会 第49回全国大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 柴田義之・四之宮暢彦・小泉泰彦・垣野内将貴
2. 発表標題 数学的問題設定における証明の活用に着目した中学校数学科授業の設計と実践：「図形の合同」における作図の証明についての授業の概要
3. 学会等名 日本科学教育学会 第47回年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Tsujiyama, Y., & Kato, K.
2. 発表標題 Researcher-and-teacher's collaborative work on developing task design principles in school geometry in Japan
3. 学会等名 International Research Seminar on Argumentation and Proof in Mathematics Education from Cultural and Linguistic Perspectives
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 辻山洋介・加藤幸太
2. 発表標題 学校数学における課題設計原理の開発の実際：図形の求答問題をもとにした数学的探究に焦点を当てて
3. 学会等名 日本数学教育学会 第10回春期研究大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 辻山洋介
2. 発表標題 数学的問題設定における証明の活用に着目した授業設計の枠組み
3. 学会等名 日本科学教育学会 第46回年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 加藤幸太・辻山洋介・柴田義之
2. 発表標題 数学的問題設定における証明の活用に着目した中学校数学科授業の設計と実践：「図形の合同」における授業の概要
3. 学会等名 日本科学教育学会 第46回年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 野田裕行・四之宮暢彦
2. 発表標題 問題設定における手順の説明の活用に着目した小学校算数科授業の設計と実践：「縮図や拡大図」における授業の概要
3. 学会等名 日本科学教育学会 第46回年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 榎本哲士・木暮亮太
2. 発表標題 数学的問題設定における証明の活用に着目した中学校数学科授業の分析：Cyclingを視点として
3. 学会等名 日本科学教育学会 第46回年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 榎本哲士・西村圭一・清水宏幸・中逸空
2. 発表標題 代数的思考におけるAcceptance of Lack of Closure の機能
3. 学会等名 日本数学教育学会 第55回秋期研究大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 辻山洋介
2. 発表標題 小学校教師の数学授業のレキシコンに関する調査：「課題提示」を例に
3. 学会等名 日本数学教育学会 第9回春期研究大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 榎本哲士
2. 発表標題 数学教育の内容・領域に固有な非認知能力に対する教師による評価：中学校数学における「正の数・負の数」に関する調査結果の考察
3. 学会等名 日本数学教育学会 第9回春期研究大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 辻山洋介, 榎本哲士
2. 発表標題 S. I. ブラウンとM. I. ワルターにみる数学的問題設定の意味：証明を活用した問題分析に焦点を当てて
3. 学会等名 日本科学教育学会2020年度第5回研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 辻山洋介, 垣野内将貴, 佐久間淳一
2. 発表標題 問題設定において中学生は証明をどのように活用するか: 「数と式」における実践
3. 学会等名 日本科学教育学会2020年度第3回研究会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計6件

1. 著者名 清水美憲 他(編著), 榎本哲士 他(著)	4. 発行年 2023年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 157
3. 書名 これからの算数科教育はどうあるべきか	

1. 著者名 辻山洋介	4. 発行年 2021年
2. 出版社 協同出版	5. 総ページ数 201
3. 書名 偶数奇数の指導系統における学習課題. 磯田正美, 影山和也(編著), 『新・教職課程演習 第19巻 中等数学科教育』(pp. 161-164)	

1. 著者名 辻山洋介	4. 発行年 2021年
2. 出版社 協同出版	5. 総ページ数 201
3. 書名 小学校算数と中学校数学での方程式の解き方の違い. 磯田正美, 影山和也(編著), 『新・教職課程演習 第19巻 中等数学科教育』(pp. 165-167)	

1. 著者名 辻山洋介	4. 発行年 2021年
2. 出版社 協同出版	5. 総ページ数 201
3. 書名 微積分に至る関数の指導系統における学習課題. 磯田正美, 影山和也 (編著), 『新・教職課程演習 第19巻 中等数学科教育』 (pp. 168-170)	

1. 著者名 辻山洋介	4. 発行年 2021年
2. 出版社 協同出版	5. 総ページ数 201
3. 書名 図形における演繹的推論と帰納的推論の違い. 蒔苗直道, 松浦武人 (編) 『新・教職課程演習 第13巻 初等算数科教育』 (pp. 37-38)	

1. 著者名 辻山洋介	4. 発行年 2021年
2. 出版社 協同出版	5. 総ページ数 201
3. 書名 見積りや概数の指導. 蒔苗直道, 松浦武人 (編) 『新・教職課程演習 第13巻 初等算数科教育』 (pp. 69-70)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	榎本 哲士 (Enomoto Satoshi) (60758811)	信州大学・学術研究院(教育学系)・講師 (13601)	代数的アプローチによる学習過程の有効性の検証, 中学校「数と式」領域における本調査の計画・実施の補助・分析

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------