

令和 5 年 6 月 27 日現在

機関番号：52501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2020～2022

課題番号：20K03140

研究課題名(和文) 数学的概念の本質的理解を促進する探求型HTML教材の開発およびその入力方式の調査

研究課題名(英文) Development of exploratory HTML teaching materials that promote essential understanding of mathematical concepts, and investigation of those input method

研究代表者

山下 哲 (Yamashita, Satoshi)

木更津工業高等専門学校・基礎学系・教授

研究者番号：40259825

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文)：統合型教材作成システムKeTCindyを用いて、基本的な数学的概念の本質を理解させるような探求型HTML教材の開発を進めた。幾何点やスライダーを移動させる入力だけでは本質を見極める微妙な変化に対応できないため、数値や数式の入力も併用することにより、微妙な変化まで観察できるよう改良できた。また、数式による入力を繰り返し行うことにより、入力ミスを軽減できることが確認できた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

日本における数学教育は知識偏重型から論理的思考型へ移行しているが、新しい教育方法に準拠した教材が開発されていない。特に、数学的概念の本質を理解させることが重要となるが、この本質的理解を促進する探求型教材がほとんどない。本研究で開発した探求型HTML教材は、学生個人がスマートフォンやタブレット等で自由を使用できるため、数学的概念の本質を学生個人のペースで探求でき、現状の教育改善に役立つといえる。

研究成果の概要(英文)：Using KeTCindy, an integrated teaching material creation system, we have developed inquiry-type HTML teaching materials that help students understand the essence of basic mathematical concepts. Since it is not possible to respond to subtle changes that identify the essence simply by inputting geometric points or moving sliders, we improved the system so that even subtle changes can be observed by entering numerical values and formulas. In addition, it was confirmed that input errors could be reduced by repeatedly inputting formulas.

研究分野：教育工学/数学教育

キーワード：探求型HTML教材 数学的概念 KeTCindy

1. 研究開始当初の背景

(1) 近年、学生の学びを知識偏重から主体的・対話的な深い学びへと移行するために、アクティブ・ラーニング型授業の実践が求められている。これまで、カレッジ級（大学初年級または高専）数学の授業では、講義一辺倒ではなく、演習を交えながら学生の主体的学習を促してきたが、数学的概念の難解さが学生の理解を阻み、せっかく演習しても形式的な利用だけに留まってしまうがちだった。そこで、数学的概念を本質的に理解させることはカレッジ級数学教育の最重要課題であり、これを実現するアクティブ・ラーニング型授業の実践が期待されている。このためには、数学的概念の本質的な理解を促進するような教材が必要不可欠であり、学生がスマートフォンやタブレットで操作できる探求型 HTML 教材の開発が望まれる。

(2) カレッジ級数学の教員は、独自の教材を作成する際、数式を含んだ文章を高品質な印刷物に仕上げる組版ソフト $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ をよく利用する。 $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ 文書に図を入れるには、画像ファイルの挿入が一般的であるが、 $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ と親和性の高い図を挿入するには高度な技術を要した。そこで、数学ソフトを援用し、 $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ と親和性の高い図を簡単に挿入できる数学ソフトのマクロパッケージ $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ （2014 年までは $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{p}_\text{i}_\text{c}$ ）を 2006 年から開発している（図 1 参照）。開発当初は Maple や Mathematica という有償の数学ソフトを援用していたが、2010 年以降、教員が安価に利用できる無償の数学ソフト Scilab を援用した。これにより、教員独自の高品質な授業用印刷教材が安価で容易に作成できるようになり、教材だけでなく、教科書など出版物の編集作業も効率的に行えるようになった。2012 年以降、PDF スライド作成機能、アニメーション（自動動画）作成機能、パラパラ動画（コマ送り動画）作成機能などが装備された。2014 年から、GUI（Graphic User Interface）として有効である動的幾何ソフト Cinderella のマクロパッケージ $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ となった。 $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ では、Cinderella から描画処理エンジンとなる Scilab を呼び出して利用する。この手法により、Scilab だけでなく、数式処理ソフト Maxima、統計処理ソフト R、C プログラミングなども呼び出して $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ で利用できるようになった（図 2 参照）。2016 年には、PDF スライドにアニメーションやパラパラ動画を挿入できるようになり、説明が必要な部分に音声ファイルも追加できるようになった。これにより、印刷配布物だけでなく、講義で使用する PDF スライドや LMS（Learning Management System）等

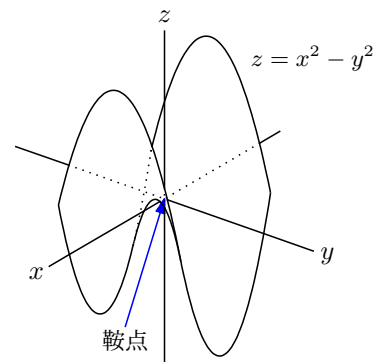


図 1. 極値をとらない点

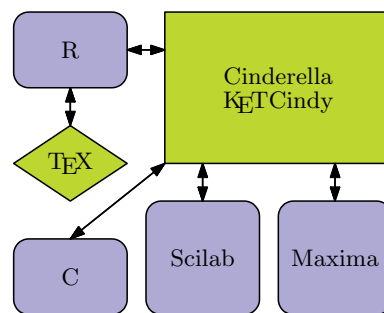


図 2. $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ システム概念図

（Github や教育用 SNS（Social Network Service）も含む）に載せる音声付き PDF スライドを作成できるようになり、反転授業などのアクティブ・ラーニング教材として有効に活用できるようになった。2018 年以降、処理の速さと安定性を求めて、描画処理エンジンを Scilab から R へ移行した。この頃までに、Cinderella に JavaScript で書かれた HTML ファイル生成機能 CindyJS が装備された。CindyJS で生成した HTML ファイルに $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ で作成した図表を追加する機能 $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ JS の開発が始まった。これにより、学生がスマートフォンやタブレットで利用できる HTML ファイルを LMS, Github, 教育用 SNS などで配布できるようになった。以上のことから、 $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ は、これからのアクティブ・ラーニング型授業を支援できる統合型教材作成システムであり、数学的概念の本質的な理解を促進する教材として、 $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ JS による HTML 教材が期待される。

2. 研究の目的

- (1) カレッジ級数学の單元ごとに、数学的概念の本質的な理解を促進する探求型 HTML 教材を作成する。
- (2) 数学的概念の本質的な理解を促進する探求型 HTML 教材の作成で必要とされる機能を $\text{K}_\text{E}_\text{T}_\text{C}_\text{i}_\text{n}_\text{d}_\text{y}$ JS に装備する。
- (3) 作成した探求型 HTML 教材による理解度・利便性・入力方式の的確性などについて調査する。
- (4) 完成した探求型 HTML 教材を作成テンプレートも含めて公開する。

3. 研究の方法

- (1) カレッジ級数学の單元ごとに、数学的概念の本質的な理解を促進する探求型 HTML 教材を KeTCindyJS で作成し、授業で使用しながら改善する。
- (2) 研究の方法 (1) で必要とされる機能を KeTCindyJS に装備する。
- (3) アンケートや小テスト等を実施して、(1) で作成した探求型 HTML 教材による理解度・利便性・入力方式的確信などについて調査する。
- (4) KeTCindyJS による教材作成に関する web サイトを立ち上げ、完成した探求型 HTML 教材を作成テンプレートも含めて公開する。

4. 研究成果

- (1) 2020 年 8 月までは、これまで担当してきた科目（基礎数学、微分積分、線形代数、応用数学）の中から理解しづらいと思われる單元について探求型 HTML 教材を KeTCindyJS で作成した。例えば、2 次曲線の離心率や有限フーリエ級数などの探求型 HTML 教材を作成した。ネピアの数 e の近似値を求める HTML 教材について 2 種類の探求型 HTML 教材を作成した。1 つは、スライダーで動かし、ある程度の近似値を確定し、さらに正確な近似値を入力させる教材である。もう 1 つは、アニメーションで近似値が近づいたら止めて確定させる教材である。前者の教材の方が好評だったが、スライダーと数値入力のどちらが適しているかは不明だった。

9 月から研究分担者として阿部を追加し、担当を分担しながら共同研究を開始した。山下は、区分求積法と固有値・固有ベクトルに関する探求型 HTML 教材を検討し、区分求積法を理解させる探求型 HTML 教材を開発した。分割数を入力すると描画され、定積分の下限値と上限値を表示するという教材である。分割数を増やすと、下限値と上限値の差が少なくなることが観察できる。また、一般特別セミナーで「KeTCindy で数学探求教材を作ろう」という講座を担当し、受講学生に探求型 HTML 教材を作成させ、その目的と使い方を記した HP を作成させた。

阿部は、鈍角の三角比と三角比の公式に関する探求型 HTML 教材を検討し、鈍角の三角比を求める手続き型チェックシートを作成し、授業で使用した。アンケート結果から、動径の位置は正しかったが、座標や符号の間違ひが多かった。さらに、阿部は、 $-\theta, \theta + \pi, \frac{\pi}{2} - \theta, \pi - \theta$ などの三角比を理解させる HTML 教材を開発し、授業で使用した。アンケートの結果から、 $\frac{\pi}{2} - \theta$ の三角比が理解しづらいことが判明した。HTML 教材を使用したクラスと使用しなかったクラスを比較すると、使用したクラスでは正解率が上がった。

- (2) 2021 年度は、2020 年度に積み残した課題を精査した。山下は、ネピアの数 e の近似値を求める HTML 教材に改良を加えて、「数学教員のための HTML 教材」という web サイト

<https://sattch.github.io/math-lab/>

を作成し掲載した。web サイトは中学・高校用と大学・高専用に分けて、科目の單元ごとに整理した。また、区分求積法を理解させる探求型 HTML 教材を改良し web サイトに掲載した。2022 年 3 月に開催された第 4 回数学教育セミナー「 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ による教材作成」で昨年度実施した一般特別セミナーの実践事例報告を行った。

阿部は、 $-\theta, \theta + \pi, \frac{\pi}{2} - \theta, \pi - \theta$ などの三角比を理解させる HTML 教材のデータを精査した結果、 $-\theta$ と $\frac{\pi}{2} - \theta$ の三角比で事前テストより事後テストの正解率が上がったことに有意差が得られた。また、この成果を 2021 年 8 月の RIMS 研究集会「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」で発表し、京都大学数理解析研究所講究録に掲載された。

- (3) 2022 年度は、2021 年度までの研究成果を学会、研究会などで報告した。山下は、web サイト「数学教員のための HTML 教材」の内容を精査し、改良を加えて掲載し直した。昨年度 3 月に第 4 回数学教育セミナー「 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ による教材作成」で発表した 2020 年度一般特別セミナーの実践事例報告について城西大学数学科数学教育紀要（査読付）に掲載された。

阿部は、 $-\theta, \theta + \pi, \frac{\pi}{2} - \theta, \pi - \theta$ などの三角比を理解させる HTML 教材の成果に加えて、グラフの拡大・縮小を理解させる HTML 教材について得られた成果を追記し、日本数学教育学会高専・大学部会論文誌に掲載された。

(4) 研究の目的(1)~(3)については、特定の科目や特定の単元に絞って探求型HTML教材を開発し、その入力方式について調査した。入力方式については、スライダーよりも数値・数式入力方式が妥当であるとの結果が得られた。一方、阿部は、基本公式や基本定理の定着を高めるHTML教材の開発に工夫を重ね、実験授業を行い、HTML教材による効果測定方法を開発した。研究の目的(4)については、webサイト「数学教員のためのHTML教材」で公開済みである。

最後に、今後の課題を列挙する。

- カレッジ級数学の全ての単元について、数学的概念の本質的な理解を促進する探求型HTML教材をK_ET CindyJSで作成し、webサイト「数学教員のためのHTML教材」で公開する。
- 探求型だけでなく、基礎定着型HTML教材の開発にも着手し、webサイトで公開する。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

| | |
|---|--------------------------|
| 1. 著者名 Setsuo Takato, Naoki Hamaguchi, Kouzi Nishiura, Satoshi Yamashita | 4. 巻 1 |
| 2. 論文標題 Creating Various Materials for Remote Lectures with TeX, KeTCindy and Computer Algebra Systems | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 ACA 2021 Book of Abstracts | 6. 最初と最後の頁 pp.115-118 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|---------------------|
| 1. 著者名 山下哲 | 4. 巻 27 |
| 2. 論文標題 KeTCindyによる数学教材作成について - 一般特別セミナーの実践報告から - | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 日本数学教育学会高専・大学部会論文誌 | 6. 最初と最後の頁 46-47 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

〔学会発表〕 計5件（うち招待講演 0件/うち国際学会 1件）

| |
|----------------------------------|
| 1. 発表者名 山下哲 |
| 2. 発表標題 高専数学における授業設計の転換に関する検討 |
| 3. 学会等名 日本数学教育学会 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 山下哲, 小澤健志, 加田謙一郎, 原口治, 武長玄次郎, 小泉卓也, 稗田吉成, 丹羽隆裕, 北野健一 |
| 2. 発表標題 一般科目の効果的AL教育法の開発 |
| 3. 学会等名 日本高専学会 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 阿部孝之, 山下哲 |
| 2. 発表標題 探求型HTML教材の教育利用とその効果について |
| 3. 学会等名 京都数理解析研究所共同研究(公開型)「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Setsuo Takato, Naoki Hamaguchi, Kouji Nishiura, Satoshi Yamashita |
| 2. 発表標題 Creating Various Materials for Remote Lectures with TeX, KeTCindy and Computer Algebra Systems |
| 3. 学会等名 Applications of Computer Algebra 2021(国際学会) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 山下哲 |
| 2. 発表標題 KeTCindyによる数学教材作成について - 一般特別セミナーの実践報告から - |
| 3. 学会等名 第4回数学教育セミナー「TeXによる教材作成」 |
| 4. 発表年 2022年 |

〔図書〕 計2件

| | |
|--|-----------------|
| 1. 著者名 高遠 節夫、山下 哲、濱口直樹、赤池祐次、阿部孝之、中川英則、松宮篤 | 4. 発行年 2022年 |
| 2. 出版社 大日本図書 | 5. 総ページ数 180 |
| 3. 書名 新微分積分I 改訂版 | |

| | |
|--|-----------------|
| 1. 著者名 高遠 節夫、前田 善文、山下 哲、赤池 祐次、岡崎 貴宣、西浦 孝治、野澤 武司、瀧口 直樹 | 4. 発行年 2021年 |
| 2. 出版社 大日本図書 | 5. 総ページ数 270 |
| 3. 書名 新基礎数学 改訂版 | |

〔産業財産権〕

〔その他〕

| |
|---|
| 数学教員のためのHTML教材 https://sattch.github.io/math-lab/ |
|---|

6. 研究組織

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|-------|---|---|----|
| 研究分担者 | 阿部 孝之 (Abe Takayuki) (70396274) | 木更津工業高等専門学校・基礎学系・准教授 (52501) | |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| | |
|---------|---------|
| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|