

令和 5 年 6 月 16 日現在

機関番号：13902

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2020～2022

課題番号：20K03206

研究課題名(和文) ICTを利用した数理的探究の教材開発と授業実践

研究課題名(英文) mathematical inquiry with ICT : development of topics and lesson study

研究代表者

飯島 康之 (Iijima, Yasuyuki)

愛知教育大学・教育学部・教授

研究者番号：30202815

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：「ICTを利用した数理的探究」において探究のサイクルが回るための原動力を明確にすることに注目して、数種類のタイプのケーススタディやその教材開発を行うとともに、その中にいくつかに関して授業研究を行った。また、コロナ禍やそれに対応するさまざまな変化(ソフト・ハードの進展や教育現場への普及状況)に対応して、(主としてGCを使った授業に関する)授業実践のための新しいノウハウを確立や、リモート環境における授業観察・研究も適切に行えるようにするためのノウハウの確立と実施も伴って行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

GIGAスクール構想の前倒しなどにより、学校でのICT環境は小～高にわたって劇的に変化した。「習得・活用・探究」を考えたとき、特に探究の観点での教材開発や授業設計のノウハウが足りないのが数学教育学での現状である。これまでの蓄積をもとに動的幾何ソフトGCに関わる探究のサイクルを進めていくダイナミズムや実践でのノウハウをまとめ、今後の研究への礎石をつくったことと、自然現象やweb上のリソースを利用した数理的探究のサイクルで登場する、他の要因に関してケーススタディを中心に明らかにしている。

研究成果の概要(英文)：Based upon case-studies of mathematical inquiry using ICT, which are classified into five kind of types. In the mathematical inquiry about mathematical phenomena using dynamic geometry software(GC), we can get many correct data from observation but there is the diversity of the interpretation of them and question to work next etc. In the mathematical inquiry about mathematical phenomena using Python, we feel the obstacle to overcome using some method, for example, improvement of program, using library(SymPy), using other application etc. In the case of mathematical(statistical inquiry) using scraping, we need interpretation and judgement using knowledge of non-mathematical field. In the case of mathematical inquiry about natural-scientific phenomena the dynamics of inquiry is the process of mathematical modelling, in which we need the process of re-formulation of the question. We developed some lesson plan based these case studies of mathematical inquiry, and did some lesson-studies.

研究分野：数学教育学

キーワード：数学的探究 数理的探究 ICT 動的幾何 作図ツール 授業研究

1. 研究開始当初の背景

申請者 1989 年から動的幾何ソフトとしての Geometric Constructor(DOS 版,Windows 版, Java 版 html5 版)を開発し,多くの先生方との教材開発や授業研究を行ってきた。特に 2010 年以降は, iPad などのタブレットの登場に伴い,協働学習の中 ICT 利用の可能性を研究してきた。また,距離センサなどを使った物理的な実験を伴う数理的探究に関しても取り組み,それらを使った教材開発や授業実践も行ってきた。それらの研究の中で明らかになってきたことは,「探究のサイクル」の重要性と,その様相は,数学的探究と数理的探究において少し異なる特徴があることだった。申請した時点においては予想しなかったことなのだが,コロナ禍の発生等に関連し, GIGA スクール構想の実現などにより,小中学校の ICT 環境が飛躍的に高まった他,高校に関しても,タブレット等の整備が急速に進む一方,探究的な学びの重視が進むようになった。また,コロナ禍は想定していた授業研究のスタイルの実施には大きな打撃になったが,同時に,新しい授業実践のあり方や,オンラインを使った授業研究方法論の模索などの必要性も提供する機会となった。

2. 研究の目的

まず, 概括的な目的として, STEM 教育の観点から見て ICT を利用した数理的探究では, どのような特徴をもった探究が想定できるのか, またその教育的意義はなにかについて考察し, それに対応する教材開発・授業実践を開発することが本研究の目的である。ここでの数理的探究として, 本研究では, 二つの領域を想定している。一つは数学ソフトが生成する数学的現象を探究する場合であり, いわば「実験数学」の世界を広げていくことに相当している。動的幾何などを想定している。もう一つは, 各種センサなどからえられるデータなどをもとに, 現実の問題を数理的に探究する場合である。想定する数学とのかかわりでは, フィッティングなど「データの分析」にかかわる部分の他に, 「データの収集」などについても想定している。

3. 研究の方法

数学ソフトが生成する数学的現象の探究に関しては, GC/html5 などの動的幾何ソフト, Grapes などの関数グラフソフト, mathematica など汎用数学ソフトやプログラミング言語 Python などを使った教材開発を行う。授業実践に関しては, GC/html5 に関するものを中心に, 本学附属名古屋中学校や, 公立学校において実施する。現実の現象に関する数理的探究に関しては, 学部生や大学院生の探究の様子の分析などを行い, 授業設計等を行う。附属高校等とのニーズを勘案しながら, 実施可能なものについて検証実践を行う。対象としては, 跳ね返りなど距離センサ等での観察等が必要な自然科学的な現象の他, データ収集の自動化等に数学ソフトやプログラミングが必要な事例を想定する。完成品としてのセンサや分析ソフトを使う事例の他に, Raspberry Pi などの小型コンピュータや各種センサなどを使う事例も想定する。

4. 研究成果

4-1 申請時の想定と研究実施時の現実の違いとその影響

研究成果と少しちがう観点になるが, 今回, 申請時には想定していなかったコロナ禍や GIGA スクール構想の前倒しは, 本研究にさまざまな影響を及ぼした。当初の計画通りの部分もあれば, 影響に合わせて変更した部分もある。まずその要因等に関して述べておきたい。2020 年の臨時休校に始まり, これまでのノウハウでの授業実践がむずかしくなった。また, 対面で集まって行う授業研究会も実施がむずかしくなった。前者に関しては, これまでとはちがった授業実施のためのノウハウを模索・確立していった。後者に関しては, 授業研究会をリモート環境で成立させるためのノウハウを模索・確立していった。コロナ禍の本研究への影響はそれだけではない。たとえば, GIGA スクール構想の前倒しやそれに影響され高校教育でもタブレットを使った実践が本格化し, Wifi 環境などが整備されていく中で, 「大多数の学校での授業実践」として想定できる環境が大きく改善されていくことを意味している。また, zoom 等のソフトや関連するデバイスの発展や, クラウド上で利用されるシステム等の発展も加速された。利用可能なリソースが拡大していく中で, それらの利点も取りくれた実践のあり方についても検討していくことにシフトした。

4-2 GC を中心とする授業のノウハウの拡大

たとえば, 2020 年は, リモート環境での授業しかできない現実もあり, zoom 等を使って協働学習を実施していくためのノウハウを蓄積した。その後, 対面の環境が可能になっても, 従来の「机を隣接させた 4 人 1 台の実践」は難しかった。そのため, ロイロノート等協働学習のためのシステムを利用したノウハウを蓄積した。これらのノウハウは, コロナが終息したときでも利用可能なノウハウになっている。

リモート環境での授業実践を, やはりリモートで試聴し, 研究協議を行う実践は, 2020 年 7 月にはすでに開始している。その後対面授業が可能になっても, 授業研究会のために参加することは難しいので, リアルタイムで臨場感のある観察を可能にするためのノウハウとして, 複数のカ

メラや複数のマイクを使い、リアルタイムでグループの様子なども観察できるシステムを模索し、授業研究会を実施した。また、そのときに撮影した動画や音声を編集し、マルチカメラの映像としてグループの様子を議論しやすくするための試作や議論も行った。

4-3 数学的探究のサイクルと協働学習の意義の関わり（GCに関する事例の場合）

GIGA スクール構想の前倒しで具現化すべきものとして、個別最適化と協働学習が文科省等で挙げられてきたが、私たちの実践的な研究成果からは、個別化がともすると孤立化になってしまうリスクを感じてきた。それを避けるためという消極的な理由の他に、協働学習等にとって数学的探究のサイクルは何を意味するのかを検討した。そこで明らかになったことの一つは、GC 等による「豊富な観察・実践」が可能になったけれども、観察や解釈には多様性があると同時に、そこでわかったことをもとに次に何をしたいかという意思決定にも多様性があるという点である。「観察も解釈も吟味も次にすべきことの意味決定もけっして簡単ではない」教材例や探究事例そして実践事例を整理し、授業設計のための指針を明確にした。

たとえば、四角形 ABCD の 4 つの辺の中点 P, Q, R, S を結んだ四角形の問題に関して、いろいろな場合を調べ「どんな場合も PQRS は平行四辺形になりそうだ」という命題をつくることには多様性の余地はほとんどない。しかし、「いろいろな場合を調べよう」と、「正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、台形、一般の四角形」と調べるべき部分集合（特殊な四角形の形）を意識化し、観察・解釈をすると、学級等の集団としての探究では台形に関する記述は、「平行四辺形・ひし形」という二種類に分かれることが多い。（一人でこの二つの可能性を意識化することはとても少ない。）「どちらが正しいのだろう」等の発問をし、「どんな図をかいたのだろう」と共有すると、いわゆる台形の他に等脚台形を書いている生徒がいることがわかり、一つの納得をえる。しかし、ここで、「台形の場合には二つの種類の四角形があったけど、他の場合はどうなんだろう」という問いをすることで、たとえば、「一般の場合には平行四辺形の他に、ひし形も長方形も正方形もありうる」ことに気づくきっかけになる。最初の結果だけを眺めると、「PQRS が正方形になるのは ABCD が正方形のときだけ」と思えるが、実はそう簡単ではなく、ABCD が正方形以外の場合でも、PQRS が正方形になることがあることがわかり、その事実の発見を突破口に、具体的な事実を見つけたり、それらが満たす条件（ $AC \parallel BD$, $AC \perp BD$ ）を見つけたりするが、それは単に観察からの帰納的推論だけでなく、演繹的推論も大きな役割を果たしていることがわかる。これらを授業として顕在化していく上では、それぞれが別々の観察・解釈・吟味等を行っている個が複数参加している協働的な学びがあってこそ、実現しやすいものになっていることが明らかになった。

4-4 数学的探究のサイクルと協働学習の意義の関わり（整数などに関する数学的探究の場合）

本研究に先立った研究のときに取り組んだのは完全数の周辺のテーマだったが、同じようにコンピュータがあるからこそ豊富で正確で初等的でも奥が深い素材として、素数に注目してみた。中学校や高校で学ぶ数学で証明できる現象もあるけれども、調べても明確な証明ができない現象はさまざまに存在することがわかった。たとえば、「素数は無限にある」ことは証明できるが、プログラミングをすることで、「かなりたくさんある」ことを実感できる。整数 1 万個あたりどれくらいの割合存在するかの推移を観察することもできる。差が 2 の素数（双子素数）についても同様のことは観察できるが、実際に多くのデータを観察すると「差はいくつの場合が多いのか」等も気になる。しかし、そこで見つかる命題の多くは証明できない性格のものが多いことがわかった。同時にすぐに実感するのが、大きな計算量に伴う「時間」の壁であり、それを改善することの必然性である。当該プログラムのアルゴリズムの改善などの可能性もある。Python などなら、利用可能なライブラリの模索もある。あるいは、言語を他に変えることなどもある。これらの数学的探究のサイクルにおいては、このような、実験道具（プログラム）に関する吟味という要因があらたに存在し、それに関する探究のサイクルを授業設計に生かしていくことの必要性が明らかになった。（なお、これは授業実践までは行っていない）

4-5 数理的探究のサイクルと協働学習の意義の関わり（web から取得できるデータに関する統計的探究の場合）

統計は数学の一分野であるけれども、数学的現象ではなく、現実のデータを扱うのがふつうである。現実のデータの測定「なし」に可能な数理的探究の可能性とそこでのサイクルについて検討した。我々が以前に開発した「文字・単語カウンター」は、web 上にある文章等を丸ごとコピーしてはりつけ、ボタンを押すだけで利用できる。たとえば、シャーロックホームズの「踊る人形」で書かれているように、「英文では e が一番多い」のは正しいのかを検証するために、その原作をまるごとコピーして全数調査をすることが一瞬でできる。簡単に行えるので、統計的な推定の御利益は実感できないし、「標本調査の精度をあげていく」ための探究のサイクルは消滅してしまう。逆に生まれてくるのは、「別の作家だったらどうだろう」「日本語だったらどうだろう」等の問いである。青空文庫など、web 上に多くのテキストデータが整備され、アクセス可能になっているので、そういう探究のサイクルが可能になる。同時に、「英文では e が一番多いことが、コナンドイルの『踊る人形』では検証できた」ことをもとに、「次はどういうことを検証したいか」は、数学に関する発想ではなく、文学に関する知見や言語・文字等に関する知見が不可欠であり、明らかに統計は道具そのものであり、探究したい内容に関する数理的探究であることを実感した。

私たちの研究の中で、同じように「数学的（統計的）知見以外が重要な役割を果たす」ことを実感したのは、「大谷選手のホームランの打ち上げ角度と飛距離の関係」に関する探究だった。

この問題に取り組んだ学生は、データを入力し、統計的な処理をして、「打ち上げ角度と飛距離には関係はありません」と語っていた。「そんなはずはないだろう」と議論をする中で、「ホームラン」というデータの特異性に注目し、新たな処理を検討するサイクルが生まれたのだが、「そんなはずはない」という気づきは統計に関する知見ではなく、野球に関する知見から生まれるものである。

4-6 数理的探究のサイクルと協働学習の意義の関わり（ビデオからソフトで分析してデータを生成して行う統計的探究の場合）

当初の計画では、距離センサなどを使ってデータ収集を行い統計的処理を行う事例の検討を想定していた。しかし、いろいろな要因により、動画をビデオで分析して測定結果を求める事例に焦点を当てることに変えた。第一の原因は、附属高校での実践を想定したとき、コロナ禍等で授業時間が切迫してきた中で、何度も測定装置を工夫したり、データを取り直す等のプロセスも踏まえた実践をするのは難しいという実践面からのことである。第二の原因は、Kinovea や Tracker など、ビデオデータにおいて、追跡すべき対象をマークする程度でビデオから精緻なデータを取得できるソフトが開発され、教室環境でも簡単に利用できるようになってきたことである。大学生の探究では、Kinovea を使って基本的な物理現象（自由落下、反発など）の探究を行った。その結果、たとえば、単純に「最高の精度でデータを取ればいい」というだけでなく、実験の誤差以外にも、ソフトでの処理などに内在することがデータの中での系統的なズレとして生まれ、その補正を検討することの必要性など、いわば、データの前処理に関する工夫なども生まれてくることがわかった。また、附属高校では4x100mリレーの走順について検討する実践などを行ったが、ビデオカメラの設置場所や角度など、ハードウェアの使い方に関する検討の必要性も明らかになった。さらに、4x100m リレーの場合は、「100mを4人が走る時間の和」という単純なモデルから「バトンを渡す範囲を考えると全員が100m ぴったり走るわけではない」ことを考慮し、測定結果としての100mの結果から110mまでを推測するなど、新しい数学的活動の必要性が生まれ、新しいモデルを構築していく必然性を実感することなども含んだ授業設計と実施を行った。

4-7 数理的現象を解釈しGCでの問題として定式化する授業実践（塩山の問題）

また、今回の研究ではGCのような動的幾何ソフトと自然科学的現象との関わりをもつような探究事例として、塩山の問題についても扱った。台の形として、正方形、円の場合に塩山はどんな形になるのか、から始まり、長方形、半円、四分円などに変えたとき、結果の予想と観察される結果とのズレから問いや推論また次に取り組むべき問題などについて検討し、学部生・大学院生で検討した。また、実際に愛知教育大学附属名古屋中学校にて、授業実践と協議も行った。この授業実践の中でわかったことは、塩山という、かなり単純に見える現象でも、幾何的には様々な要因が関わっていて、「どこに思考の焦点を当てて検討するか」によって、かなり多様な探究が生徒の中で発生していることがわかった。たとえば、授業設計では、「境界までの距離が等しいところに稜線が生まれる」ことは共通認識として進めるだろうと想定したが、それを納得未上では、立体としての四角錐や塩が落ちない角度の斜面の存在と、そこに「境界までの距離と高さが比例する」こと、そしてそこには隠れた相似な三角形が存在することなどが関わっていて、生徒によって、「どこに焦点を当てて考えているか」が異なっていることが観察された。基本図形として、正四角錐の他に円錐もありうることや、それらの集合として新たな立体を考察したり、それらの側面を少しずつ崩して新しい図形を構成していくことの考察などもありうることがわかった。「さまざまな探究の可能性」を観察し、分析し、それをもとに授業を設計していくことの必要性と難しさ、そしておもしろさと可能性を改めて実感する実践となった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 飯島康之	4. 巻 63
2. 論文標題 数学的探究のサイクルと「データ」の役割について- 統計と図形に関するケーススタディを基にして-	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 イブシロン	6. 最初と最後の頁 1-10
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 飯島康之	4. 巻 62
2. 論文標題 GCの「条件を満たす点の集合の自動描画機能」を使った数学的探究-数学的探究に関するケーススタディを基にして-	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 イブシロン	6. 最初と最後の頁 33 - 42
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 飯島康之	4. 巻 63
2. 論文標題 算数・数学教育でのICT活用の『今日・あす・10年後』について	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 イブシロン	6. 最初と最後の頁 1-18
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計3件（うち招待講演 0件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 飯島康之
2. 発表標題 GIGA スクール時代の数学教育における ICT 利用の可能性と懸念
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 飯島康之
2. 発表標題 「GIGAスクール時代の数学教育でのICT利用」に何を目標していくべきなのか
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 飯島康之
2. 発表標題 GIGA スクール時代の数学教育における ICT 利用の可能性と試行
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 飯島康之	4. 発行年 2022年
2. 出版社 明治図書	5. 総ページ数 224
3. 書名 ICTで変わる数学的探究	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関