#### 研究成果報告書 科学研究費助成事業

今和 6 年 5 月 2 1 日現在

機関番号: 12601

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2020~2023 課題番号: 20K03530

研究課題名(和文)カラビ・ヤウ多様体とその周辺の織りなす数理

研究課題名(英文) Mathematics on Calabi-Yau manifolds and related topics

#### 研究代表者

桂 利行 (Katsura, Toshiyuki)

東京大学・大学院数理科学研究科・特任教授

研究者番号:40108444

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文):代数幾何学は19世紀前半のリーマンによるリーマン面の研究に始まり、1900年前後にはイタリア学派による代数曲面の分類の研究があり、小平邦彦博士は1960年代に複素数体上の分類理論を厳密に完成させた。さらに、ボンビエリ・マンフォードは1977年に小平博士の結果を正標数の代数的閉体上の理論に一般化した。本研究では、その流れの上に立ち、複数2において有限自己同型群で表現して分類し、表現の流れの上に立ち、複数2において有限自己同型群では、100円である。1900年間では1900年に対象では1900年に対象である。1900年間では1900年に対象では1900年に対象では1900年に対象では1900年に対象では1900年に対象では1900年に対象では1900年に対象では1900年に対象では1900年に対象では1900年に対象では1900年に1 なすグラフを用いて分類し、各類の自己同型群の構造やモジュライ数、境界曲線の数などを決定した。また、代 数曲線のヤコビ多様体のリシュロー同種写像の構造を解明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義 代数幾何学の発展の流れに沿った研究であり、エンリケス曲面という代数曲面の分類理論上重要な位置を占める 曲面の退化として現れるコーブル曲面に対して、標数2の代数的閉体上、自己同型群が有限の場合にはどのよう なものが存在しうるかということに対する解答を与えるとともに、有限自己同型群の構造、各類のモジュライ数 や境界の成分の数を決定した。また、種数2、3の代数曲線のヤコビ多様体のリシュロー同種写像の構造に関する 結果を得たが、これは情報理論で現在活発に研究されている耐量子計算機暗号の理論と関係している。

研究成果の概要(英文): In the early 19th Century, Riemann introduced the notion of Riemann surface and around 1900 the Italian school developed the theory of classification of algebraic surfaces. In 1960's Kodaira established the rigorous theory of classification of algebraic surfaces over the complex number field. Then, Bombieri-Mumford constructed the theory of classification of algebraic surfaces over the algebraically closed field of positive characteristic. In our research, based on the theory of algebraic surface, we classified the Coble surfaces with finite automorphism group by using the configuration of nodal curves and determined the structure of finite automorphism groups, the number of moduli and the number of boundary components. We also investigated the structure of Richelot isogenies of Jacobian varieties of algebraic curves of genus 2 and 3.

研究分野: 代数幾何学

キーワード: K3曲面 エンリケス曲面 コーブル曲面 アーベル曲面 ヤコビ多様体 カラビ・ヤウ多様体 リシュロー同種写像 正標数

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等に ついては、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

#### 1.研究開始当初の背景

代数幾何の実質的な研究は19世紀の前半のRiemannによるリーマン面の概念の導入に始まる。これは代数曲線、つまり1次元代数多様体の概念と等価であり、これを嚆矢として代数幾何学の研究が展開されることとなった。19世紀後半から20世紀前半にかけ、Enriques、Castelnuovo、Severi、Fanoなどのイタリア学派が代数曲面の研究を発展させ、大雑把な代数曲面の分類理論を作り上げた。我々の研究対象のエンリケス曲面は、有理曲面と似た不変量を有する曲面として、この頃エンリケスによって発見されたものである。1960年代になって、小平邦彦は層の理論を用いて複素数体上の代数曲面を含む複素曲面の厳密な分類理論を作り上げた。引き続き、Bombieri-Mumfordは、正標数の代数的閉体上定義された代数曲面の分類理論を1977年に完成させた。代数曲面の分類理論が完成すれば、その各類に属する曲面の構造を調べることが次のステップとなる。我々の研究はこの流れに沿うもので、標準束が自明な代数多様体、とくに代数曲面の性質を解明することが研究の目的となる。

#### (1)エンリケス曲面、コーブル曲面

有限自己同型群を有するエンリケス曲面については、複素数体上は金銅誠之による分類理論があり、標数 2 以外の正標数の場合については G. Martin による研究があった。標数 2 のエンリケス曲面については、研究代表者・金銅誠之・G. Martin による先行する研究があった。コーブル曲面はエンリケス曲面の退化として現れる有理曲面としての位置にあり、一般論としての分類理論は Dolgachev-Zhang により行われており、有限自己同型群を有するコーブル曲面については標数が 2 以外では金銅誠之による研究があった。標数 2 の場合には、エンリケス曲面はそれ以外の標数とはかなり異なる様相を呈することが上記の Bombieri-Mumford の論文で初めて見出され、大変興味深い状況にあった。コーブル曲面も標数 2 の場合は純非分離拡大が現れて他の標数とは全く状況が異なっており、これらのことが研究の動機となっている。

#### (2)アーベル曲面、K3 曲面

アーベル多様体は群構造をもつ唯一の完備代数多様体であり、A.Weil、S.Lang、D.Mumford らにより研究がなされ、数論・代数幾何などのさまざまなところに現れる重要な多様体である。 K3 曲面は、1950 年代には取り扱いが難しい曲面として A.Weil によって命名された興味深い曲面である。標数 2 以外の体上のアーベル曲面を反転で割ってできる曲面は 16 個の有理特異点を持つが、その特異点を解消してできる曲面は Kummer 曲面と呼ばれ、代表的な K3 曲面である. カスプを 9 個持つ K3 曲面の構造については 1990 年代に Barth による複素数体上の場合の先行する結果があり、我々は正標数の代数的閉体上の場合を扱い、純代数的な手法でより一般的な結果を得た。

## (3)小平次元が1の準楕円曲面

種数1のファイブラーションを持つ小平次元が1の曲面 X の多重線形系 | mK\_X | を考える。標数を固定し、m が M 以上の時、この多重線形系が全てのこのような曲面に対して種数1のファイブレーションを与える最小値 M を求める問題を考える。この問題は、楕円曲面に対しては複素曲面の場合には、m が 86 以上の時は種数1のファイブレーションを与え、M=86 がそのような最小値であることが 1970 年代後半に飯高茂により示されていた。代数曲面の場合には、1985 年に研究代表者と上野健爾により標数が5以上の時は M=14 であることが示され、その後、研究代表者は標数が3の時には M =14 が最小値であること、標数が2の時は M=12 が最小値であることを示した。一方、準楕円曲面に対しては研究代表者により標数が3の時は M=5 であることが示されていたが、標数が2の時は決定することが困難であり未解決で残されていた。

## (4)リシュロー同種写像

リシュロー同種写像は、情報科学の分野の暗号理論の世界で耐量子計算機暗号の構成法の一つとして期待されている同種暗号において重要な役割を果たす写像である。この概念を用いて作成されるグラフが暗号の構成に有用であり、この写像が分解するかどうかは構成した暗号の安全性に関係している。リシュロー同種写像は19世紀前半にRichelotによって暗号とは全く関係のない世界で導入された概念であるが、最近、代数曲線のヤコビ多様体のリシュロー同種写像は、種数1の代数曲線である楕円曲線の場合は多くの暗号学者によって同種暗号として研究されている。これを種数の高い代数曲線の場合に一般化することは数学的には自然なことであるが、種数2、3の代数曲線のヤコビ多様体のリシュロー同種写像を用いた暗号は研究が開始されたところであった。我々は、特に種数2の場合にリシュロー同種写像を用いてできるグラブの構造を研究対象とし、種数3の場合はリシュロー同種写像の分解の状況を解明することを研究対象とした。

### 2.研究の目的

研究の目的は、正標数において、カラビ・ヤウ多様体およびそれに関係する多様体の代数幾何

学的・数論的な構造を研究することである。研究の対象のカラビ・ヤウ多様体とは標準束が自明な多様体であるが、これは広義の意味であり、狭義には多様体の次元を n とするとき、標準束が自明でかつ構造層のコホモロジー群が 0 次と n 次以外は全て消える多様体をカラビ・ヤウ多様体と呼ぶ。広義のカラビ・ヤウ多様体は、代数多様体の分類理論において、小平次元が 0 の類に属する代数幾何的・数論的に重要な多様体であり、狭義のカラビ・ヤウ多様体は物理の素粒子論における弦理論において小さく丸まった素粒子の住む空間として用いられている。広義のカラビ・ヤウ多様体のひとつであるアーベル多様体は情報理論における公開鍵暗号の世界にも登場する重要な多様体である。曲面論においては、アーベル曲面、K3 曲面、エンリケス曲面などが研究の対象となり、そのモジュライ空間の構造や、代数的サイクルの構造、自己同型群の構造の解明を行うことが研究の目的となる。高次元においては、アーベル多様体をめぐる代数幾何学・数論の問題や、狭義のカラビ・ヤウ多様体の正則微分形式の存在問題、標数 0 への持ち上げ問題、単有理性の問題などを研究することが目的となる。

#### 3.研究の方法

これまで成果が得られているエンリケス曲面の退化として得られるコーブル曲面の構造を解明することから研究を始めた。金銅誠之名古屋大学名誉教授と高島克幸早稲田大学教授に国内の研究協力者を務めていただき、ライプニッツ大学ハノーファーの M. Schuett 教授とアムステルダム大学の G. van der Geer 名誉教授に海外研究協力者を務めていただいた。金銅誠之名古屋大学名誉教授とはエンリケス曲面・コーブル曲面に関する共同研究を行い、M. Schuett 教授とはアーベル曲面・K3 曲面に関する共同研究を行った。高島克幸早稲田大学教授とはアーベル多様体の一種であるヤコビ多様体のリシュロー同種写像に関する共同研究を行った。また、G. van der Geer 名誉教授には随所で研究の相談に乗っていただいた。共同研究は、相手の研究機関の訪問、招聘とともに e-mail を用いて行った。また、国際会議や各種の研究集会に参加し、研究発表するとともに、参加者と適宜討論を行うことにより代数幾何学に関する情報を収集し、研究上必要となった数学の書籍を購入して情報を集め、研究を遂行した。

#### 4. 研究成果

標準束が自明な代数多様体とそれに関係する多様体の構造を調べ次のような成果を得た。

### (1) エンリケス曲面、コーブル曲面

標数 2 におけるエンリケス曲面は Bombieri-Mumford による正標数の代数的閉体上の代数曲面の分類理論において 1977 年に初めて構造が見出された曲面である。コーブル曲面はエンリケス曲面の退化として現れる曲面であり、金銅誠之と共同で、標数 2 において有限自己同型群を有するコーブル曲面上の(-2)-曲線のグラフを用いて 7 種類に分類できることを示した。さらに、分類の各類に属するコーブル曲面が存在することを、ベクトル場による商曲面を構成する方法と有理曲面をブローイングアップする 2 つの方法で具体的に構成することによって示した。また、分類の各類の有限自己同型群の構造、モジュライ数、境界の既約成分の数を決定した。コーブル曲面はエンリケス曲面の場合と状況が異なるため、既約な(-2)-曲線の他に可約なものも考慮して、ピカール格子に変えてコーブル・向井格子の概念を用いるなどの工夫が必要となる。有限自己同型群をもつエンリケス曲面の場合と同様に、分岐の状況を測るコンダクトリックスも分類した。

## (2) アーベル曲面、K3 曲面

Schuett と共同で、正標数 (標数 3 以外)において 9 個のカスプを持つ K3 曲面 X の構造を解明した。複素数体上の場合は、被覆となる曲面が複素トーラスであるため複素多様体として扱うことによる Barth の研究があったが、我々の場合は純代数的な扱いが必要となるため困難を伴う。我々はまず複素数体の場合と同様に位数 3 の自己同型を有するアーペル曲面を 3 次の被覆に持つことを示した。さらに、X が超特異 K3 曲面の場合は、X が Artin 不変量 1 の超特異 K3 曲面、または標数が法 3 で 2 になり Artin 不変量 2 の超特異 K3 曲面になることを示した。逆の状況として、単純なアーベル曲面が平行移動ではない位数 3 の自己同型を持てばその商空間は必ず 9 個のカスプを持つ K3 曲面になることも示した。

#### (3) 小平次元が1の準楕円曲面

標数 2 において、小平次元が 1 の準楕円曲面 X の多重線形系 | mK\_X | を考える。斎藤夏雄との共同研究で、m が 6 以上であれば、任意の小平次元が 1 の準楕円曲面 X に対しこの多重線形系が準楕円曲面の構造を与えることを示した。また、m=6 がこのような性質を有する m の最小値であることも、必要な不変量を有する準楕円曲面をベクトル場の理論を用いることにより構成することによって示した。この準楕円曲面は楕円曲線上の種数 1 のファイバー空間となっている。これによりこの問題の長年残されていた最後の部分を解決し、一連の問題を完全解決した。

#### (4) リシェロー同種写像

本研究では、種数 3 の代数曲線のヤコビ多様体のリシュロー同種写像が分解する条件を見出し、種数 2 の代数曲線のヤコビ多様体のリシュロー同種写像から作成されるグラフの構造

の解明を行った。まず、種数3の代数曲線のヤコビ多様体のリシュロー同種写像が分解する必要十分条件が(超楕円曲線の場合はその被覆の入れ替えではない)位数2の自己同型を持つことであることを示した。さらに、そのような自己同型をもつ代数曲線が超楕円曲線である場合、超楕円曲線でない場合のそれぞれに対して、同種写像の像の分解の構造を示した。また、完全分解する場合に Howe 曲線との関係を明らかにした。種数2の代数曲線のリシェロー同種写像に対しては、高島克幸との共同で、種数2の超特殊代数曲線のヤコビ多様体のリシュロー同種写像のなすグラフの構造を明らかにした。このグラフは種数2の超特殊代数曲線のヤコビ多様体を頂点としリシュロー同種写像を方向付きの辺とするもので、重複を込めれば各頂点から15本の辺が出ている。各頂点の周りの局所的な構造を代数曲線の自己同型群を用いて決定した。

## 5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件(うち査読付論文 5件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 1件)

	〔雑誌論文〕 計5件(うち査読付論文 5件/うち国際共著 2件/うちオーブンアクセス 1件)	
Tochiyuki Katsura and Shigeyuki Kondo	1,著者名	4 . 巻
2 . 新文権題 Coble surfaces in characteristic 2 3 . 雑誌名 3 . 雑誌名 5 . 発行年 2003年 4 . 最初と最後の百 1227-1337  振戦論文の601(デジタルオブジェクト議別子) 10.2969/jssj/87568756 2 . 最初の有無 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 5 . 発行年 2021年 3 . 雑誌名 3 . Witacase with 9 cusps in characteristic p 5 . 発行年 2021年 3 . 雑誌名 3 . Witacase with 9 cusps in characteristic p 6 . 最初と最後の百 議文書号:106558  振動論文の601(デジタルオブジェクト議別子) 10.1016/j.jpaa.2020.106558 1 . 著名名 オープンアクセス オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 6 . 最初と最後の百 第文書号:106558  1 . 著名名 7 . Katsura and N. Saito 2 . 請文権題 On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces 5 . 発行年 2021年 3 . 雑誌名 7 . Math. Soc. Japan  1 . 著名名 7 . Katsura and N. Saito 2 . 請文権題 On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces 5 . 発行年 2021年 1 . 著名名 7 . Katsura and N. Saito 2 . 請文権題		
2023年   2023年   2023年   2023年   2023年   3. 報益名   5. 最初と最後の頁   1287-1337	TOSITIYUKT NATSUTA AND SITIYEYUKT NONGO	10 1
2023年   2023年   2023年   2023年   2023年   3. 報益名   5. 最初と最後の頁   1287-1337	0 A0-1-1707	= 7V./= hz
3 相談名 J. Math. Soc. Japan  日職論文の001 (デジタルオブジェクト機例子) 10.2898/jms/87588756 有  オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  1. 著者名 T. Katsura and M. Schuett 2. 論文権服 K3 surfaces with 9 cusps in characteristic p  3. 相談名 J. Pure and Applied Algebra  超談の001 (デジタルオブジェクト機例子) 10.1016/j.jpaa.2020.108558  第 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  1. 著者名 T. Katsura and N. Saito  2. 論文権服 6 n multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces  3. 解談名 J. Math. Soc. Japan  1. 著者名 T. Katsura  1. 著者名 T. Katsura T. Katsura  2. 論文権服 6 n multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces  3. 解談名 J. Math. Soc. Japan  1. 著者名 T. Katsura  4 . 巻 3. 解談名 J. Math. Soc. Japan  1. 著者名 T. Katsura  4 . 巻 3. 解談名 J. Math. Soc. Japan  1. 著者名 T. Katsura  2. 論文権服 6 . 無別と最後の責 1253-1261  1. 著者名 T. Katsura  1. 業務名 T. Katsura  2. 論文権服 6 . 無別と最後の責 1253-1270  日際共著  1. 音名名 T. Katsura  2. 論文権服 6 . 無別と最後の責 1253-1270  日際共著  1. Alegbra  1. Alegbra  2. 論交権服 6 . 是別と最後の責 123-147  2021年  20	2.論文標題	5.発行年
1.   Math. Soc. Japan	Coble surfaces in characteristic 2	2023年
1.   Math. Soc. Japan		
1.   Math. Soc. Japan	2 株社夕	6 是初と是後の百
指数論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.2989/jmsj/87568756		
10.2969/jmsj/8768756 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが回離  1. 著名名 T. Katsura and M. Schuett  2. 論文標題	J. Math. Soc. Japan	1287-1337
10.2969/jmsj/8768756 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが回離  1. 著名名 T. Katsura and M. Schuett  2. 論文標題		
10.2969/jmsj/8768756 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが回離  1. 著名名 T. Katsura and M. Schuett  2. 論文標題		
10.2969/jmsj/8768756 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが回離  1. 著名名 T. Katsura and M. Schuett  2. 論文標題	児動論立のDOI(デジタルオブジェクト禁則ス)	本語の右無
1 . 著名名		
1. 著名名   1. 著名名   2. 語文標題   2. 記文標題   2. 記文語(4)   2. 記文語(4)   2. 記文語(4)   2. 記文語(5)   2. 記述語(5)   2. 記述記(5)   2.	10.2969/JMSJ/8/568/56	月
1. 著名名   1. 著名名   2. 語文標題   2. 記文標題   2. 記文語(4)   2. 記文語(4)   2. 記文語(4)   2. 記文語(5)   2. 記述語(5)   2. 記述記(5)   2.		
1. 著名名   1. 著名名   2. 語文標題   2. 記文標題   2. 記文語(4)   2. 記文語(4)   2. 記文語(4)   2. 記文語(5)   2. 記述語(5)   2. 記述記(5)   2.	オープンアクセス	┃国際共著
1 . 著者名 T. Katsura and M. Schuett 2 . 論文標題 KS surfaces with 9 cusps in characteristic p 3 . 雑誌名 3 . 雑誌名 3 . 雑誌名 1 . Pure and Applied Algebra	オープンアクセスではない Vはオープンアクセスが闲難	_
T. Katsura and M. Schuett     2 3. 会 技術程     K3 surfaces with 9 cusps in characteristic p     3. 雑誌名     3. かけである	1 John Charlet And John Charlet	
T. Katsura and M. Schuett     2 3. 会 技術程     K3 surfaces with 9 cusps in characteristic p     3. 雑誌名     3. かけである		1 . 7//
2 . 論文標題	1.者者名	4 . 巻
### ### ### ### ####################	T. Katsura and M. Schuett	225(4)
### ### ### ### ####################		
### ### ### ### ####################	2 经分据暗	5 ※行在
3 . 雑誌名	·····	
	K3 surtaces with 9 cusps in characteristic p	2021年
	3、雑誌名	6 最初と最後の百
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 1. 1 著名名 7. Katsura and N. Saito 2. 論文標題 1. 著名名 オーブンアクセス オーブンアクセスではない、又はオーブンアクセスが困難 5. 発行年 2021年 3. 雑誌名 J. Math. Soc. Japan 5. 発行年 10.2969/jnsj/85058505 4. ガーブンアクセスではない、又はオーブンアクセスが困難 5. 発行年 2021年 5. 発行年 2021年 6. 最初と最後の頁 1253-1261 1 著名名 オーブンアクセス オーブンアクセス オーブンアクセスではない、又はオーブンアクセスが困難 6. 最初と最後の頁 1253-1261 1 著名名 カーブンアクセス オーブンアクセスではない、又はオーブンアクセスが困難 6. 最初と最後の頁 1 表話と 5. 発行年 2021年 6. 最初と最後の頁 1 表話と 5. 発行年 2021年 7. Katsura 7. Alsura 7. Alsura 8 表話と 8 表話と 9 表記で表記を表記を表記を表記を表記を表記を表記を表記を表記を表記を表記を表記を表記を表		
10.1016/j.jpaa.2020.106558 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 該当する  1 . 著者名 T. Katsura and N. Saito	J. Pure and Applied Algebra	
10.1016/j.jpaa.2020.106558 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 該当する  1 . 著者名 T. Katsura and N. Saito		
10.1016/j.jpaa.2020.106558 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 該当する  1 . 著者名 T. Katsura and N. Saito		
10.1016/j.jpaa.2020.106558 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 該当する  1 . 著者名 T. Katsura and N. Saito	掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難		
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難       該当する         1.著者名 T. Katsura and N. Saito       4.巻 73-4         2.論文標題 On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces       5.発行年 2021年         3.雑誌名 J. Math. Soc. Japan       6.最初と最後の頁 1253-1261         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85058505       査読の有無 有         オープンアクセス T. Katsura       1.著者名 T. Katsura       4.巻 588         2.論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3       5.発行年 2021年         3.雑誌名 J. Algebra       6.最初と最後の頁 129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       査読の有無 有         オープンアクセス       国際共著	10.1016/j.jpaa.2020.100556	) A
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難       該当する         1.著者名 T. Katsura and N. Saito       4.巻 73-4         2.論文標題 On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces       5.発行年 2021年         3.雑誌名 J. Math. Soc. Japan       6.最初と最後の頁 1253-1261         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85058505       査読の有無 有         オープンアクセス T. Katsura       1.著者名 T. Katsura       4.巻 588         2.論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3       5.発行年 2021年         3.雑誌名 J. Algebra       6.最初と最後の頁 129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       査読の有無 有         オープンアクセス       国際共著		
1. 著者名   1. 表書名   2. 論文標題   5. 飛行年   2021年   2021年   3. 雑誌名   3. 雑誌名   3. 雑誌名   3. 単誌名   3. 単誌名   3. 単誌名   3. 単誌名   3. 単述者   4. 巻   73-4   2021年   3. 独誌名   3. 単述名   4. 参   73-1261   253-1261		国際共著
1. 著者名   1. 表書名   2. 論文標題   5. 飛行年   2021年   2021年   3. 雑誌名   3. 雑誌名   3. 雑誌名   3. 単誌名   3. 単誌名   3. 単誌名   3. 単誌名   3. 単述者   4. 巻   73-4   2021年   3. 独誌名   3. 単述名   4. 参   73-1261   253-1261	オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	該当する
T. Katsura and N. Saito 73-4  2 . 論文標題 5 . 発行年 2021年  3 . 雑誌名 6 . 最初と最後の頁 1253-1261  掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)		,
T. Katsura and N. Saito 73-4  2 . 論文標題 5 . 発行年 2021年  3 . 雑誌名 6 . 最初と最後の頁 1253-1261  掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)	1 <del>**</del> ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** **	4 *
2. 論文標題 On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces 3. 雑誌名 J. Math. Soc. Japan 信託の有無 10.2969/jmsj/85058505 1. 養者名 T. Katsura 2. 論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3 3. 雑誌名 J. Algebra 5. 発行年 2021年 2021		_
On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces       2021年         3 . 雑誌名 J. Math. Soc. Japan       6 . 最初と最後の頁 1253-1261         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85058505       査読の有無 有         オープンアクセス T. Katsura       国際共著 -         1 . 著者名 T. Katsura       4 . 巻 588         2 . 論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3       5 . 発行年 2021年         3 . 雑誌名 J. Algebra       6 . 最初と最後の頁 129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       査読の有無 129-147	T. Katsura and N. Saito	73-4
On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces       2021年         3 . 雑誌名 J. Math. Soc. Japan       6 . 最初と最後の頁 1253-1261         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85058505       査読の有無 有         オープンアクセス T. Katsura       国際共著 -         1 . 著者名 T. Katsura       4 . 巻 588         2 . 論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3       5 . 発行年 2021年         3 . 雑誌名 J. Algebra       6 . 最初と最後の頁 129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       査読の有無 129-147		
On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces       2021年         3 . 雑誌名 J. Math. Soc. Japan       6 . 最初と最後の頁 1253-1261         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85058505       査読の有無 有         オープンアクセス T. Katsura       国際共著 -         1 . 著者名 T. Katsura       4 . 巻 588         2 . 論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3       5 . 発行年 2021年         3 . 雑誌名 J. Algebra       6 . 最初と最後の頁 129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       査読の有無 129-147	2.論文標題	5、発行年
3 . 雑誌名		
J. Math. Soc. Japan       1253-1261         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85058505       査読の有無 有         オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難       国際共著 -         1.著者名 T. Katsura       4.巻 588         2.論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3       5.発行年 2021年         3.雑誌名 J. Algebra       6.最初と最後の頁 129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       査読の有無 有         オープンアクセス       国際共著	on muriticationical systems of quasi-erriptic surfaces	20214
J. Math. Soc. Japan       1253-1261         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85058505       査読の有無 有         オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難       国際共著 -         1.著者名 T. Katsura       4.巻 588         2.論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3       5.発行年 2021年         3.雑誌名 J. Algebra       6.最初と最後の頁 129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       査読の有無 有         オープンアクセス       国際共著		
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	3.雑誌名	6.最初と最後の負
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	J. Math. Soc. Japan	1253-1261
10.2969/jmsj/85058505 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 - 4 . 巻 588  1 . 著者名 T. Katsura 5 . 発行年 2021年  3 . 雑誌名 J. Algebra 6 . 最初と最後の頁 129-147 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著		
10.2969/jmsj/85058505 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 - 4 . 巻 588  1 . 著者名 T. Katsura 5 . 発行年 2021年  3 . 雑誌名 J. Algebra 6 . 最初と最後の頁 129-147 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著		
10.2969/jmsj/85058505 有 オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 - 4 . 巻 588  1 . 著者名 T. Katsura 5 . 発行年 2021年  3 . 雑誌名 J. Algebra 6 . 最初と最後の頁 129-147 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著	担動会さのDOL / ごごね!! ナザご・カし 逆回 マヽ	本性の左征
オープンアクセス       国際共著         1 . 著者名		
オープンアクセス       国際共著         1 . 著者名	10.2969/jmsj/85058505	有 有
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難       -         1 . 著者名		
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難       -         1 . 著者名	オープンアクセス	国際共著
1 . 著者名 T. Katsura       4 . 巻 588         2 . 論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3       5 . 発行年 2021年         3 . 雑誌名 J. Algebra       6 . 最初と最後の頁 129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       査読の有無 有         オープンアクセス       国際共著		HISTOR
T. Katsura 588  2. 論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3 5. 発行年 2021年  3. 雑誌名 J. Algebra 6. 最初と最後の頁 129-147  掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有  オープンアクセス 国際共著	オーノファッピス にはない、 又はオーノファッピスか 四無	-
T. Katsura 588  2. 論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3 5. 発行年 2021年  3. 雑誌名 J. Algebra 6. 最初と最後の頁 129-147  掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有  オープンアクセス 国際共著		
T. Katsura 588  2. 論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3 5. 発行年 2021年  3. 雑誌名 J. Algebra 6. 最初と最後の頁 129-147  掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有  オープンアクセス 国際共著	1.著者名	4.巻
2.論文標題 Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 35.発行年 2021年3.雑誌名 J. Algebra6.最初と最後の頁 129-147掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020査読の有無 有オープンアクセス国際共著		588
Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3  2021年  3.雑誌名 J. Algebra  6.最初と最後の頁 129-147  掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020  有  オープンアクセス  国際共著		
Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3  2021年  3.雑誌名 J. Algebra  6.最初と最後の頁 129-147  掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020  有  オープンアクセス  国際共著	2、 含色中 福田	F 26/-/-
3 . 雑誌名 J. Algebra 6 . 最初と最後の頁 129-147 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著		
3.雑誌名       6.最初と最後の頁         J. Algebra       129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)       査読の有無         10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       有         オープンアクセス       国際共著	Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3	2021年
J. Algebra       129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)       査読の有無         10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       有         オープンアクセス       国際共著	•	
J. Algebra       129-147         掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)       査読の有無         10.1016/j.jalgebra.2021.08.020       有         オープンアクセス       国際共著	2、 姓羊夕	6 最初と最後の百
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 査読の有無 10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著		
10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著	J. Algebra	129-147
10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著		
10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著		
10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 有 オープンアクセス 国際共著	掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
オープンアクセス 国際共著	J → T/MHIU/ N - V - V / V / V / V / V / V / V / I H4W/J J /	
	10 1016/i iolashro 2021 09 020	
	10.1016/j.jalgebra.2021.08.020	H
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 -	10.1016/j.jalgebra.2021.08.020 オープンアクセス	
つ フファフ にか こは ない 、 人は ロ フファフ に 八川 四衆 -	オープンアクセス	

4.巻 Open Book Series 4
5 . 発行年 2020年
6.最初と最後の頁 283-300
査読の有無 有
1-
国際共著   該当する

# 〔学会発表〕 計7件(うち招待講演 7件/うち国際学会 2件)

1.発表者名

桂 利行

2 . 発表標題

Classification of Coble surfaces with finite automorphism group in characteristic 2

3 . 学会等名

第26回代数曲面ワークショップat常三島、徳島大学(招待講演)

4.発表年 2022年

1.発表者名

桂 利行

2 . 発表標題

正標数の代数幾何

3 . 学会等名

第20回岡シンポジウム、奈良女子大学(招待講演)

4.発表年

2022年

1.発表者名 桂 利行

2 . 発表標題

On the moduli of quasi-elliptic Enriques surfaces in characteristic 2

3.学会等名

K3 Surfaces, Enriques surfaces, and Related Topics研究集会、名古屋大学(招待講演)

4.発表年

2023年

1.発表者名 桂 利行
2.発表標題 Decomposed Richelot isogenies of curves of genus 3
3 . 学会等名 同種写像理論とその暗号への応用(九州大学マス・フォア・インダストリ研究所(オンライン))(招待講演)
4 . 発表年 2021年
1 . 発表者名 Toshiyuki Katsura
2 . 発表標題 Counting Richelot isogenies of supersingualr curves of genus 2
3 . 学会等名 Seminar of Algebraic Geometry in East Asia (Zoom)(招待講演)(国際学会)
4 . 発表年 2020年
1.発表者名 柱 利行
2 . 発表標題 正標数のK3曲面
3.学会等名 Encounter with Mathematics,中央大学(招待講演)
4 . 発表年 2023年
1.発表者名 Toshiyuki Katsura
2. 発表標題 On the classification of Enriques surfaces with finite automorphism group
3 . 学会等名 Aspects of Algebraic Geometry, Cetraro, Italy(招待講演)(国際学会)
4 . 発表年 2023年

( [	図書〕 計1件						
1	. 著者名		4.発行年				
	桂 利行		2022年				
2	. 出版社		5.総ページ数				
	岩波書店		244				
3	. 書名						
	楕円曲面						
l							
٠.	<del>॓</del>						
Į į	産業財産権〕						
۲.	その他〕						
研乳	?成果報告集(東京大学大学院数理	科学研究科)					
htt	ps://www.ms.u-tokyo.ac.jp/activ	ity/annualreport.html					
l							
i i							
l							
i							
6	. 研究組織						
	氏名	所属研究機関・部局・職					
l	(ローマ字氏名) (研究者番号)	(機関番号)	備考				
	金銅 誠之						
i i							
研究							
<b>究協</b>	(Kondo Shigeyuki)						
究協力者	(Mondo on geyaki)						
者							
	高島 克幸						
	ISH 기구						
研							
研究協力者	(Talaahine Katau III)						
加力	(Takashima Katsuyuki)						
者							
7.科研費を使用して開催した国際研究集会							
( [	国際研究集会〕 計0件						
8	. 本研究に関連して実施した国	際共同研究の実施状況					
8	. 本研究に関連して実施した国	際共同研究の実施状況					

ドイツ	Leibniz University Honnover		