

令和 6 年 6 月 13 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2020～2023

課題番号：20K03737

研究課題名(和文) 数理ファイナンスに現れる非線形問題の研究

研究課題名(英文) Study on nonlinear problems arising in mathematical finance

研究代表者

石村 直之 (Ishimura, Naoyuki)

中央大学・商学部・教授

研究者番号：80212934

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：非線形な相関をともなう新しいリスク指標の導入を行った。すなわち、実用的にも扱いやすい形でのコピュラをともなうVaRの新たな概念を導入し、Andres Mauricio Molina Barreto博士とともに、実際の金融データの分析を通して、我々の新しい指標が実用上も有効であることを示した。破産確率の積分方程式に関して、無限積分区間を有限区間に変換し、spectral collocation法を用いることにより、効果的な数値解法を導入した。応用上重要であるいくつかの分布に関して、この計算手法は有効であることを確認した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

リスク指標の研究では、非線形な相関を記述することが可能でありつつ扱いも簡便な新たな指標を導入することに成功した。リスク管理の観点からも利用できるものであり、そのため実用上も意義があると考えている。破産確率の数値解法の研究では、無限区間を有限区間に変換する手法は他の方程式に関しても有効である。誤差の一つを回避する手法の成功例として、他の方程式への適用を示唆する研究成果として学術的に意味があると考えられる。

研究成果の概要(英文)：We introduce a new risk indicator, which involves nonlinear relations. In particular, we introduce a new concept of copula-based Value at Risk in the form of ready to handle. Collaboration with Dr Andres Mauricio Molina Barreto, our new indicator can be applied successfully to real data.

In the study of numerical computation of the integral equation for the ruin probability, we employ the bounding transformation with a spectral collocation method and as a result we are able to present an efficient numerical procedure. For several important relevant distributions, our method is shown to work effectively.

研究分野：mathematical finance

キーワード：数理ファイナンス リスク指標 コピュラ Value at Risk 破産確率 積分方程式 数値解法 スペクトル選点法

### 1. 研究開始当初の背景

確率解析と非線形偏微分方程式論の社会科学の数理への応用は、1980年代以降急速に発展してきている。特に金融の数理、いわゆる金融工学・数理ファイナンスの分野で、この確率解析および数値解析をとまなう非線形問題の解析、すなわち応用解析の知見が大いに応用されるようになってきている。例えば、高速数値計算によって定量的により正確で詳細な予測が可能となってきている。一方 2008 年以降の金融危機は、金融工学・数理ファイナンスの存在意義のみならず、広く社会科学の数理モデルを強く問う事態となっていた。社会科学の数理、金融工学・数理ファイナンスの重要性に疑義はなかりとも、より良い世界の実現に貢献するような精緻な数理研究が求められていた。

しかしながら、社会科学の数理モデルに立脚した研究成果が、数理科学や自然科学へ応用されるようになってきたとは、まだまだ言い難い現状があった。数理科学者の多くが、社会科学における数理的な進歩にそれほど関心を示さないのは、無理もないことだろう。

研究当初の背景は、数理ファイナンスに現れる非線形問題の解析を通して、数理ファイナンスが数理科学に寄与することが実際に可能であるかどうか、という問いに答えようとするものであった。

### 2. 研究の目的

数理ファイナンスに現れる非線形問題の解法を研究することを通して、数理科学の手法を進化させるとともに、その数理ファイナンスへの応用を図ることを研究の目的とした。最終的に具体化された内容は

(1) コピュラを用いた非線形関係の研究：リスク指標 VaR との関連

(2) 破産確率を記述する非線形積分方程式の数値解法の研究

の2点に対して、数理ファイナンスに現れる非線形問題に関する数理解析手法の研究を行い、問題の解を通して得られる現象の解析を行うこととした。この研究とその達成をもって、数理ファイナンスに現れる非線形問題の解析は、数理科学への寄与が大きいことを明らかにし、それと同時に、問題が含意しているリスクの評価、そのリスク解析を通して、数理科学一般に貢献することを明らかにすることが研究の目的であった。

(1) コピュラを用いた非線形関係の研究：リスク指標 VaR との関連

金融の世界では、しばしば重大な危機が発生することは周知の事実である。そのような危機を解析する際において、必ずしも独立でない非線形な事象間の関係を考察することは重要である。なぜならば、危機は、単独の事象というよりも多くの異なる事象が接続して悪化することにより発生するからである。またその他の例でも、東日本での地震と西日本での地震は、独立な事象であると断言することは難しく、微妙に非線形な関係であることが予想される。

一方、リスク指標としてよく用いられている VaR (Value at Risk) は、通常は一つの確率事象に対して定義される。この指標を複数の事象に対して拡張する際には、当然ながら事象間の非線形な関係が問題となる。コピュラを用いて、不確実な現象間における非線形な関係を解明することは、この分野に新たな方向を与えることは確かである。

(2) 破産確率を記述する非線形積分方程式の数値解法の研究

リスク過程の研究において 20 世紀初頭に提出された Cramér-Lundberg モデルは古典的かつ極めて影響力がある。様々な分布のもとでの破産確率の評価や漸近挙動はこれまで多くの研究がなされてきた。また破産確率は、簡単な導出によって積分方程式を満たすことが知られており、その積分方程式に関しての研究も既に飽和したといえる程度に研究がなされてきた。一方でこの積分方程式は、積分区間が無限であり、数値的に解を求める場合は必然的に近似が必要となる。数値計算における近似では、主要な誤差として

方程式を有限近似する場合の誤差

解を、例えば Fourier 展開した場合などの有限近似誤差

解が無限区間の積分で与えられる場合の、有限区間による近似誤差

などが挙げられる。これらの誤差を、許容できる範囲にとどめながら、実用的な解を求めることになる。この非線形な積分方程式に対して、有効な数値解法を構築することは、実用上も有益である。

### 3. 研究の方法

研究の方法は、地道な取り組みを重ねる計画であった。数理ファイナンスの基礎文献や参考図書を不断に調査し、研究の途中結果として得られた成果であっても常に他の研究者の前で公表し批判を受け、その批判をもとにして改善を図る、以上の作業の繰り返しとなる。よって各年度の研究計画に大きな差はなく、研究体制も主として個人研究であり、研究代表者自身が積極的に研究会やセミナーに出向いて発信することが当初の予定であった。

ところが、2019 年末に発生した新型コロナウイルスによる世界的な混乱のため、研究方法は変更を余

儀なくされた。国内外での対面での議論がほぼ不可能となり、個人的な研究の面ばかりとなった。2022年になり徐々に対面での研究集会在再開されるようになった。例えば、研究目的(2)の内容では、2022年8月22日-24日にエストニアで行われた European Actuarial Journal Conference で発表が可能であった。実際にも、同志社大学の今井仁司教授たちとの共同研究を講演したところ、ドイツの Gero Junike 教授が極めて高い関心を示され、我々の研究方針へのよい示唆を与えられた。ちなみに、コンピュータの研究のみならず金融数理に関する研究は欧米がむしろ盛んであり、応用解析からのアプローチも多い。また、まだ新型コロナウイルスの影響が残る時期に行われたこの Conference では、日本人の参加者は研究代表者のみであった。欧米からの参加者は、久しぶりの対面での Conference というのもあってか大変に充実した内容が多く、当該分野での研究への意欲が高められたとともに、新しい研究動向の姿が認識でき、我々の研究の独自性も確認された。

#### 4. 研究成果

##### (1) コンピュータの研究：リスク指標 VaR との関連

コロンビアからの国費留学生の Andres Mauricio Molina Barreto 博士とともに、氏が中央大学大学院商学研究博士課程に在籍していた2017年頃から取り組んでいる研究課題である。最近の成果の一部は以下である。

[1] Andres Mauricio Molina Barreto and Naoyuki Ishimura; Remarks on a copula-based conditional value at risk for the portfolio problem, *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, vol. 30 (2023), pp.150-170, Wiley (査読有)。

[2] Andres Mauricio Molina Barreto, Naoyuki Ishimura, and Koichiro Takaoka: On a determination formula for the estimation of copula-based Value at Risk, *Proceedings of the 53rd International Symposium on Stochastic Systems Theory and its Applications*, (2022), pp.86-92, The Institute of Systems, Control and Information Engineers (査読有)。

[3] Andres Mauricio Molina Barreto and Naoyuki Ishimura; Copula-based estimation of Value at Risk for the portfolio problem, *Proceedings of the Forum "Math for-Industry" 2018* (Cheng J., Dinghua X., Saeki O., Shirai T. (eds)), vol.35 (2021), pp. 1 - 13, Springer (査読有)。

論文[1][3]においては、代表的なリスク指標である VaR(Value at Risk) を、非線形相関を記述するコンピュータを含む場合に拡張したものである。VaR は、簡便な指標でありよく用いられているが、様々な不備があることもまたよく知られている。ひとつには、複数個のリスクに対する指標への拡張があり、今回はその拡張をコンピュータを用いることで達成した。コンピュータをともなうことにより、非線形性を解析する指標として有効になったと考えられる。主要なアイデアを提出したが、実際のデータの扱いは Andres Mauricio Molina Barreto 氏の寄与であり、氏の博士論文の一環である。論文[2]は、コンピュータと関連した VaR について、計算に簡便な公式を示したものである。統計学の立場から論じられることの多いコンピュータであるが、我々の研究は、それが応用解析の立場からも可能であることを示している。

##### (2) 破産確率を記述する非線形積分方程式の数値解法の開発

同志社大学の今井仁司教授、帝京大学の五月女仁子教授とともに2022年頃から取り組んでいる研究課題である。

[4] Hiroko Soutome, Naoyuki Ishimura, and Hitoshi Imai; Efficient Numerical Computation of the Integral Equation for the Ruin Probability, *IEEE Xplore: 2023 27th International Computer Science and Engineering Conference (ICSEC)*, (2023), pp. 37 - 41, (査読有)。

[5] Hiroko Soutome, Naoyuki Ishimura, and Hitoshi Imai; Efficient numerical computation of the ruin probability, *Proceedings of the 54th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications*, (2023), pp. 35-40, The Institute of Systems, Control and Information Engineers (査読有)。

[6] Hiroko Soutome, Naoyuki Ishimura, and Hitoshi Imai; Global in space numerical computation of the ruin probability, *Advances in Mathematical Sciences and Applications*, Vol.31 (2022), pp. 397 - 406 (査読有)。

論文[4][5][6]において、破産確率が従う非線形な積分方程式の有効な数理解法を開発し、実際に有効であることを示した。分布関数によって積分方程式の困難さが異なり、それぞれ特殊な数値解法が必要となる。数値解法で避けることのできない積分領域の近似を回避できるところが、今回の主要な成果となっている。基本的なアイデアは研究代表者と今井仁司教授の議論に基づき、実際の計算は今井教授の指導のもとで五月女教授が行った。ともに今後の研究の進展が必要であり、現在多くの課題に取り組んでいるところである。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 Hiroko Soutome, Naoyuki Ishimura, Hitoshi Imai	4. 巻 31
2. 論文標題 Global in space numerical computation of the ruin probability	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 397 406
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hiroko Soutome, Naoyuki Ishimura, Hitoshi Imai	4. 巻 54
2. 論文標題 Efficient numerical computation of the ruin probability	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proceedings of the 54th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications Nara, Oct. 14-15, 2022	6. 最初と最後の頁 35 40
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Andres Mauricio Molina Barreto and Naoyuki Ishimura	4. 巻 35
2. 論文標題 Copula-based estimation of Value at Risk for the portfolio problem	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the Forum "Math-for-Industry" 2018 (Cheng J., Dinghua X., Saeki O., Shirai T. (eds))	6. 最初と最後の頁 1-13
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-981-16-5576-0_1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Andres Mauricio Molina Barreto, Naoyuki Ishimura, and Koichiro Takaoka	4. 巻 2022
2. 論文標題 On a determination formula for the estimation of copula-based Value at Risk	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of the 53rd International Symposium on Stochastic Systems Theory and its Applications, <a href="https://www.jstage.jst.go.jp/browse/sss/-char/en">https://www.jstage.jst.go.jp/browse/sss/-char/en</a>	6. 最初と最後の頁 86-92
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Andres Mauricio Molina Barreto and Naoyuki Ishimura	4. 巻 6
2. 論文標題 A determination formula on the copula-based estimation of Value at Risk for the portfolio problem	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of RSU International Research Conference 2020	6. 最初と最後の頁 1236-1246
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14458/RSU.res.2020.4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Soutome Hiroko, Ishimura Naoyuki, Imai Hitoshi	4. 巻 2023
2. 論文標題 Efficient Numerical Computation of the Integral Equation for the Ruin Probability	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 IEEE XPIore: 2023 27th International Computer Science and Engineering Conference (ICSEC)	6. 最初と最後の頁 37-41
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/icsec59635.2023.10329787	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Molina Barreto Andres Mauricio, Ishimura Naoyuki	4. 巻 30
2. 論文標題 Remarks on a copula based conditional value at risk for the portfolio problem	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management	6. 最初と最後の頁 150 ~ 170
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/isaf.1540	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計3件 (うち招待講演 2件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 Naoyuki Ishimura
2. 発表標題 Efficient numerical computation of the ruin probability
3. 学会等名 5th European Actuarial Journal Conference (Tartu, Estonia) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Naoyuki Ishimura
2. 発表標題 Efficient numerical scheme of the integral equations with application to the ruin probability
3. 学会等名 The 13th International Conference on Applied Physics and Mathematics (Singapore) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Naoyuki Ishimura
2. 発表標題 On a determination formula for the estimation of copula-based Value at Risk
3. 学会等名 12th International Conference on Applied Physics and Mathematics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>中央大学研究者情報データベース  <a href="https://c-research.chuo-u.ac.jp/html/100003011_ja.html">https://c-research.chuo-u.ac.jp/html/100003011_ja.html</a></p>
---

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------