

令和 6 年 6 月 20 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K03793

研究課題名（和文）量子可積分性を利用した可積分確率過程の新規創出とその解析

研究課題名（英文）Creation and Analysis of New Integrable Stochastic Processes Utilizing Quantum Integrability

研究代表者

堺 和光（Sakai, Kazumitsu）

東京理科大学・理学部第二部物理学科・教授

研究者番号：10397028

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：「量子的な確率過程」である量ウォークを用いて、新しいタイプのユニバーサル量子コンピュータおよび量子ランダムアクセスメモリ（qRAM）を考案しその定式化を行った。まず、離散時間量子ウォークを用いた全く新しいタイプのqRAMのアルゴリズムを提案し、さらに連続時間量子ウォークを導入することにより、qRAMの物理的実装を行った。さらに、このqRAMと互換性のあるユニバーサル量子コンピュータを提案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、量子的な確率過程である、量子ウォークを用いて、所望のアドレスに格納された古典情報を、量子的に重ね合わされた状態として実現する高効率なqRAMを考案した。量子ウォークを用いると、量子力学的に重ね合わされた粒子が、適切に処理されたグラフを「空間的」に移動することによって所望の量子状態を実現することができ、時間的な処理が一切必要でなくなる。さらに、連続時間量子ウォークを用いてその物理的実装を行い、qRAMと互換性のあるユニバーサル量子コンピュータの提案も行った。

研究成果の概要（英文）：Using quantum walks, which can be interpreted as the "quantum version of stochastic processes," we introduced and formulated a new type of universal quantum computer and quantum random access memory (qRAM). First, we proposed an entirely new type of qRAM algorithm using discrete-time quantum walks, and then we physically implemented the qRAM by introducing continuous-time quantum walks. Furthermore, we proposed a universal quantum computer compatible with this qRAM.

研究分野：量子可積分系，量子計算

キーワード：可解模型 量子可積分系 確率過程 量子ウォーク 量子計算 量子コンピュータ 量子ランダムアクセスメモリ 対称多項式

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

前世紀末, Schramm-Loewner 発展 (SLE) とよばれる 2 次元上の発展方程式が提出され, 共形不変性を有するフラクタルが 2 次元確率過程によって数学的に厳密に分類・記述されることが可能となった. SLE は「1 次元」Brown 運動を駆動関数とし, その Brown 運動の粘性に対応して, 本質的に異なる「2 次元」のフラクタルを描き出す. 言い換えれば, 「1 次元」Brown 運動という非常に単純な確率過程が, SLE を介して「2 次元」の確率過程に持ち上がり, その 2 次元確率過程は極めて多様なフラクタルを描き出す. また, SLE と 2 次元 CFT の対応も理解され, 臨界現象にあらわれる共形不変なフラクタルが 2 次元確率過程として系統的に分類されるにいたっている.

### 2. 研究の目的

本研究当初の目的は, 量子可積分系の解析手法と, Schramm-Loewner 発展 (SLE) を組み合わせることにより, 1 次元および 2 次元における新たな確率過程を創出し, その物理量の厳密な解析および背後にある数理論を研究することであった. 2 次元の統計力学モデルや場の量子論の中には, 厳密に解けるモデルが 無数に存在し, その物理量の厳密な解析法が開発されてきた. 一方, 「1 次元」の Brown 運動を媒介にして, 「2 次元」の確率過程を創出する SLE が 近年提案され, 創出される 2 次元の確率過程が描く 曲線が, 2 次元臨界現象に現れるフラクタルに他ならないことが見出された. また, SLE と臨界現象を分類する厳密に解ける無質量場の理論である共形場理論 (CFT) との 関係も理解されている. 本研究は, CFT を可積分変形することによって 得られる有質量な場の理論 に対応する非臨界 SLE の系統的な定式化, 1 次元の可積分な確率過程を媒介とする SLE が 生成する新たな 2 次元の確率過程の創出とその解析, 創出される確率過程の数理論の探求を主たるテーマとする.

### 3. 研究の方法

可積分系で培われた物理学や数学の手法や知見を利用し, 新たな確率過程の創出およびその応用を行う. また, 可積分性の背景に存在する数理論の研究を遂行する. 特に, この研究過程において新規な研究テーマの創出およびその解明も目指す.

### 4. 研究成果

#### (1) 量子ウォークを用いた量子コンピューティング

本研究の遂行過程で全く予想外な進展があった. すなわち, 「量子的な確率過程」である量子ウォークを用いて, 全く新しい量子ランダムアクセスメモリの概念を定式化した. 量子情報処理は, 情報を「量子的に重ね合わせる」ことによってその高速性を実現する. ところが, 情報を量子的に重ね合わせる操作は 自明ではなく, 量子情報処理実現のための本質的な問題として残されている. 本研究で, カイラリティーを付随させた量子ウォークを独自に導入することにより, 所望のアドレスに格納された古典情報を, 量子的に重ね合わされた状態として実現する方法を考案した. この量子ウォークを用いると, 量子力学的に重ね合わされた粒子が, 適切に処理されたグラフを「空間的」に移動することによって所望の量子状態を実現することができ時間的な処理が一切必要でなくなる.

さらにその研究を大幅に進展させ, 内部自由度を有する量子ウォークを用いたユニバーサル量子コンピュータの提案を行った. 情報は粒子の位置で表され, その情報を一時的に量子ウォーカーの内部自由度にエンコードした上で, 内部自由度に対しての演算を行うという方法により, ゲートの簡略化やゲート数の大幅な削減を行うことを可能にした. この方法を用いると, 適切に設定されたグラフ状を量子ウォーカーを通すことによって, 自動的に量子計算を行うことが可能である. すなわち, 時間制御を必要としない量子コンピュータの提案となっている.

さらに, 2 つの内部自由度を有する多粒子量子ウォーカーを用いた, 量子ランダムアクセスメモリの実装を提案した. 量子ランダムアクセスメモリは, 情報の量子的な重ね合わせの実現や, 量子情報を保存する際に重要となる量子デバイスである. 2 つの内部自由度をもつ量子ウォーカーとして, 電子 (内部自由度: スピンアップ状態, スピンドOWN状態) などで簡単に実現可能である. この方法は, これまで提案されてきた量子ランダムアクセスメモリと比較して, 手順の簡略化, 量子ビットなど量子リソースを削減できる点, コヒーレント状態の維持のしやすさ, 時

間的な制御が不要であるなどの利点がある。

## (2) 機械学習を用いた 2 次元臨界現象の分類

イジング模型で学習された畳み込みニューラルネットワーク (CNN) を用いて,  $q$  状態ポッツ模型の臨界点を検出する研究も行った。CNN がイジング模型の臨界現象とは本質的に異なるポッツ模型の臨界点を識別することを明らかにした

## (3) 量子可積分系の輸送特性

本研究の目的は, 量子可積分性と確率過程の研究である。一方, 局所的な保存量が無限に存在する量子可積分系特有の性質に起因する興味深い非平衡現象も, 理論・実験の両面から報告されている。本研究の派生となるが, 最終年度は可積分な高階スピン XXZ 鎖の臨界領域におけるスピン Drude 重みの厳密解を導出した。この領域ではスピン輸送特性は弾道的であり, 有限の Drude 重みを持つ。本研究では, まずスピン量子が任意の可積分 XXZ 鎖の熱力学量の特徴づける熱力学的 Bethe 仮説 (TBA) 方程式を量子転送行列法と T-system, Y-system を用いて新たに構成し, さらに一般化流体力学を援用して有限温度の Drude 重みを厳密に導出した。この研究により, 高階スピン XXZ 鎖の Drude 重みが, 相互作用の強さに対してフラクタル的に振る舞うという顕著な特性が明らかにされた。

## (4) Refined dual Grothendieck 多項式

Refined dual Grothendieck 多項式に関する研究を行った。Lattice path の観点から Littlewood 公式や Cauchy 公式を導出し, 更に可解格子模型の分配関数として読み替え, Yang-Baxter 代数を利用することで新たな恒等式を導出した。また, last passage percolation と呼ばれる可解確率過程の last passage time に関する合同確率が refined dual Grothendieck 多項式で表されることを RSK 対応によって証明した。その系として歪 dual Grothendieck 多項式を遷移確率として導入し, Jacobi-Trudi 公式, 積分表示や Cauchy 公式の確率論的導出を行った。

## (5) 可積分系や超幾何関数と関連の深いソース関数及び, ソース関数の恒等式

差分作用素を用いることで, これまでの文献で知られていた有理関数版, 三角関数版のソース関数の様々な行列式表示の統一的理解, 拡張ができた。更に楕円関数版のソース関数の様々な行列式表示を導入することができた。また, 大川氏の壁越え公式を適用することで, 幾何学的にソース関数恒等式を導出し, またその過程で興味深い  $q$  恒等式を得た。

## (6) 数え上げ幾何と量子代数, 可解模型の分配関数の関係

A 型の旗束の対称化作用素による K 理論的押し出し公式と確率 R 行列に付随する量子代数の交換関係式の類似性を利用し, 境界条件の順番を逆にした高ランク頂点模型の 2 つのタイプの分配関数が押し出し公式で結び付くことを証明した。また, 応用として高ランク頂点模型による新たなグロタンディーク多項式の分配関数表示を得た。更に四面体方程式の解より構成される 3 次元分配関数にもこの考え方を応用し, 3 次元分配関数とシューア関数の対応を導出した。また関連して, ループ基本対称関数との対応も導出した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Asaka Ryo, Sakai Kazumitsu, Yahagi Ryoko	4. 巻 107
2. 論文標題 Two-level quantum walkers on directed graphs. I. Universal quantum computing	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 22415
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.107.022415	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Asaka Ryo, Sakai Kazumitsu, Yahagi Ryoko	4. 巻 107
2. 論文標題 Two-level quantum walkers on directed graphs. II. Application to quantum random access memory	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 22416
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.107.022416	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Kohei Motegi, Travis Scrimshaw	4. 巻 85B
2. 論文標題 Refined Dual Grothendieck Polynomials, Integrability, and the Schur Measure	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Seminaire Lotharingien de Combinatoire	6. 最初と最後の頁 23
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Asaka Ryo, Sakai Kazumitsu, Yahagi Ryoko	4. 巻 19
2. 論文標題 Quantum circuit for the fast Fourier transform	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Quantum Information Processing	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11128-020-02776-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Asaka Ryo, Sakai Kazumitsu, Yahagi Ryoko	4. 巻 6
2. 論文標題 Quantum random access memory via quantum walk	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Quantum Science and Technology	6. 最初と最後の頁 035004 ~ 035004
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/2058-9565/abf484	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Fukushima Kimihiko, Sakai Kazumitsu	4. 巻 -
2. 論文標題 Can a CNN trained on the Ising model detect the phase transition of the q-state Potts model?	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptab057	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ae Shinya, Sakai Kazumitsu	4. 巻 2024
2. 論文標題 Spin Drude weight for the integrable XXZ chain with arbitrary spin	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment	6. 最初と最後の頁 033104 ~ 033104
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1742-5468/ad2b5b	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Iwao Shinsuke, Motegi Kohei, Scrimshaw Travis	4. 巻 7
2. 論文標題 Free fermions and canonical Grothendieck polynomials	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Algebraic Combinatorics	6. 最初と最後の頁 245 ~ 274
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/alco.332	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 茂木康平	4. 巻 2258
2. 論文標題 Yang-Baxter algebra and identities with application to Gysin maps	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 組合せ論的表現論における最近の展開 RIMS講究録	6. 最初と最後の頁 192-205
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計22件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 8件)

1. 発表者名 Shinya Ae, Kazumitsu Sakai
2. 発表標題 The spin Drude weight for the XXZ chain with arbitrary spin
3. 学会等名 Integrable Quantum Many-Body Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 浅香諒, 堺和光, 矢萩量子
2. 発表標題 2準位の内部自由度を持つ有向グラフ上の連続時間量子ウォーク: qRAMへの応用
3. 学会等名 日本物理学会2022年秋季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Ryo Asaka, Kazumitsu Sakai, Ryoko Yahagi
2. 発表標題 Two-level Quantum Walkers on Directed Graphs: An Application to qRAM
3. 学会等名 APS March Meeting 2023 (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 茂木康平
2. 発表標題 Yang-Baxter代数とskew Grothendieck多項式の恒等式
3. 学会等名 RIMS共同研究 組合せ論的表現論における最近の展開
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 茂木康平
2. 発表標題 Last passage percolation models and refined dual Grothendieck polynomials
3. 学会等名 RIMS共同研究 厳密統計力学および関係する話題
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 浅香諒, 堺和光, 矢萩量子
2. 発表標題 連続時間量子ウォークによるデータエンコーディング
3. 学会等名 日本物理学会2021年秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 浅香諒, 堺和光, 矢萩量子
2. 発表標題 有向グラフ上の量子ウォークを用いた量子計算
3. 学会等名 第45回量子情報技術研究会 (QIT45)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ryo Asaka, Kazumitsu Sakai, Ryoko Yahagi
2. 発表標題 Universal quantum computation by quantum walks on directed graphs
3. 学会等名 APS March Meeting 2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 茂木康平
2. 発表標題 Yang-Baxter 代数を用いた, Grothendieck 多項式に関する恒等式の歪版への拡張
3. 学会等名 日本数学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 浅香諒, 堺和光, 矢萩量子
2. 発表標題 量子高速フーリエ変換とqRAM
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 福島君彦, 堺和光, 矢萩量子
2. 発表標題 機械学習を用いた2次元臨界現象の幾何構造の解析
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 浅香諒, 堺和光, 矢萩量子
2. 発表標題 量子ウォークによる量子ランダムアクセスメモリ
3. 学会等名 第43回量子情報技術研究会(QIT43)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 福島君彦, 堺和光
2. 発表標題 2次元イジング模型を学習した畳み込みニューラルネットワークによるQ状態Potts模型の臨界温度の検出
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 阿江伸也, 堺和光
2. 発表標題 一般化流体力学(GHD)によるスピン1/2-XXZ鎖の拡散的輸送特性の解析
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 浅香諒, 堺和光, 矢萩量子
2. 発表標題 量子ウォークによる量子ランダムアクセスメモリ
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ryo Asaka, Kazumitsu Sakai, Ryoko Yahagi
2. 発表標題 Quantum random access memory via quantum walk
3. 学会等名 APS March Meeting 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kimihiro Fukushima, Kazumitsu Sakai
2. 発表標題 Studies of the 2D Potts Model via Convolutional Neural Network
3. 学会等名 APS March Meeting 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ae Shinya, Kazumitsu Sakai
2. 発表標題 Diffusion matrix and its application to the spin transport for the XXZ spin-1/2 chain in the gapless regime
3. 学会等名 APS March Meeting 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 浅香 諒, 堺 和光, 矢萩 量子
2. 発表標題 量子ウォークを用いた量子ランダムアクセスメモリ
3. 学会等名 第68回応用物理学会春季学術講演会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 浅香 諒, 堺 和光, 矢萩 量子
2. 発表標題 量子ウォークによる量子ランダムアクセスメモリ
3. 学会等名 量子ソフトウェア研究会第二回研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Shinya Ae, Kazumitsu Sakai
2. 発表標題 Finite temperature spin Drude weight for the critical XXZ chain with arbitrary spin
3. 学会等名 28th International Conference on Statistical Physics, Statphys28 (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Ryo Asaka, Kazumitsu Sakai, Ryoko Yahagi
2. 発表標題 Two-level Quantum Walkers on Directed Graphs: Universal Quantum Computing
3. 学会等名 28th International Conference on Statistical Physics, Statphys28 (国際学会)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

researchmap <a href="https://researchmap.jp/kazumitsu-sakai">https://researchmap.jp/kazumitsu-sakai</a> 東京理科大学 研究者情報データベース RIDAI <a href="https://www.tus.ac.jp/ridai/doc/ji/RIJIA01Detail.php?act=nam&amp;kin=ken&amp;diu=6ce6">https://www.tus.ac.jp/ridai/doc/ji/RIJIA01Detail.php?act=nam&amp;kin=ken&amp;diu=6ce6</a> researchmap <a href="https://researchmap.jp/kazumitsu-sakai">https://researchmap.jp/kazumitsu-sakai</a> 東京理科大学 研究者情報データベース RIDAI <a href="https://www.tus.ac.jp/ridai/doc/ji/RIJIA01Detail.php?act=nam&amp;kin=ken&amp;diu=6ce6">https://www.tus.ac.jp/ridai/doc/ji/RIJIA01Detail.php?act=nam&amp;kin=ken&amp;diu=6ce6</a> researchmap <a href="https://researchmap.jp/kazumitsu-sakai">https://researchmap.jp/kazumitsu-sakai</a> 東京理科大学 研究者情報データベース RIDAI <a href="https://www.tus.ac.jp/ridai/doc/ji/RIJIA01Detail.php?act=nam&amp;kin=ken&amp;diu=6ce6">https://www.tus.ac.jp/ridai/doc/ji/RIJIA01Detail.php?act=nam&amp;kin=ken&amp;diu=6ce6</a>
---

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	茂木 康平  (Motegi Kohei)  (30583033)	東京海洋大学・学術研究院・准教授    (12614)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関