

令和 6 年 4 月 24 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K03882

研究課題名（和文）2次元シートのパッキング：丸めた紙の構造解析

研究課題名（英文）Packing of two dimensional sheet: structural analysis of crumple paper sheet

研究代表者

中西 秀 (Nakanishi, Hiizu)

九州大学・理学研究院・名誉教授

研究者番号：90155771

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,400,000円

研究成果の概要（和文）：空間的に広がりのあるものを狭い空間に押し込めた時にどのような構造を取るかというパッキング問題の例として、無作為に丸めた2次元シートの構造について、実験、数値シミュレーション、およびそれらの結果の理論解析を行った。実験結果の理論解析の結果、異なるサイズのシートの間を関係を表す質量フラクタル次元については $D_M \sim 2.7$ 、それぞれのサイズのシートの質量分布を特徴づけるフラクタル次元については $d_f \sim 2.5$ から $2.8$ を得た。それらは誤差の範囲で $D_M \sim d_f$ である。また、シート上に引いた直線のハースト次元小さい長さスケールでは $H \sim 0.9$ を得たが、この指数と構造のフラクタル次元との関係は明らかではない。

研究成果の学術的意義や社会的意義

丸めた新聞紙が梱包の際の充填材として有用であることは誰でも経験があるだろう。丸めた新聞紙は非常に軽くても圧縮に対して大きな抵抗を示し、この性質は丸めた紙がフラクタル構造をしていることと関係している。

また、より一般的に空間的に広がった物体を狭いスペースに押し込んだ時どうなるかという問題は、パッキング問題として研究されており、1次元物体の場合にはDNAの閉じ込め問題とも関連して興味を持たれてきた。明らかに物体の次元性はパッキング問題には重要で、1次元の場合と2次元の場合のパッキング問題の類似性と相違点を明らかにする意義は深い。

研究成果の概要（英文）：We have performed experiments, numerical simulations, and theoretical analysis on the packing problem of two dimensional paper sheets squeezed into small space. We obtained 2.7 for the mass fractal dimension, which characterizes relationship among the structure of crumpled sheets with different sizes, and 2.5 ~ 2.8 for the fractal dimension, which characterizes the mass distribution of each crumpled sheet. Within the precision of the present experiments, these two dimensions are approximately the same. We also obtained 0.9 for the Hurst exponent in the short length scale, but it has not been clear how the Hurst exponent might be related with the mass fractal dimension and/or the fractal dimension.

研究分野：統計物理学

キーワード：パッキング クランプリング フラクタル構造 ランダムウォーク

## 様式 C-19、F-19-1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

空間的に広がりのあるものを狭い空間に押し込めたときの構造は、パッキング問題として広く興味を持たれてきた。例えば1次元のパッキングでは、長い1次元ポリマーを急激に小さく押し固めたいわゆるクランプドグロビュール(**crumpled globule**)は、平衡状態のグロビュールとは異なり、いくつもの領域に分かれてそれが階層構造をなしていることが知られている[1]。本研究では、2次元シートのパッキング問題を、具体的な系として、無造作にクシャクシャに丸めた紙(**crumpled paper**)を取り上げて研究する。

荷造りで新聞紙を丸めて緩衝材として使った経験がある人は多いだろう。無造作に丸められた紙は、紙の塑性変形によりできた細かい折り目が立体構造の中に梁のように張り巡らされて、小さな隙間をいくつも作っている。そのために軽く、外からの衝撃や圧力に対して変形する一方、ある程度の硬さも有していて、緩衝材にふさわしい。丸められた紙の基礎科学的研究は、工業的な面も含めて重要であるにもかかわらず、これまで限られたものしかない。

フレキシブルな1次元鎖や2次元網のランダム構造については、高分子物理との関連で、研究の歴史は長い。1次元鎖の場合には、ある程度の剛性があったとしても、十分に長ければ完全な屈曲性を持つ鎖と同様なスケールリング則に従うことが知られている[2]。一方、2次元網の場合は逆で、完全な屈曲性を持つ網であっても、長距離構造は板のように平らになると考えられている[3]。この様に、1次元と2次元では幾何学的な束縛条件の違いのために、ランダムな構造であっても、全く振る舞いが異なる。

パッキング問題では次元の差はさらに顕著である。1次元鎖のランダムパッキングでは、密な構造を取ることに幾何学的障害はないが、すでに触れたように、1次元的なつながりのために、詰め込まれた構造が領域に分かれてしまう[1]。それに対して、2次元のパッキング構造では、どうなるのだろうか？日常的に目にするありふれた現象で、工学的応用も多くあるにも拘らず、実験的に内部の構造を見るのは単純でない上、大規模なシミュレーションも容易ではなく、研究は進んではいない。

### 2. 研究の目的

容易に折れ曲がって塑性変形するが伸び縮みしない2次元シートが、狭い空間に閉じ込められたときに取る構造の幾何学的特徴および統計的性質、更にはその力学的性質を理解したい。

2次元の広がりがあるものを狭い空間に押し込める場合、1次元的なものを押し込める場合に比べて幾何学的な制限は非常に強く、規則的に折り畳んでいったとしてもコンパクトな構造を作るのは容易でない。特に紙は引張に対しては殆ど変形しない上、折れ曲がりに対する塑性変形の限界歪は小さく、それを越えた変形に対しては折り目が生じる。丸めてクシャクシャにしたときの構造には、弾性膜にはない際立った特徴が現れる。

具体的には、紙を丸めて押しつぶしてゆくと、最初はゆるく曲がった後、曲率が交差するところで座屈して折目が生じる。更に折目の線が折れ曲がったり複数の折り目が出会うところで、しばしば **D cone** と呼ばれる円錐の頂点のような歪が集中した構造ができる[4]。その結果、全体として外からの力を支える梁のような構造が縦横に走り、ある程度押しつぶされると、全体としては疎な構造のまま、圧縮に対して大きな抵抗力を生じるようになる。その結果、紙を丸めた球の半径  $R$  は丸め方にあまり依存せず、 $R \sim L^\alpha$  のようなべき乗則が成り立つことが知られている。大きさ  $L$  の紙の質量は  $M \sim L^2$  なので、 $M \sim R^D$  で定義される質量フラクタル次元  $D$  は、 $D = 2/\alpha$  で与えられる。コンパクトな構造の場合は  $D=3$  であるが、丸めた紙の場合には  $D \sim 2.6$  程度になり、全体としては非常に疎な構造になることが報告されている[7]。

本研究は、(i) このようなべき乗則がどの程度普遍的に成り立っているのか、(ii) その指数はどのようにして決まっているのか、紙の物性とどう関係しているのか、(iii) 丸めた紙はどのような構造をなしているのか、(iv) その力学的性質にはどのような特徴があるのか、などを理解することを目的とした。

### 3. 研究の方法

microCT を用いて、丸めた紙などの3次元構造についてのデータを収集し、それを理論解析することにより、構造を特徴づけるいくつかの指数とそれらの関係を求めた。また、簡単なモデルを構成し、数値シミュレーションを実行した。

(i) マイクロCTによる丸めた紙のデータ収集：丸めた紙をマイクロCTで撮影すると、解像度が約0.01mmの3次元データが得られる。これを画像処理・再構築し、構造を抽出した。サンプルとして、1辺の長さが5cm~30cmの正方形のトレーシングペーパー、30cmのセロファン紙、および30cmのアルミフォイルを用いた。

(ii) 紙の上に描かれた直線の折りたたみ：タングステン入りのインクで紙の上に直線を引いたものをmicroCTにかけた。X線の吸収率の違いから、CT画像で他の部分と区別でき、直線が紙とともにどのように折りたたまれるか構造を抽出した。紙の上に引かれた直線がどのような構造になるか、慣性半径、相関関数などの統計量をランダムウォークや高分子鎖の構造などと比較して調べた。

(iii) 統計量の整理：実験で得られたデータを理論解析し、系を特徴付ける統計量として、系を特徴づけるフラクタル次元、1次元の線上でのHurst指数[5]などを推定した。

(iv) 紙のクラumpingをシミュレートするための理論モデルを構築し、数値シミュレーションを実行した。

#### 4. 研究成果

microCTのデータよりサンプル（丸めた紙、セロファン、アルミフォイル）の3次元密度分布を得た。それらのデータから、サンプルの慣性半径、構造因子（密度の空間分布のフーリエ変換）を求めるとともに、ボックスカウンティング法でフラクタル次元を求めた。

異なるサイズの紙のデータから、質量フラクタル次元として $D \sim 2.7$ を得た。一方、ボックスカウンティングおよび構造因子からフラクタル次元 $d \sim 2.5 \sim 2.8$ を得た。質量フラクタル次元は異なる大きさの丸める前の紙に対して丸めた後の紙の大きさがどう変化するかを表す指数で、他方、フラクタル次元はそれぞれの丸めた紙の内部構造、すなわち内部の質量分布を特徴づける指数。両者は異なる構造の特徴を表す指数であるが、両者はデータの誤差の範囲でおおよそ等しいことを示した。

紙の上に引いた直線の、その紙を丸めたときの構造について、Hurst次元 $H$ を求めた。丸めた紙の半径程度までの短い長さスケールでは $H \sim 0.9$ 程度で、それより大きなスケールでは $H \sim 0.5$ 程度の値を得た。すなわち、短いスケールではLevy Walkをしめし、長いスケールではランダムウォークになると解釈される。短い長さの領域での指数 $H \sim 0.9$ は、丸めた紙の構造の何らかの特徴を反映していると考えられるが、すでに得た2つのフラクタル次元との関係は明らかではない。

丸めた紙の構造を再現するような簡単な理論モデルとして、三角格子ネットワークモデルを構成した。2つの変形エネルギー、すなわち、頂点間の距離変化の弾性エネルギー（ボンドエネルギー）、および、隣り合う三角格子面の折れ曲がりに伴うエネルギー（バンドエネルギー）を導入し、バンドエネルギーに対してボンドエネルギーが大きい時、このネットワークは紙の折曲変形のような振る舞いをするをシミュレーションで確認した。しかし、紙のシートを丸めたときの変形を数値シミュレーションで再現しようとする、外部からの変形の速さに対して紙の中をストレスが伝わる速さのほうがずっと速いという特徴を、数値シミュレーションで実現することが難しく、特に大きな系に対して紙を丸めるプロセスを計算機で再現することができなかった。

得られた研究成果は文献[12]として公表した。

#### 参考文献

- [1] G. Bunin and M. Kardar, Phys. Rev. Lett. **115** (2015) 088303.
- [2] P.G. de Gennes, *Scaling Concepts in Polymer Physics*, Cornell Univ. Press (1979).
- [3] F.F. Abraham and D.R. Nelson, J. Phys.(Paris), **51** (1990) 2653.
- [4] A.E. Lobkovsky, Phys. Rev. E **53** (1996) 3750.
- [5] D.L. Blair and A. Kudrolli, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 166107.

- [6] A.S. Balankin *et al.*, Phys. Rev. E **74** (2006) 061602.
- [7] A.S. Balankin *et al.*, Phys. Rev. E **76** (2007) 032101.
- [8] A.S. Balankin *et al.*, Phys. Rev. E **81** (2010) 061126.
- [9] A.S. Balankin *et al.*, Phys. Rev. E **87** (2013) 052806.
- [10] A.D. Cambou *et al.*, PNAS **108** (2011) 14741.
- [11] Y.C. Lin, Y.L. Wang, Y. Liu, and T.M. Hong, Phys. Rev. Lett. **101** (2008) 125504.
- [12] Yumino Hayase, Hitoshi Aonuma, Satoshi Takahara, Takahiro Sakaue, Shun'ichi Kaneko, and Hiizu Nakanishi, Phys. Rev. E **104** (2021) 024005.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yumino Hayase, Hitoshi Aonuma, Satoshi Takahara, Takahiro Sakaue, Shun'ichi Kaneko, and Hiizu Nakanishi	4. 巻 104
2. 論文標題 Fold analysis of crumpled sheets using microcomputed tomography	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 025005-1, 7
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevE.104.025005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------