

令和 6 年 4 月 18 日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K11673

研究課題名（和文）地図をモデル化した平面グラフ上での物資輸送アルゴリズムの開発

研究課題名（英文）Designing algorithms for commodities transportation on a planar graph modeling a map

研究代表者

浅野 哲夫（Asano, Tetsuo）

金沢大学・その他部局等・その他

研究者番号：90113133

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では輸送問題の計算困難性問題を扱った。アルゴリズムの分野では、入力サイズに対して多項式で表される時間内に問題が解けるとき、その問題は効率よく解けるという。本研究で扱った輸送問題は、グラフの節点に商品の供給量または需要量が指定されているとき、各節点に用意された車両を用いてすべての需要を満たせるかどうかを考える。車輛は隣の節点との往復しかできず、商品の量にも制約がある。このような設定で、グラフが高々1つのサイクルしか含まない単純な構造をしている場合、効率の良いアルゴリズムが存在することを示した。さらに、満たされない需要の最大値を最小化する問題も効率よく解けることが分かった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現在、輸送業界は人手不足に起因する深刻な問題を抱えている。この問題を解決する一つの方法として、一人の運転手が長距離を輸送するのではなく、短距離だけ輸送するという方式への転換が必要であろう。その際、本研究で想定したようなモデルが考えられる。本研究ではサイクルを高々1つしか含まないグラフを考えしたが、これを多数のサイクルを含むグラフに拡張できれば実用化も考えられる。そのための方法として、正確な解を求めるのではなく、最適解との誤差を定数倍以内に限定するような近似アルゴリズムを提案することが考えられる。これができるればオペレーションズリサーチの分野でも大きな貢献となるであろう。

研究成果の概要（英文）：This study deals with the computational hardness problem of transportation problems. In the field of algorithms, a problem is said to be efficiently solved when it can be solved in the time represented by a polynomial equation in the size of the input. The transportation problem addressed in this study considers whether all demands can be met using vehicles provided at each node when the supply or demand of a commodity is specified at the nodes of a graph. The vehicles can only travel to and from neighboring nodes, and the quantity of goods is also limited. In this setting, we have shown that an efficient algorithm exists when the graph has a simple structure containing at most one cycle. Furthermore, the problem of minimizing the maximum unsatisfied demand was also found to be efficiently solved.

研究分野：計算幾何学

キーワード：アルゴリズム パス 森 多項式時間 平面グラフ 地図 輸送問題 線形計画法

1. 研究開始当初の背景

輸送問題はトラック運転手不足の時代に脚光を浴びているが、従来の研究対象は1台の車両を用いて倉庫から倉庫へと荷物を配送するものが主流であった。これに対して、本研究では、多数の車両を分散的に用いて効率よく荷物の配送を行おうとするものであり、明確な違いがある。モデルとしては、ある領域を多数の小領域に区切った上で、各領域で物資の量を管理しておき、余剰物資を物資が不足している領域まで輸送することにより物資の不足分を解消するというものである。小領域をつなぐ道路を辺と見なしてグラフを作ったとき、木のような単純なグラフを想定して研究を始めた。

2. 研究の目的

アルゴリズムの分野では、入力サイズに対して多項式で表される時間内に問題が解けるとき、その問題は効率よく解けるという。これに対して問題解決までの時間が入力サイズの指数関数的に増大する問題は計算困難な問題という。グラフに制限がなければ、NP完全(効率よく問題を解くことができない問題のクラス)であるが、サイクルを含まない木(または木の集合としての森)であれば充足可能性問題を解く効率の良いアルゴリズムが存在することを本研究で明らかにした。

3. 研究の方法

従来からの輸送問題では1台の車両を用いて需要を満たす輸送を行うのに対して、本研究では各節点または各辺に用意された車両を用いる点異なる。また、単方向と双方向の輸送を考えている点も従来と異なる点である。単方向の輸送では、1つの方向にしか荷物を運ぶことができないのに対して、双方向の輸送では荷物を送った後、そこから別の荷物を積んで元の場所に戻ることができる。入力としては、節点ごとに荷物の種類ごとに、貯蓄量または需要量を指定する。その上で用意された車両を用いて、隣との輸送によりすべての需要を満たすことができるかどうかを問う問題(充足可能性問題)と最大の需要を最小化する輸送を求める問題(最適化問題)を考える。

4. 研究成果

グラフに制限がなければ、どちらの問題もNP完全(効率よく問題を解くことができない問題のクラス)であるが、サイクルを含まない木(または木の集合としての森)であれば充足可能性問題を解く効率の良いアルゴリズムが存在することを本研究で明らかにした。

車両に積み荷制限があるかどうかも重要な点である。積み荷制限がなければ、多品種の問題に対しても線形計画法を用いて多項式時間のアルゴリズムを得ることができる。積み荷制限があれば、問題は一挙に難しくなる。多品種問題に対しても、木の上でなら、多項式時間のアルゴリズムを得ることができる。そのために、各節点でその節点に用意された車両を用いるとその節点を根とする部分木におけるすべての需要を満たす輸送の集合が存在するが、その節点に用意された車両を用いないとすべての需要を満たすことはできないとする。そのような節点とその親を結ぶ辺を橋と呼ぶことにする。

このとき、与えられた木において全ての橋を列挙し、橋を2度通らないと到達できない場所があれば、その需要をすべて満たす輸送を固定する。このようにして、葉(子のない節点)から初めて根に向けて

節点を処理していくと、根のところですべての需要を満たす輸送の集合が存在するかどうかを判定することができる。

このアルゴリズムを木ではなく、擬似木へも拡張した。擬似木とは、1つの辺を削除することによって木になるようなグラフである。擬似木が与えられたとき、サイクルが含まれるかどうかをまず判定する。サイクルが含まれていなければ木なので、木に対するアルゴリズムを適用すればよい。サイクルを含んでいるとき、サイクルを構成するそれぞれの辺について、その辺を削除してできる木が充足可能かどうかを判定する。充足可能なら、もとの擬似木も充足可能である。どの辺を削除しても充足可能でなければ、解があるとすれば、サイクル上のすべての辺を使わなければならない。サイクル上の辺を時計回りの方向に順序付けた時、サイクルに属さない辺は、すべてサイクルに向かって順序付けなければならない。これで全ての辺の方向が定まったから、線形計画法で充足可能かどうかを判定すればよい。

さらにL-辺拡張擬似木への拡張も考えた。グラフがL-辺拡張擬似木であるとは、適当なL辺を削除すると木になるようなグラフのことである。そのようなグラフが与えられた時、まずL辺からなる集合を節点数のL乗に比例する時間で列挙する。L-辺拡張擬似木が充足可能であるとき、輸送に使われる辺だけで構成されるグラフは擬似木であることに注目すると、L辺を取り除くすべての可能な方法に対して、出来上がったグラフが連結であるか、充足可能であるかを判定すればよい。したがって、Lを定数と仮定すると、多項式時間でL-辺拡張擬似木が充足可能かどうかは多項式時間で判定することができる。

また、上では各節点に用意された車両を用いる場合のみを考察したが、各辺に用意された車両を用いる場合についても考察した。この場合、積み荷制限がなければ、グラフが何であっても線形計画法による定式化が可能であり、多項式時間で充足可能性を判定することができる。さらに驚くべきは、1品種の問題に限定すれば、充足可能であれば、車両の台数を、辺に1台から節点に1台に減らしても同じく充足可能だということである。これは次のように説明することができる。

グラフにサイクルが含まれている場合、まずサイクル上で輸送量が最小のものを求める。ある辺の上での輸送量 x が最小であるとして、それを0にする代わりに、次の辺における輸送量を x だけ減らす。これは x が最小値だったから、常に可能である。すると、その次の辺については輸送量を x だけ増やす。このようにサイクルに沿って最小の輸送量 x を引いたり、増やしたりしていく。もとの辺に戻ったとき、サイクル上での輸送量は変わらないので、もともと全ての需要を満たしていれば、このように変化させた後も需要を満たしている。しかし1つの辺の輸送量は0になっているので、その辺の車両は使わずに済んでいることになる。この議論により、サイクルを含んでいれば、かならず1つの辺の輸送量を0にすることができるので、1つの辺を使わずに済ませることができる。したがって、最終的にはサイクルを含まないグラフを得るが、それは木であり、使っている車両は各節点に1台である。

残念ながら、同じ論法は積み荷制限があると使えない。最小輸送量 x を求めて、次の辺の輸送量を x だけ増やした時、積み荷制限を超過してしまうことが考えられるからである。

サイクルに沿って輸送量を増減することにより、サイクルから1つの辺を削除する方式の説明。この他にも、単方向の輸送だけを用いた多品種輸送問題についても考察した。入力グラフが木である場合、葉にある需要を満たすためには、その親との関係だけ見ればよい。その条件を葉から根に向けて順に調べて行くという方法で、すべての需要を充足する単方向の輸送集合が存在するかを効率よく判定する方法も確立した。

今後は、格子グラフのように多数のサイクルを含むグラフに対して、各節点に用意された車両を用い

て全ての需要を満たす輸送集合が存在するかについて研究を行いたい。この場合、正確な解を得るには指数時間がかかりそうであるので、最適解の2倍程度の品質を達成する近似アルゴリズムの開発にも力を注ぎたい。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Asano Tetsuo	4. 巻 40
2. 論文標題 Transportation problem on a graph	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 289 ~ 302
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s13160-022-00516-z	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Asano Tetsuo	4. 巻 32
2. 論文標題 Transportation Problem Allowing Sending and Bringing Back	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 International Journal of Foundations of Computer Science	6. 最初と最後の頁 1 ~ 19
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0129054122500289	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tetsuo Asano	4. 巻 12635
2. 論文標題 A New Transportation Problem on a Graph with Sending and Bringing-Back Operations	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 WALCOM: Algorithms and Computation. WALCOM 2021. Lecture Notes in Computer Science, vol 12635. Springer, Cham.	6. 最初と最後の頁 13-24
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-030-68211-8_2	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 2件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 浅野哲夫
2. 発表標題 グラフ上での持ち込みと持ち帰りを許す輸送問題
3. 学会等名 第20回情報科学技術フォーラム（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Tetsuo Asano
2. 発表標題 A New Transportation Problem on a Graph with Sending and Bringing-Back Operations.
3. 学会等名 WALCOM 2021 (招待講演)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担 者	上原 隆平 (Uehara Ryuhei)	北陸先端科学技術大学院大学・先端科学技術研究科・教授	
	(00256471)	(13302)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			