

令和 6 年 9 月 6 日現在

機関番号：13401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2020～2023

課題番号：20K11674

研究課題名(和文)有限マルコフ決定過程における平均性能最適化の理論深化と情報理論における応用

研究課題名(英文) A theoretical deepening of mean performance optimization in finite Markov decision processes and its application in information theory

研究代表者

岩田 賢一 (Iwata, Ken-ichi)

福井大学・学術研究院工学系部門・教授

研究者番号：80284313

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：条件(a)と(b)を満たすマルコフ連鎖における性能最適化と情報源符号におけるその応用である。(a)マルコフ連鎖の各状態 s_i における性能が性能関数 $f_i(t_i)$, $i=0,1,\dots,m-1$ で定まり, 各状態 s_i で変数 t_i を選択する。(b)変数 t_i により状態 s_i から状態 s_j への遷移確率 $p_i(s_j | s_i, t_i)$ が定まり, 変数の組 $t = (t_i, i=0,1,\dots,m-1)$ によりマルコフ連鎖における状態 s_i の定常分布 Q_i が一意に定まる。(a)と(b)の条件下での平均性能最適化手法を検討するとともに最適な準瞬時符号の研究に用いた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

無歪み情報源符号(データ圧縮)における準瞬時符号は, 2015年の"Almost Instantaneous Fixed-to-Variable Length Codes"により提案された符号である。準瞬時符号のクラスにおいて平均符号長を最小にする符号構成法は未解決であった。本研究はマルコフ決定過程における平均性能最適化を検討し, 準瞬時符号のクラスにおいて平均符号長を最小にする符号構成法にある種の一般的な手法を提案した。

研究成果の概要(英文)：This research considers optimizing performance in Markov chains satisfying conditions (a) and (b), and we apply the optimization to source coding. (a) The performance in each state s_i of the Markov chain is determined by the performance function $f_i(t_i)$, $i=0, 1, \dots, m-1$, and we choose each state's variable t_i . (b) The variable t_i determines the transition probability $p_i(s_j | s_i, t_i)$ from state s_i to state s_j and the pair of variables $t = (t_i, i=0, 1, \dots, m-1)$ uniquely determines the stationary distribution Q_i of the states s_i in the Markov chain. The optimizing method for average performance under (a) and (b) was applied to the almost instantaneous source coding.

研究分野：情報理論

キーワード：情報理論 情報源符号 平均符号長 マルコフ決定過程 準瞬時符号 AIFV符号

1. 研究開始当初の背景

情報理論と符号理論は、情報化社会のデジタル情報伝送の信頼性を確保するために必要不可欠な基礎理論であり、現在の情報化社会の大きな基盤を支えている。無歪み情報源符号(データ圧縮)は、より少ないビット数により情報を符号化する処理であり、アプリケーションソフトの一部として活用されている。無歪み情報源符号における準瞬時符号は、2015年の"Almost Instantaneous Fixed-to-Variable Length Codes"により提案された符号である。準瞬時符号(Almost Instantaneous Fixed-to-Variable Length Codes, AIFV 符号)が提案されたころにおいては、準瞬時符号のクラスにおいて平均符号長を最小にする符号構成法は未解決であった[A]。これに対して、2019年ごろには、AIFV 符号の構成法について、動的計画法と繰り返し最適化による手法[B,C,D]を提案していた。

2. 研究の目的

本研究課題では、有限マルコフ連鎖における平均性能最適化のアルゴリズムの提案を行い、提案するアルゴリズムの理論解析と情報理論における応用として、符号器と復号器が状態を考慮することが可能である効率の良い符号の構成法を与えることを目標としている。具体的には、次の条件(a)と(b)を満たすマルコフ連鎖の性能最適化である。条件(a) マルコフ連鎖の各状態 s_i , $i=0,1,\dots,m-1$ における性能が関数 $f_i(t_i)$ で定まり、各状態で変数 t_i を選択する。条件(b) 変数 t_i により状態 s_i から状態 s_j への遷移確率が定まり、 t_i , $i=0,1,\dots,m-1$ によりマルコフ連鎖における状態の定常分布 Q_i , $i=0,1,\dots,m-1$ が一意に定まる。条件(a),(b)のもとで、平均性能 $\sum_{i=0}^{m-1} Q_i f_i(t_i)$ を最適にする変数の組 t_i , $i=0,1,\dots,m-1$ の求解手法の提案とその最適性、適応条件等の検討である。さらに、同提案手法を用いて、情報理論における未解決問題である最適な準瞬時符号の構成法を提案するとともに、提案する符号の性能評価を行う。

3. 研究の方法

次の Algorithm 1 の改良と同提案手法を用いて、情報理論における未解決問題を解く。

Algorithm 1 条件 (a) と (b) を満たす最適化問題を解く反復アルゴリズム [A]

入力: 条件 (a) と (b) を満たす遷移確率関数 $p_i(s_j | s_i, t_i)$, $i, j \in \mathcal{I}_m$ と性能関数 $f_i(t_i)$

出力:

$$t^{(\text{opt})} := (t_i^{(\text{opt})})_{i \in \mathcal{I}_m := \{0,1,\dots,m-1\}} \in \underset{(t_i)_{i \in \mathcal{I}_m} \in (\mathcal{T}_i)_{i \in \mathcal{I}_m}}{\operatorname{argmax}} \sum_{i \in \mathcal{I}_m} Q_i f_i(t_i) \quad (1)$$

1: パラメータ $c_{j,j+1}$, $j \in \mathcal{I}_{m-1}$ を $c_{j,j+1} \leftarrow 0$ と初期化する。

2: **repeat**

3: $(\hat{c}_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1}) \leftarrow (c_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1})$ と $\hat{c}_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1}$ を更新する。

4: **for each** $i \in \mathcal{I}_m$ **do** 次式で t_i を更新する。

$$t_i \leftarrow \underset{t_i \in \mathcal{T}_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ f_i(t_i) - \sum_{j=0}^{i-1} c_{j,j+1} \sum_{k=0}^j p_i(s_j | s_i, t_i) + \sum_{j=i}^{m-2} c_{j,j+1} \sum_{k=j+1}^{m-1} p_i(s_k | s_i, t_i) \right\} \quad (2)$$

5: **for each** $j \in \mathcal{I}_{m-1}$ **do** 次式で $c_{j,j+1}$ を更新する。

$$c_{j,j+1} = \frac{1}{\operatorname{Tr}(\operatorname{adj} \mathbf{r})} \sum_{x=1}^{m-1} \sum_{y=0}^{x-1} (-1)^{(x+y+1)} \cdot (\det \mathbf{r}_{\{x,y\},\{j,j+1\}}) \cdot (f_x(t_x) - f_y(t_y)) \quad (3)$$

\mathbf{r} は m 行 m 列の行列であり、単位行列 I から遷移行列 $\mathbf{p} := (p_i(s_j | s_i))_{i,j \in \mathcal{I}_m}$ を引いた $\mathbf{r} := I - \mathbf{p}$ である。 $\mathbf{r}_{\{x,y\},\{j,j+1\}}$ は、インデックスを 0 から数えて、 \mathbf{r} の x 行目と y 行目を削除し、 j 列目と $j+1$ 列目を削除した $m-2$ 行 $m-2$ 列の行列である。 $\det \mathbf{r}_{\{x,y\},\{j,j+1\}}$ は行列 $\mathbf{r}_{\{x,y\}}$ の行列式であり、 $\operatorname{Tr}(\operatorname{adj} \mathbf{r})$ は \mathbf{r} の余因子行列の対角和 $\sum_{j=0}^{m-1} (\operatorname{adj} \mathbf{r})_{j,j}$ 。

6: **until** $(\hat{c}_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1}) = (c_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1})$

7: **return** $(t_i, i \in \mathcal{I}_m)$

具体的には、下記の問題設定(A)~(C)等に対する符号を提案し、その性能を評価する。問題設定(A) 無歪み情報源符号の一種であるアルファベティック符号について検討する。情報源系列における辞書式順序の対応を符号語系列にも課した符号としてアルファベティック符号がある。復号器において復号遅延を許容する準瞬時復号可能なアルファベティック符号を提案し、既存の瞬時復号可能なアルファベティック符号と比較して平均符号長を短くできることを示す。

問題設定(B) 定常無記憶情報源からの出力系列を有限状態無雑音通信路を介して無歪みで伝送する場合に平均コストを最小にする瞬時復号可能な結合符号を検討する。提案手法では、通信路における状態ごとに平均性能最適化のアルゴリズムに用いる平均コスト最小の符号を整数計画法により部分問題最適化を求め、さらに、状態ごとに求めた符号の更新を平均性能最適化アルゴリズムにより行い、平均コストを最小にする瞬時復号可能な結合符号を試みる。

問題設定(C) 復号器で2ビットの復号遅延を許容するAIFV符号の一般化として、符号ビットのコストを一定力整数値に一般化した場合を検討し、平均コストを最小にする最適な無歪み情報源符号の構成法を検討する。

4. 研究成果

上記のAlgorithm 1の改良として、次のAlgorithm 2を提案した。

Algorithm 2 条件 (a) と (b) を満たす最適化問題を解く反復アルゴリズム

入力: 条件 (a) と (b) を満たす遷移確率関数 $p_i(s_j|s_i, t_i), i, j \in \mathcal{I}_m$ と性能関数 $f_i(t_i)$

出力: (1) の $t^{(\text{opt})}$

1: パラメータ $c_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1}$ を $c_{j,j+1} \leftarrow 0$ と初期化する。

2: **repeat**

3: $(\hat{c}_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1}) \leftarrow (c_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1})$ と $\hat{c}_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1}$ を更新する。

4: 次式で $c_{k,j}, k, j \in \mathcal{I}_{m-1}$ を定める。

$$c_{k,j} := \sum_{i=k}^{j-1} c_{i,i+1} - \sum_{i=j}^{k-1} c_{i,i+1} \quad (4)$$

5: **for each** $i \in \mathcal{I}_m$ **do** 次式で t_i を更新する。

$$t_i \leftarrow \operatorname{argmax}_{t_i \in \mathcal{T}_i} \left\{ f_i(t_i) + \sum_{j \in \mathcal{I}_m} c_{i,j} p_i(s_j | s_i, t_i) \right\} \quad (5)$$

6: **for each** $j \in \mathcal{I}_{m-1}$ **do** 次式と式(4)の連立方程式を解き、 $c_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1}$ を更新する。

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_m} Q_i f_i(t_i) = f_i(t_i) + \sum_{j \in \mathcal{I}_m} c_{i,j} p_i(s_j | s_i, t_i) \quad (6)$$

7: **until** $(\hat{c}_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1}) = (c_{j,j+1}, j \in \mathcal{I}_{m-1})$

8: **return** $(t_i, i \in \mathcal{I}_m)$

問題設定(A)に対する研究成果として下記の[1][2]などがある。

[1] K. Iwata, H. Yamamoto, "An Algorithm for Constructing the Optimal Code Trees for Binary Alphabetic AIFV-m Codes," Proceedings in 2020 IEEE Information Theory Workshop (ITW), pp.261-265, April 2021.

[2] 植田, 岩田, 山本, "N ビットの復号遅延を許容するアルファベティック符号の構成法," 信学技報, vol.122, no. 427, IT2022-102, pp.218-223, 2023年3月.

問題設定(B)に対する研究成果として下記の[3]などがある。

[3] Ken-ichi Iwata, Hirosuke Yamamoto, "Joint Coding for Discrete Sources and Finite-State Noiseless Channels," Proceedings in 2022 IEEE Internal Symposium on Information Theory (ISIT), pp. 3340-3345, 2022, DOI: 10.1109/ISIT50566.2022.9834437.

問題設定(C)に対する研究成果として下記の[4]などがある。

[4] K. Iwata, K. Hashimoto, T. Wakayama, H. Yamamoto, "AIFV Codes Allowing 2-bit Decoding Delays for Unequal Bit Cost," 2024 IEEE Internal Symposium on Information Theory (ISIT), accepted, 2024.

さらに、関連する研究として下記の研究成果がある。

[5] K. Hashimoto, K. Iwata, "Optimality of Huffman Code in the Class of 1-bit Delay Decodable Codes," IEEE Journal on Selected Areas in Information Theory, vol.3, no.4, pp.616-625, Dec., 2022, DOI:10.1109/JSAIT.2022.3230745.

[6] K. Hashimoto, K. Iwata, "Properties of k-Bit Delay Decodable Codes," IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol. E107-A, no.3, pp.417-447, Mar. 2024, DOI:10.1587/transfun.2023TAP0016.

参考文献

- [A] H. Yamamoto, M. Tsuchihashi, and J. Honda, ``Almost Instantaneous Fixed-to-Variable Length Codes,' ' IEEE Trans. Information Theory, vol.61, no.12, pp.6432-6443, Dec.2015, DOI: 10.1109/TIT.2015.2492961.
- [B] R. Fujita, K. Iwata, H. Yamamoto, ``An Iterative Algorithm to Optimize the Average Performance of Markov Chains with Finite States,' ' Proceedings in 2019 IEEE Internal Symposium Information Theory (ISIT), pp. 1902-1906, Paris, France, Jul. 2019, doi:10.1109/ISIT.2019.8849856.
- [C] R. Fujita, K. Iwata, H. Yamamoto, ``An Optimality Proof of the Iterative Algorithm for AIFV-m Codes, ' ' Proceedings in 2018 IEEE Internal Symposium Inf. Theory (ISIT), pp. 2187-2191, Vail, USA, Jun. 2018, DOI:10.1109/ISIT.2018.8437861.
- [D] K. Iwata, H. Yamamoto, ``An Iterative Algorithm to Construct Optimal Binary AIFV-m Codes,' ' Proc. of 2017 IEEE Information Theory Workshop (ITW), pp.519-523, Kaohsiung Taiwan, Nov. 2017, DOI:10.1109/ITW.2017.8277992.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Hashimoto Kengo, Iwata Ken-ichi	4. 巻 -
2. 論文標題 Optimality of Huffman Code in the Class of 1-bit Delay Decodable Codes	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Journal on Selected Areas in Information Theory	6. 最初と最後の頁 616-625
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/JSAIT.2022.3230745	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 HASHIMOTO Kengo, IWATA Ken-ichi	4. 巻 E107.A
2. 論文標題 Properties of k-Bit Delay Decodable Codes	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 417 ~ 447
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transfun.2023TAP0016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 4件）

1. 発表者名 植田大智, 岩田賢一, 山本博資
2. 発表標題 Nビットの復号遅延を許容するアルファベティック符号の構成法
3. 学会等名 電子情報通信学会情報理論研究会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 植田大智, 岩田賢一, 山本博資
2. 発表標題 3ビットの復号遅延を許容するアルファベティック符号の構成法
3. 学会等名 第45回情報理論とその応用シンポジウム
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋本健吾, 岩田賢一
2. 発表標題 1ビット遅延復号可能な無歪み情報源符号のクラスにおけるハフマン符号の最適性
3. 学会等名 第45回情報理論とその応用シンポジウム
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Iwata Ken-ichi, Yamamoto Hirosuke
2. 発表標題 Joint Coding for Discrete Sources and Finite-State Noiseless Channels
3. 学会等名 Proceedings of 2022 IEEE International Symposium on Information Theory (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Hashimoto Kengo, Iwata Ken-ichi
2. 発表標題 On the Optimality of Binary AIFV Codes with Two Code Trees
3. 学会等名 Proceedings of 2021 IEEE International Symposium on Information Theory (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Iwata Ken-ichi, Yamamoto Hirosuke
2. 発表標題 AIFV Codes Based on Iterative Algorithm and Dynamic Programming
3. 学会等名 Proceedings of 2021 IEEE International Symposium on Information Theory (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Iwata Ken-ichi、Yamamoto Hirotsuke
2. 発表標題 An Algorithm for Constructing the Optimal Code Trees for Binary Alphabetic AIFV-m Codes
3. 学会等名 Proceedings of 2020 IEEE Information Theory Workshop (ITW) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 岩田賢一，藤田龍星，山本博資
2. 発表標題 AIFV符号の構成法および有限マルコフ状態における平均性能の最適化法
3. 学会等名 電子情報通信学会フォトニックネットワーク研究会 (招待講演)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	山本 博資 (Yamamoto Hirotsuke) (30136212)	東京大学・大学院新領域創成科学研究科・名誉教授 (12601)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 協力者	橋本 健吾 (Hashimoto Kengo)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------