

令和 4 年 6 月 6 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2021

課題番号：20K13458

研究課題名(和文) 離散数学をツールとした非分割財市場の理論研究

研究課題名(英文) A theoretical analysis of markets with indivisible commodities: An approach from discrete mathematics

研究代表者

横手 康二 (Yokote, Koji)

早稲田大学・高等研究所・講師(任期付)

研究者番号：50802344

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 800,000円

研究成果の概要(和文)：経済学の主な役割の一つは、市場の働きについての理解を深め、様々な財・サービスが適切に取引されるための指針を提供することである。本研究では、「非分割財」と呼ばれる財の市場について理論的に分析をした。ここで「非分割財」とは、0単位か1単位のどちらかだけの量で取引される財のことを指す。例えば、労働市場において労働者は通常一つの企業のみ勤めるため、企業の雇用枠は非分割財の一種である。非分割財は、数学的には離散的に取引される財として記述される。離散数学の手法を非分割財市場の分析に応用することで、均衡(=需給が一致した状態)の構造について新たな定理を証明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の意義として、政府が労働市場に介入する際にどのような方法が望ましいのについての理解を深めた点が挙げられる。例えば、障がいを持つ方が仕事を確保できるように、企業が障がい者の雇用に一定額の補助金を提供する状況を考える。このとき、どの程度の額の補助金が望ましいのか、という疑問が生じる。本研究では、いくつかの仮定を課した市場のモデルにおいて、適切な補助金の額を計算する具体的な方式を提供した。

研究成果の概要(英文)：A primary role of economics is to deepen our understanding of the workings of markets and provide a guide for better organizing them. In this research, I theoretically investigated markets for indivisible goods. Here, an "indivisible good" is defined as a good that is consumed in either 0 or 1 unit. For example, in a job market, a worker typically has only one position; thus, job positions are an indivisible good. Mathematically speaking, an indivisible good is formulated as a good that is traded in discrete units. Applying techniques in discrete mathematics to the analysis of markets, I established new theoretical results on the structure of market equilibria.

研究分野：ミクロ経済学

キーワード：非分割財市場 離散凸解析 ゲーム理論 マッチング

## 1. 研究開始当初の背景

(1) ミクロ経済理論は伝統的に「市場」を分析の対象としてきた。市場とは、消費者と生産者が財・金銭を交換する場を指す。この広大な場を数学的に分析することを目的として、市場の理論が確立された。この理論の特徴として、「取引量の連続性の仮定」を課す点が挙げられる。即ち、現実の市場での財は1個・2個といった離散的な量で取引されるが、分析の上では連続的な量(例えば1.5個)も取引可能であると考えられる。この仮定は、大量の財が取引される市場を近似的に描写しているという観点から正当化される。

(2) ただし、上述の「取引量の連続性の仮定」が適さない状況もある。例えば労働市場を考えた場合、一人の労働者が務める会社は通常1社のみであり、連続的な数の会社に勤めるという仮定は現実から乖離してしまう。そこで、財の取引量が離散的であるという前提に基づき分析を進める「非分割財市場の理論」が誕生した。しかし、この理論の発展を妨げる要因があった。それは、ミクロ経済学が利用してきた数学ツールと離散性との間の齟齬である。その生誕以来、ミクロ経済学は「解析学」や「位相数学」といった連続的な変数を扱う数学ツールを応用してきた。離散的な変数を扱う「離散数学」を市場の理論とどのように接続すれば良いのかについては、十分な知見が蓄えられてこなかった。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、離散数学における近年の進展を経済学に取り入れることで、非分割財市場の理論研究を発展させることである。ここで述べた「近年の進展」とは、具体的には「離散凸解析」と呼ばれる数学理論の体系化を指す。市場の理論において最も重要な仮定の一つに「凸性」がある。この性質は連続的な変数の集合に対して定義されているが、それを離散的な変数の集合に定義し、統一的に扱うことを企図した学問として「離散凸解析」が体系化された。この理論を非分割財市場に応用することで、均衡(=需要と供給が一致した状態)の構造・性質を解き明かすことを目的とする。その上で、均衡における社会厚生を分析し、望ましい財の分配の在り方について新たな知見を提供することを目指す。

## 3. 研究の方法

離散凸解析における主要な数学的定理を非分割財市場のモデルに応用するという研究手法を採用した。ここで「主要な数学的定理」とは、具体的には「分離定理」を指す。凸解析における分離定理は、経済学においてしばしば登場する「最適化問題」を幾何的に把握・分析する強力なツールであり、これまでの経済分析でも頻繁に応用されてきた。申請者は、これまでの研究において、離散版の分離定理をオークションの分析に応用する研究を進めてきた。本研究では、分離定理を労働市場の分析に応用した。

具体的な分離定理の応用方法を以下に述べる。労働市場には、三つの主要なアクターが存在する。労働者、企業、そして政府である。それぞれのアクターは、個別の目的に沿って意思決定をする。労働者であれば自分の効用を最大化する企業を選び、企業であれば自社の利潤を最大化するように労働者を雇用する。政府は、不公平な雇用が生じないように規制を設けつつ、社会的余剰を最大にする政策を打ち出す。それぞれの問題は、どの労働者がどの企業とマッチするかという離散変数を動かしながら関数を最大化する問題として定式化される。与えられた最大化問題に分離定理を応用すると、それに対応する「双対問題」と呼ばれる別の最小化問題が生じる。この最小化問題は賃金体系を変数としており、最小点の賃金体系が均衡を実現する賃金体系になる。最小点における賃金体系を分析することで、均衡における賃金体系の性質を解き明かすという分析の方法を採用した。

## 4. 研究成果

研究の成果として、二つの論文を学術雑誌に掲載し、国際学会での報告を一件行った。二つの論文の内の一つは「Journal of Economic Theory」という理論経済学における主要な学術雑誌の一つにアクセプトされている。それぞれの論文の内容を以下に記述する。

(1) 一つ目の論文は“On optimal taxes and subsidies: A discrete saddle-point theorem with application to job matching under constraints”である。Journal of Mechanism and Institution Design 誌にアクセプトされた。この論文の分析は、労働市場に政府が介入する状況を分析した Kojima, Sun and Yu (2020) のモデルを土台としている。現実の労働市場では、政府が企業に税金あるいは補助金を課すことによって、望ましい雇用状態を実現しようとすることがある。例えば、企業が障がいのある人を一定数雇うように補助金を導入する政策は、世界の様々な国で確認されている。政府の介入は公平性の立場からは肯定されるが、均衡価格を歪めてしまうため、効率性の立場からは望ましくない。それでは、効率性をなるべく損なうことなく政府が掲げる政策目標を達成するためには、どのような税金・補助金の額がベストなのだろうか。この問題は、政府の政策目標を制約として労働市場の社会的余剰を最大化することと同値であり、数学的には制約付き最大化問題として定式化される。本研究では、この最大化問題に離散の分離定理を応用した。その結果として、適切な水準の税金・補助金の額とその下での均衡賃金体系が、Lagrange function と呼ばれる関数の最小点として特徴づけられることを証明した。さらに、Lagrange function が  $L$  凸性と呼ばれる離散の凸性を満たすことを示した。この研究の貢献として、適切な税金・補助金額を高速で計算する具体的な方法を提示したことが挙げられる。本研究の成果は、国際学会 20th annual SAET conference においても報告をした。

(2) 二つ目の論文は“Consistency of the doctor-optimal equilibrium price vector in job-matching markets”である。Journal of Economic Theory 誌にアクセプトされた。この論文では、労働市場に新たな労働者が参加した場合に均衡賃金体系がどのように変化するかを分析した。現実の労働市場では、政府の政策により市場に参加する労働者の数が増減するため、それが社会厚生にどのような影響を与えるのかと問うことは重要である。この問題を解くために、均衡の状態を幾何的に捉えるという分析手法を採った。均衡、即ち需給が一致するとは、「労働者の労働供給量」と「企業の労働需要量」の集合が交わっている状態と解釈できる。本研究ではまず、労働の供給量と需要量それぞれの集合が、 $M$  凸性と呼ばれる離散の凸性を満たすことを指摘した。その上で、新たな労働者が市場に参加した時に二つの  $M$  凸集合がどのように変化するか、離散分離定理を用いて記述した。分析の結果として、労働者の新規参加は均衡価格を押し下げるものの、均衡価格の集合を見た場合、新規参加の前と後の集合の間に共通部分があるという事実を証明した。本研究の成果は、均衡の変化についての理解を深めるだけでなく、メカニズムデザイン理論にも新たな知見を提供した。具体的には、メカニズムデザイン理論で中心的な役割を果たす「耐戦略性」と呼ばれる性質が、上述した均衡価格についての性質から直ちに導かれることを証明した。

[参考文献] Kojima, F., Sun, N., & Yu, N. N. (2020). Job matching under constraints. American Economic Review, 110(9), 2935-47.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Koji Yokote	4. 巻 5
2. 論文標題 On optimal taxes and subsidies: A discrete saddle-point theorem with application to job matching under constraints	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mechanism and Institution Design	6. 最初と最後の頁 37-77
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.22574/jmid.2020.12.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Koji Yokote	4. 巻 197
2. 論文標題 Consistency of the doctor-optimal equilibrium price vector in job-matching markets	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Economic Theory	6. 最初と最後の頁 105346 ~ 105346
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jet.2021.105346	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件/うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Koji Yokote
2. 発表標題 A polynomial-time algorithm for finding a stable outcome and taxes in job matching under constraints without quasi-linearity
3. 学会等名 The 20th Annual SAET Conference（国際学会）
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

研究代表者HP

<https://sites.google.com/site/kojiyokote/>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------