

令和 6 年 6 月 21 日現在

機関番号：13901

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2023

課題番号：20K14449

研究課題名（和文）大域的電磁ジャイロ運動論の構造保存アルゴリズム開発

研究課題名（英文）Development of structure-preserving algorithm for global electromagnetic gyrokinetics

研究代表者

白戸 高志 (Shiroto, Takashi)

名古屋大学・理学研究科・助教

研究者番号：10827520

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,600,000 円

研究成果の概要（和文）：本課題では、炉心プラズマの運動論に関連した理論・シミュレーション研究を展開した。磁場閉じ込めプラズマのような長時間計算において温度などの基礎的な物理量を正確に記述することを目的として、エネルギーや運動量を厳密に保存する数値アルゴリズムの開発を行った。また、これと並行して、運動論シミュレーションで用いられる電磁場のモデルについて理論的に考察し、数値シミュレーションに適用しやすい新しい定式化を行い、理論と数値シミュレーション法の両面から研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

フュージョンプラズマにおける乱流輸送は、壁へのダメージの原因となる熱流束を決定づける要因の一つである。これを正確に予測できるシミュレーション手法の開発は、フュージョンエネルギーの実現化に大きく貢献するものである。また、プラズマは電磁場と相互作用するため、相互にエネルギーなどの交換が行われる。エネルギー収支を正しく記述するシミュレーションを実行するためには、支配方程式に対する数学的変形が必要不可欠であり、そのような変形を再現できる数値技法の開発は学術的に意義のあるものである。

研究成果の概要（英文）：In this study, we conducted theoretical and simulation research related to the kinetic simulation of fusion plasmas. In order to accurately describe fundamental quantities such as temperature in long-time calculations, such as those for magnetically confined plasmas, by developing numerical algorithms that rigorously conserve energy and momentum. Additionally, we theoretically examined the model of electromagnetic fields used in kinetic simulations. We proposed a new approach that is easily applicable to numerical simulations, and conducted research from both theoretical and numerical simulation perspectives.

研究分野：プラズマ物理学

キーワード：プラズマ物理学 数値シミュレーション 運動論

1. 研究開始当初の背景

磁場閉じ込め核融合ではアルファ粒子はまず電子を加熱し、衝突の結果として電子からイオンにエネルギーが受け渡されるため、電子の輸送現象を理解することが肝要である。このような磁化プラズマ中の輸送現象に対する第一原理計算手法は full-f 電磁ジャイロ運動論であるが、現時点で実用化されている full-f コードは静電ジャイロ運動論に制限されている。電子は質量が小さく磁場揺動の影響を受けやすいため、運動論的電子に起因する電子熱輸送や粒子輸送を正しく理解するには、full-f 電磁ジャイロ運動論コードの開発が必須である。

2. 研究の目的

当初は電磁ジャイロ運動論に対するアルゴリズム開発を目的に据えていた。しかしながら、電磁ジャイロ運動論が静電ジャイロ運動論に対して優位性を持つ核融合プラズマの周辺部においては、ジャイロ近似の妥当性に対して疑問符のつく場面も散見される。そこで、ジャイロ平均を行わないより第一原理的な支配方程式系である、6次元 Vlasov-Darwin 系に対する構造保存アルゴリズム開発に方針転換を行った。

Vlasov-Darwin 系は Vlasov-Maxwell 系から電磁波の寄与を落とした方程式系であり、非相対論的な振る舞いを示す磁場閉じ込めプラズマに対する第一原理方程式と言える。この系では、荷電粒子の位相空間中における移流現象を扱うとともに、楕円型偏微分方程式により電磁ポテンシャルを計算する。そのため、Vlasov-Darwin 系においてエネルギー保存則に代表される基礎的な物理法則を満足するには、双曲型方程式と楕円型方程式を自己無撞着に離散化して解かなければならず、そのような手法を発見するに至っていないという課題があった。

そこで本研究では、Vlasov-Darwin 系に代表される運動論シミュレーションに対して、解析的な関係式を離散的に満足することで保存則などを満足することを目指し、構造保存アルゴリズム開発を行うことを目的とする。

3. 研究の方法

本課題では、構造保存数値アルゴリズム開発と物理モデルに対する理論的考察の両面から研究を行った。前者の構造保存アルゴリズム開発では、Rosenbluth-Fokker-Planck 衝突項に対する運動量・エネルギー保存スキーム、粒子法と差分法の特徴を併せ持つ Hybrid Lagrangian-Eulerian (HLE) 法の提案、Vlasov-Darwin 系に対する正準運動量・ハミルトニアン保存スキームの開発を行った。これらの数値アルゴリズムに対する研究では、支配方程式が有する解析的な数学的構造を調査し、それを離散的に再現する数値技法を用いることで、保存則に代表される物理法則を満足する手法を構築することを目指した。後者の物理モデルに対する理論的考察では、電磁気学における Darwin 近似を Coulomb ゲージのみならず Lorenz ゲージにおいても成立するように、近似手法の見直しを行った。この研究成果は、先に述べた Vlasov-Darwin 系に対する保存スキーム開発にも反映されている。

4. 研究成果

ここでは、本課題の時系列に合わせて、(i) Rosenbluth-Fokker-Planck 衝突項に対する保存スキーム開発、(ii) HLE 法の提案、(iii) Lorenz ゲージに対する Darwin モデルの拡張、(iv) Vlasov-Darwin 系に対する保存スキーム開発、の順に研究成果を報告する。

4. 1. Rosenbluth-Fokker-Planck 衝突項に対する保存スキーム開発

Rosenbluth-Fokker-Planck 衝突項は、Coulomb 衝突による小角度散乱をモデル化した方程式であり、速度空間における非線形移流拡散方程式に相当する Fokker-Planck 衝突項と、楕円型方程式の解として求められる Rosenbluth ポテンシャルから構成される。この系は積分微分方程式である Landau-Fokker-Planck 方程式と等価であることが証明されており、したがって、運動量・エネルギー保存則が成立することもまた自明である。しかしながら、Rosenbluth 形式単体での保存則の証明方法は議論がなされた例がほとんどなく、特に異種粒子衝突における保存則の証明は困難であると理解されてきた。本研究では、積分形で保存則を議論する際の体積分項に着目し、粒子種 s と s' に関して歪称な体積分項が得られるように部分積分を繰り返し行った結果、

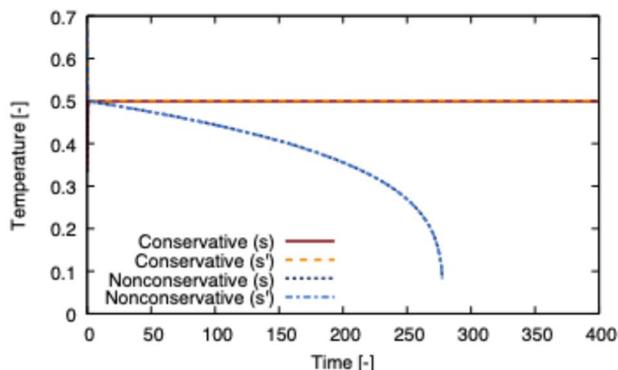


図1. 保存スキームは長時間計算においても温度の非物理的な減少を抑制する。

Rosenbluth 形式における運動量・エネルギー保存則に対する解析的な証明を初めて与えた。この結果より、Rosenbluth-Fokker-Planck 衝突項に対する保存スキームを開発するには、部分積分を離散的に保持するような離散化手法を構築しなければならないという拘束条件が得られたため、弱形式の離散化に適した不連続 Galerkin 法を選定して保存スキームの構築を試みた。図 1 に示すように、開発した保存スキームを用いれば、非物理的な温度の低下に起因する数値不安定性を回避できることが確認できる。このような議論の結果、四半世紀に渡り不可能であると理解されてきた、異種粒子衝突に対する Rosenbluth-Fokker-Planck 衝突項のための、質量・運動量・エネルギー保存スキームが実現可能であることを証明した。

4.2. HLE 法の提案

Particle-in-cell (PIC) 法は運動論プラズマに対する数値計算法として広く知られており、Vlasov 方程式の差分計算と比較して計算精度の観点では劣るものの、比較的少ない計算コストで物理の議論が可能であることから、プラズマの理工系研究においてしばしば用いられる数値計算法である。しかしながら、これまで半世紀以上にわたり PIC 法における保存則の議論がなされてきたが、エネルギー保存則を満たそうとすれば運動量保存則が破られ、運動量保存則を満たそうとすればエネルギー保存則が破られるというジレンマを解決できずにいた。本研究では、このようなジレンマの原因が粒子法と差分法の連結方法にあると仮説を立てた。これに対する解決方法として、粒子の速度空間における振る舞いは PIC 法と同様に Lagrange 的に離散化する一方、空間の離散化は Maxwell 方程式との離散的な自己無撞着性を考慮して Euler 的に離散化する、HLE 法を提案した。このような方針に基づいて開発した手法を用いて数値実験を行った結果、速度空間を Lagrange 的に扱う運動論スキームとしては世界で初めて、運動量保存則とエネルギー保存則を両立可能であることを実証した。

4.3. Lorenz ゲージに対する Darwin モデルの拡張

Darwin モデルは非相対論極限において成立する Maxwell 方程式のサブモデルであり、電磁波の横波成分を無視したものである。このモデルは数値チェレンコフ放射による数値解の汚染が生じず、真空中の光速よりも十分遅いプラズマ現象の記述に適している。Darwin モデルの提案以来、電磁ポテンシャルを用いてこの系を表す場合、Coulomb ゲージを用いなければならないと考えられてきた。ジャイロ運動論のようにベクトルポテンシャルを磁場に対して平行な成分と垂直な成分に分けて議論する場合には、Coulomb ゲージを用いるとスカラーポテンシャルとベクトルポテンシャルの対称性が良くなり、理論的な見通しを立てやすくなるという特徴がある。一方で、反変成分を用いてベクトルポテンシャルを記述する場合には、Lorenz ゲージを用いる方が方程式の対称性が良いため、数値スキーム開発の観点からも Lorenz ゲージに対して成立するように理論を拡張することが望ましいと考えられる。Maxwell 方程式から Darwin モデルを導く過程を詳細に解析した結果、Coulomb ゲージを用いて 2 つの項を同時に落としているが、一方の項に関してはゲージ条件ではなく、横波を無視するという別の物理的要請に依存して落とすべき項であることが判明した。Coulomb ゲージのみを考える場合は特に問題にはならないが、方程式に対してゲージ不変性を課すためには、ほとんど同じ見方をして 2 つの項を別の根拠に基づいて取り扱う必要があるという結論が得られた。その副産物として、従来まではエネルギーが保存量であると考えられてきたが、ゲージ変換に対して不変な保存量はハミルトニアンであるという新たな物理的知見もまた得ることができた。

4.4. Vlasov-Darwin 系に対する保存スキーム開発

Lorenz ゲージに拡張した Darwin モデルに関する理論的研究に引き続き、Vlasov-Darwin 系に対する電荷・正準運動量・ハミルトニアン保存スキームの開発を実施した。前述の通り、Lorenz ゲージではスカラーポテンシャル及びベクトルポテンシャルに対する楕円型方程式が対称形となる。そのため、対称性を離散化レベルで厳密に保証するために、同一の線形スキーム及び同種の境界条件を用いてポテンシャルの離散化を行った。これにより、Vlasov 方程式及び Darwin モデルから導かれる電荷保存則が自己無撞着でなければならないという拘束条件を離散化レベルで満足した。また、Vlasov 方程式に対する離散的な部分積分(部分和分)を行うことで正準運動量及びハミルトニアンの保存則を導出することから、Vlasov 方程式に対しても線形な中心差分スキームを選定した。このような開発方針に基づき、Vlasov-Darwin 系に対する空間 3 次元・速度 3 次元の完全保存スキームを開発した。スキームの開発後は、2 流体不安定性や Landau 減衰、Weibel 不安定性などによる数値実験を実施し、図 2 に示すように保存則が成立することを実証した。

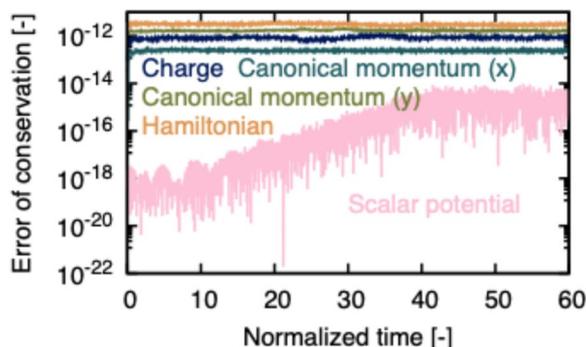


図 2. Vlasov-Darwin 系における正準運動量やハミルトニアンの保存を実証した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Shiroto Takashi, Matsuyama Akinobu, Yagi Masatoshi	4. 巻 469
2. 論文標題 A charge-momentum-energy-conserving 1D3V hybrid Lagrangian-Eulerian method for Vlasov-Maxwell system	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Computational Physics	6. 最初と最後の頁 111522 ~ 111522
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jcp.2022.111522	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shiroto Takashi	4. 巻 30
2. 論文標題 An improved Darwin approximation in the classical electromagnetism	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physics of Plasmas	6. 最初と最後の頁 044501 ~ 044501
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1063/5.0138048	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shiroto Takashi, Matsuyama Akinobu, Aiba Nobuyuki, Yagi Masatoshi	4. 巻 449
2. 論文標題 A mass-energy-conserving discontinuous Galerkin scheme for the isotropic multispecies Rosenbluth-Fokker-Planck equation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Computational Physics	6. 最初と最後の頁 110813 ~ 110813
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jcp.2021.110813	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 0件／うち国際学会 2件）

1. 発表者名 Takashi Shiroto
2. 発表標題 The Structure and Structure-Preserving Discontinuous Galerkin Scheme for the Multispecies Rosenbluth-Fokker-Planck Equation
3. 学会等名 The 27th International Conference on Numerical Simulation of Plasmas（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 白戸 高志
2. 発表標題 古典電磁気学における修正されたDarwin近似の提案
3. 学会等名 日本物理学会2022年秋季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 T. Shiroto, A. Matsuyama, M. Yagi
2. 発表標題 A mass-momentum-energy-conserving alternative numerical method for the Vlasov-Maxwell system
3. 学会等名 The XXXII IUPAP Conference on Computational Physics (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 白戸高志、松山顕之、矢木雅敏
2. 発表標題 運動論プラズマに対するLagrangian-Eulerian混合解法
3. 学会等名 日本物理学会2021年秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 白戸高志、松山顕之、相羽信行
2. 発表標題 ダイバージェンスフリーな不連続ガレルキン法による非線形MHDコード開発
3. 学会等名 第38回プラズマ・核融合学会年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 白戸高志、松山顕之、相羽信行
2. 発表標題 多次元リーマン解法に基づくダイバージェンスフリーな不連続ガレルキン法
3. 学会等名 第35回数値流体力学シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 白戸高志、松山顕之、相羽信行
2. 発表標題 完備な基底関数の実装による非線形MHDコードの改良
3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------