

令和 5 年 6 月 5 日現在

機関番号：17102

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2020～2022

課題番号：20K20886

研究課題名（和文）時間作用素の数理と実験的検証

研究課題名（英文）Mathematical and experimental verification of time operators

研究代表者

廣島 文生（Hiroshima, Fumio）

九州大学・数理学研究院・教授

研究者番号：00330358

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,800,000円

研究成果の概要（和文）：本研究は、「時間作用素」の存在の実験的検証と理論的研究を行うものである。Hを系のハミルトニアンとすると、弱ワイル関係を満たすペア(H,T)が存在すれば、Tを強時間作用素という。本研究は純粋数学の概念である時間作用素の存在を実験で確かめようという極めて挑戦的な研究である。しかし、コロナ禍で当初の予定通りに研究は進まなかったが、時間の理論家、実験家を集めた研究会の開催とレクチャーノートの発行、および、海外国内での成果発表などを行うことができた。また、シミュレーションでの新井の不等式の検証を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

時間作用素はハミルトニアンに付随した概念として与えられる。数学的には時間作用素は線型作用素の一つである。時間作用素が量子力学に関連しているため、直接的な社会的意義はないが、量子力学は現代科学の基礎であり、多くの応用分野に影響を与えていることを考えれば、社会的な進歩や技術の向上につながるがあり得る。

研究成果の概要（英文）：This research is an experimental verification and theoretical study of the existence of the so-called "time operators". Let  $H$  be the Hamiltonian of the system.  $T$  is called a strong time operator iff there exists a pair  $(H, T)$  satisfying the weak Weil relation. This study is an extremely challenging research to experimentally confirm the existence of time operators, which is a concept in pure mathematics. Although the research did not proceed as originally planned due to COVID 2019, we were able to hold a workshop on the time operator, publish lecture notes, and present our results both in Japan and abroad. We also verified Arai's inequality in simulations.

研究分野：作用素論、確率解析、場の量子論

キーワード：強時間作用素 弱ワイル関係 不確定性原理 正準交換関係

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

### 1.研究開始当初の背景

2014年秋に、非有界作用素代数が専門であるシュムットゲン教授(ライプチヒ大)が福岡大に短期滞在し、彼の前で正準交換関係の表現論について講演する機会をえた。2017年に、新井朝雄教授(北大)と共同で時間作用素の階層性の研究にたどり着き結果を公表した。ここでは時間作用素の階層性の他に不確定性原理についても言及した。当初は純粋数学として時間作用素を研究していたが、エネルギー・時間の不確定性原理の定義が実は曖昧であることや、ハイゼンベルクの不等式を否定する小澤の不等式が重力波検出に貢献するなど、量子力学創成期に確立された原理が変更を迫られることを知ってから時間作用素の物理的・哲学的な部分にも興味を湧いてきた。2018年度日本数学会函数解析分科会で「時間結晶」について講演している実験系の研究者の講演が目にとまった。講演者は北大工学部博士課程3年の中津川氏で、時間作用素を実験で確かめるという大変興味深い講演だった。2019年9月に転機が訪れた。北大で開催された科学基礎論の研究会で、時間作用素の階層性について講演する機会を得た。そこで中津川氏の指導教員の丹田教授に講演後「時間作用素を実験で検証したい」という申し出があった。そこで本研究の着想を得た。

### 2.研究の目的

本研究は、研究代表者の廣島文生、研究協力者の丹田聡(北大)、中津川啓治(北大)と共に「時間作用素」の実験的検証と理論的研究を行うものである。

位置作用素 $Q$ と運動量作用素 $P$ に関する不確定性原理はハイゼンベルクが1927年に発見した物理的な原理であり、 $\Delta P$ と $\Delta Q$ を其々の同時測定誤差として $\Delta P \times \Delta Q = \hbar/2$ と表される。 $(P, Q)$ と対をなすエネルギーと時間のペア $(E, T)$ に対しても不確定性関係 $\Delta E \times \Delta T = \hbar/2$ が信じられてきたが、厳密な定義は存在しない。 $\Delta E \times \Delta T = \hbar/2$ にロバートソンの不等式としての意味を与えるのであれば $E=H$ は物理系のハミルトニアンとし、 $T$ は $[H, T]=i\hbar$ を満たす作用素である。この $T$ を時間作用素と呼ぶ。以下 $\hbar=1$ とおく。自己共役作用素のペア $(A, B)$ で $[A, B]=i$ を満たすのは勿論 $(P, Q)$ だけとは限らない。自己共役作用素のペア $(A, B)$ がワイル関係を満たせばフォン・ノイマンの一意性定理により $[A, B]=i$ を満たすペアは $(P, Q)$ の直和に限ることが知られている。ワイル関係式を $s=0$ と $t=0$ で微分すれば $[A, B]=i$ が導かれる。しかし、その逆は必ずしも言えない。ワイル関係式を $s=0$ で微分した関係式を弱ワイル関係という。つまり自己共役作用素 $A$ と対称作用素 $B$ のペア $(A, B)$ が $Be^{-itA}=e^{-itA}(B+t)$ を満たすことである。 $H$ を系のハミルトニアンとすると、弱ワイル関係を満たすペア $(H, T)$ が存在すれば、 $T$ を強時間作用素という。

強時間作用素の帰結として出てくる「新井の不等式の存在」またはそれに類するものを実験で確かめるのが本研究の目的である。もちろん新井の不等式は強時間作用素が存在するための十分条件ではないが、時間作用素存在の傍証にはなる。

### 3.研究の方法

理論グループは実験の進捗状況を適宜確認し理論的なバックアップを実験グループに示す。

【実験グループ】強時間作用素存在の傍証となる現象を実験で検証する。例えば新井の不等式の実験的検証などを行う。

【理論グループ】(1)時間作用素の存在から導かれる観測可能な現象(新井の不等式など)を理論的に導き出して実験グループに情報提供する。(2)新井の不等式を仮定して強時間作用素の存在を示す。

#### 4.研究成果

コロナ禍(covid19)の影響で当初計画していた6回の北大での研究打ち合わせは全てキャンセルになってしまった。コロナ禍期間中はオンラインでの打ち合わせを2回行った。また、新井の不等式の実験的な検証には至らなかった。その大きな理由はコロナ禍によるものである。ただし、シミュレーションによる検証が中津川によってなされた。(MI Lecture Note92, 81-90, 2022). 主な研究成果は、研究会の開催,レクチャーノートの発行,書籍発行,海外国内での発表である。

##### (1) 企画した研究会

日時 2022年7月21日-23日

場所 九州大学数理学研究院

タイトル「時間・量子測定・準古典近似の理論と実験—古典論と量子論の境界—」

(2) 「時間・量子測定・準古典近似の理論と実験—古典論と量子論の境界—」 MI Lecture Note92 149ページ 2022

(3) プレプリント 寺西功哲氏(北大)と共著で論文2篇を執筆.

1) Time Operators of Harmonic Oscillators and Their Representations I(arXiv:2201.06352v4)

2) Time Operators of Harmonic Oscillators and Their Representations II (in preparation)

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 廣島文生	4. 巻 92
2. 論文標題 Time operators associated with harmonic oscillators	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 MI Lecture Note	6. 最初と最後の頁 53-65
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計5件（うち招待講演 2件/うち国際学会 2件）

1. 発表者名 廣島文生
2. 発表標題 時間作用素の数理
3. 学会等名 北大工学部丹田研セミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 廣島文生
2. 発表標題 調和振動子に付随した時間作用素の行列表現
3. 学会等名 日本数学会 函数解析分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 廣島文生
2. 発表標題 Weak limit of renormalized Rabi model
3. 学会等名 Rabi model and Spin-Boson model
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Fumio Hiroshima
2. 発表標題 Angle operators and phase operators associated with 1D-harmonic oscillator
3. 学会等名 A quantum two-day meeting with Green talks, Green functions, and threshold behavior (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Fumio Hiroshima
2. 発表標題 Asymmetry of non local discrete Schroedinger operators on a lattice
3. 学会等名 Mathematical Analysis and its Applications in Modern Mathematical Physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計3件

1. 著者名 廣島文生	4. 発行年 2021年
2. 出版社 現代数学社	5. 総ページ数 320
3. 書名 大数学者の数学 フォン・ノイマン 1 知の巨人と数理の黎明	

1. 著者名 廣島文生	4. 発行年 2021年
2. 出版社 現代数学社	5. 総ページ数 277
3. 書名 大数学者の数学 フォン・ノイマン 2 量子力学の数学定式化	

1. 著者名 廣島文生	4. 発行年 2021年
2. 出版社 現代数学社	5. 総ページ数 280
3. 書名 大数学者の数学 フォン・ノイマン 3 疾風怒濤の時代	

〔産業財産権〕

〔その他〕

廣島文生HP <a href="https://www3.math.kyushu-u.ac.jp/~hiroshima/index.html">https://www3.math.kyushu-u.ac.jp/~hiroshima/index.html</a>
---

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	丹田 聡  (Tanda Satoshi)		
研究協力者	中津川 啓治  (Nakatsugawa Keiji)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------