

令和 6 年 6 月 6 日現在

機関番号：17601

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2020～2023

課題番号：20K22307

研究課題名(和文)円形燻り燃焼に現れるパターンダイナミクスの解明へ向けた数理モデリングと数理解析

研究課題名(英文) Mathematical modeling and analysis toward understanding pattern dynamics in circular expanding smoldering combustion

研究代表者

小林 俊介 (Kobayashi, Shunsuke)

宮崎大学・工学部・准教授

研究者番号：90880980

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、薄い固体上での燻焼現象を研究対象とした。現在までにいくつかの数理モデルが提案されているが、方程式の複雑さや空間次元の高さから数学解析は困難であった。よって、実用上有効なモデルは構築されておらず、燻焼波面のダイナミクスは数学的に解明されていない。本研究では、時々刻々と変化する燻焼波面の挙動の背後に隠された数学的構造の解明を目的とし、新たな数理モデルの導出、力学系理論による解の不安定性解析、ならびに高速高精度な数値スキームの開発に成功した。さらに本研究から得られた理論的結果を実験へとフィードバックし、回転波と呼ばれる特徴的な挙動を示す燻焼波面の発見に貢献した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、閉曲線の時間発展方程式による数理モデリングを試みた。これには、燻焼波面の挙動の本質を、空間次元問題へと縮約するという狙いがある。これまで、閉曲線の時間発展方程式の解の性質は、数値シミュレーションを主体に調べられてきた。界面現象として燻焼を捉え、解の不安定性解析を展開し、解の形状・漸近挙動・安定性を数理モデルが有するパラメータと紐づけて解析した本研究手法は、燻焼現象のみならず、様々な界面現象の数理解析へと有用である。また、本研究結果は、衣類の燻焼など現実的かつ応用性の高い問題に対し、燻焼速度や領域変化の定量的評価を計るための数理的基盤整備に繋がると期待している。

研究成果の概要(英文)：This study focuses on the phenomenon of smoldering combustion on thin solid fuels. So far, several mathematical models have been proposed, but the complexity of the equations and the high spatial dimensions have made mathematical analysis challenging. Consequently, no practical models have been constructed, and the dynamics of smoldering wavefronts have not been mathematically elucidated.

In this research, we have aimed to uncover the mathematical structure hidden behind the behavior of smoldering wavefronts as they change over time. We have successfully derived a new mathematical model, analyzed the instability of solutions with dynamical systems theory, and developed a high-speed, high-precision numerical scheme. Additionally, we fed the theoretical results from this study back into experiments, contributing to the discovery of combustion wavefronts that exhibit characteristic behaviors known as rotating waves.

研究分野：応用数学

キーワード：燻焼現象 数理モデリング 力学系理論 数値解析 Kuramoto--Sivashinsky方程式 漸近解析

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

総務省消防庁が公表する令和元年度版消防白書によれば、平成 30 年中の出火件数 37,981 のうち、出荷原因は「たばこ」が 3,414 件 (9.0%) で最多である。たばこに象徴される燻り燃焼は視認しづらいため、気付かぬ間に引火物へ燃え移り、大規模火災を引き起こす恐れがある。固体上における燻り燃焼は、床面近傍で発生することが多い。床などへの熱損失により、火災が小さくなるためである。その際、浮力流が殆ど誘起されなくなるため、燃焼波面に特徴的な不安定性が観測される。

これまでに、固体燃焼の数理解析モデルはいくつか提案されてきたが、方程式の複雑さや空間次元の高さ故に、実用上有効な数理解析モデルは構築されていない。したがって、時々刻々と変化する燃焼波面の挙動の背後に、いかなる数学的構造が隠れているか、という問いが残されている。

もちろん、燃焼現象の数理解析は古くから国内外問わず盛んに研究されている。しかしながら、その多くがガス燃焼を記述する Kuramoto—Sivashinsky 方程式を対象としている。また、この方程式は時空カオスが発見された最初の偏微分方程式として有名であり、数学的にも豊富な研究成果が蓄積されているが、それは非線形偏微分方程式としての研究であって、現象との比較や再現を目論んだものではない。

2. 研究の目的

固体上の円形燃え拡がり現象に対する数理解析モデルを構築し、力学系理論の枠組みで解の定性的性質を調べるとともに、数値解析・数値シミュレーションなど多角的な視点から数理解析を解析することが、本研究の目的である。モデル構築の方針として、閉曲線の時間発展方程式によるモデリングを試みる。これには、本来 3 次元的な振る舞いである燃焼現象を、本質的に空間 1 次元の問題へと縮約し、燃焼波面の挙動を詳細に解析するという狙いがある。

3. 研究の方法

本研究における研究方法は、数理解析モデリング、解の定性的性質の理論解析、数値解析、数値シミュレーション、実験との比較である。

まず、支配方程式である空間 3 次元反応拡散系について燃焼反応領域近傍に着目し、燃焼波面を閉曲線と見做すことで空間 1 次元モデルを導出する。具体的には、3 次元反応拡散系を空間 2 次元へ平均化し、さらに漸近解析によりフロント型進行波を構成する。このフロントで界面を定める。そして、フロント型進行波に対する摂動応答を調べることで、界面の挙動を記述する方程式を導出する。

さらに、モデル方程式に対して分岐解析をおこなうことで、解の不安定化の機構を明らかにし、モデル方程式に内在する特徴的または象徴的な解を捕らえる。こうした分岐解析は、数値シミュレーションをおこなう上でのパラメータサーチの指針を得るために有用であるだけでなく、どのパラメータが燃焼波面の挙動に本質的な影響を与えるのか、またどのような挙動が観測されるのか、そして可視化された挙動の発生原因とプロセスを燃焼の専門家へと数学的厳密さをもって答えるために重要な過程である。

上記の分岐解析のみでは、モデル方程式の解構造の全貌を解明することは困難である。そこで、導出したモデル方程式に対し、数値シミュレーションをおこなうための数値計算スキームを開発し、実装する。さらに、スキームに対する解の存在性、一意性、数値解と厳密解との誤差解析をおこなうことで、数値シミュレーション結果に対する数学的保証を与える。また、数値シミュレーションを実施することで、実験結果との定性的な比較・検討をおこなう。

4. 研究成果

本研究において得られた成果を以下にまとめる：

薄い水平な平面上における円形燃え拡がり現象を記述する数理解析モデルを導出した。このモデルは、閉曲線の曲率の効果を含めた謂わば円周版 Kuramoto—Sivashinsky 方程式であり、非自励系の 4 階非線形偏微分方程式である。

で導出したモデルに対し、力学系の分岐理論を適用することで、円周解 (自明解) の不安定化をその半径で記述することに成功し、さらに回転波と呼ばれる特徴的な解を発見した。現在まで、閉曲線の時間発展方程式に対する研究動向は、解の一意性や存在性の証明、数値計算スキームの考案とシミュレーションによる現象との比較が主流であった。したがって、本成果を界面方程式の観点から言い換えれば、これまで困難であった閉曲線の時間発展に対する分岐解析に成功したことを意味する。また、回転波に関する結果を実験へとフィードバックし、実際に回転波の可視化に至った。

で導出したモデルに対し、Crank—Nicolson スキームを用いた有限差分法を構築し、近似解

の一意存在性，安定性，2 次の収束性の証明に成功した．たとえば，導出したモデル方程式を素朴な陽解法で離散化すると，少なくとも時間刻み幅 τ を空間刻み幅 Δx の4乗のオーダーで取らないと数値安定性を担保できない．本研究で提案したスキームでは， $\tau = O(\Delta x^{1/4})$ ととれば安定性が担保される．

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Kobayashi Shunsuke, Yazaki Shigetoshi	4. 巻 23
2. 論文標題 Convergence of a Finite Difference Scheme for a Flame/Smoldering-Front Evolution Equation and Its Application to Wavenumber Selection	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Computational Methods in Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 545 ~ 563
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/cmam-2022-0046	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kobayashi Shunsuke, Uegata Yasuhide, Yazaki Shigetoshi	4. 巻 12
2. 論文標題 The existence of intrinsic rotating wave solutions of a flame/smoldering-front evolution equation	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 53 ~ 56
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.12.53	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kolar Miroslav, Kobayashi Shunsuke, Uegata Yasuhide, Yazaki Shigetoshi, Benes Michal	4. 巻 139
2. 論文標題 Analysis of Kuramoto-Sivashinsky Model of Flame/Smoldering Front by Means of Curvature Driven Flow	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Numerical Mathematics and Advanced Applications ENUMATH 2019	6. 最初と最後の頁 615 ~ 624
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-55874-1_60	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計22件（うち招待講演 9件 / うち国際学会 2件）

1. 発表者名 小林 俊介, 矢崎 成俊
2. 発表標題 燻焼波面のダイナミクスの数理解析へ向けて
3. 学会等名 九州大学IMI短期共同利用「燃焼・消炎機構の数理に基づく火災・爆発の安全対策」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 拡大する円周上で定義されるKuramoto--Sivashinsky方程式に対する分岐解析・数値解析
3. 学会等名 解析学とその周辺（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 出原 浩史, 小林 俊介
2. 発表標題 2成分反応拡散系のパターン形成：一様周期解からの分岐を追う
3. 学会等名 日本数学会2022年度秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 薄い固体上の燃焼現象に対する数理解析とその応用へ向けて
3. 学会等名 MZセミナー
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 薄い固体上の燃焼現象に対する数理解析とその応用へ向けて
3. 学会等名 南大阪応用数学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林 俊介, 小川 知之
2. 発表標題 Junctionをもつ有界区間上のTuring分岐について
3. 学会等名 2022年度応用数学合同研究集会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林 俊介, 小川 知之
2. 発表標題 いくつかのcompact metric graph上におけるTuring不安定性
3. 学会等名 日本数学会2023年度年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 小林 俊介, 宮本 平, 桑名 一徳, 鳥飼 宏之, 矢崎 成俊
2. 発表標題 蛇腹折りる紙上の燃え拡がりの数理解析
3. 学会等名 2023年度日本火災学会研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 小林俊介
2. 発表標題 膨張する円周上で定義された Kuramoto--Sivashinsky 方程式に対する Crank--Nicolson スキームの存在性・一意性・収束性
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小林俊介
2. 発表標題 膨張する円周上で定義された Kuramoto--Sivashinsky 方程式に対する Crank--Nicolson スキームによる解の存在性・一意性・収束性
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 膨張する円周解上の Kuramoto--Sivashinsky 方程式の差分解法について
3. 学会等名 日本応用数理学会2020年度年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 膨張する円周解上の Kuramoto--Sivashinsky 方程式に対する差分解法
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 固体燃焼における燃焼波面の定性的理解へ向けた Kuramoto--Sivashinsky 方程式の応用可能性
3. 学会等名 MIMS 研究集会「広い意味での防災にまつわる実験数理融合アプローチの新展開」(招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shunsuke Kobayashi
2. 発表標題 Mathematical modeling of flame/smoldering front-evolution and its application
3. 学会等名 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shunsuke Kobayashi
2. 発表標題 Mathematical modeling and simulations to flame spreading on an accordion folded paper
3. 学会等名 ALGORITMY2024 (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 コンパクトなメトリックグラフ上における Turing 分岐と Wave 分岐
3. 学会等名 数学と現象 in 伊豆 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 Juntion をもつコンパクトなメトリックグラフ上での拡散誘導不安定性
3. 学会等名 数学と現象 in 長瀬 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 あるコンパクトなメトリックグラフ上における Turing 分岐と Wave 分岐
3. 学会等名 研究会「力学系に対する相空間全構造解析と分岐解析の統合による新たなアプローチ」(招待講演)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 出原 浩史, 小林 俊介
2. 発表標題 2 成分反応拡散系のパターン形成: 一様周期解からの分岐を追う
3. 学会等名 日本数学会 2022 年度秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 薄い固体の燻焼現象の理解へ向けた数理解析
3. 学会等名 数理解析若手交流会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 固体燻焼波面の挙動の理解へ向けた数理解析
3. 学会等名 第一回混相流勉強会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小林 俊介
2. 発表標題 紙の燻焼モデルと解の不安定性解析
3. 学会等名 京都大学応用数学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
チェコ	チェコ工科大学			