

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 9 月 28 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2009～2014

課題番号：21340007

研究課題名(和文)保型表現論の研究

研究課題名(英文)Research on automorphic representation

研究代表者

池田 保 (Ikeda, Tamotsu)

京都大学・理学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：20211716

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 9,700,000円

研究成果の概要(和文)：池田保と市野篤史はGross-Prasad型の周期に関する明示的予想を定式化し、論文にして発表した。この結果は国内外の研究者の注目を集め、関連する研究の発展を促した。平賀郁は特殊線形群の内部形式の跡公式に関する論文(斎藤裕氏との共著)を発表した。吉田敬之は motivic Galois 群とL群に関する論文を発表した。市野篤史はGanと共著の論文で次数4と5の特殊直交群の周期に関する結果を発表した。これはGross-Prasad型の周期に関する興味深い例であると考えられる。平賀郁と池田保は半整数の重さを持つHilbert保型形式に対してKohnen plus空間を構成し、論文を発表した。

研究成果の概要(英文)：A. Ichino and T. Ikeda published a paper on periods of Gross-Prasad type. K. Hiraga wrote a paper on the trace formula on inner forms of special linear group with H. Saito. H. Yoshida published a paper on motivic Galois groups and L-groups. A. Ichino wrote a paper on period of Gross-Prasad type on special orthogonal group of size 4 and 5 with W. Gan. This is an interesting example of the period relation. K. Hiraga and T. Ikeda constructed a Kohnen plus space for Hilbert modular forms of half-integral weight.

研究分野：代数学

キーワード：保型形式 保型表現

1. 研究開始当初の背景

- (1) 池田保は **Duke-Imamoglu** の予想を証明し、また宮脇の予想を部分的に解決しており、これを一般化することが研究の大きな動機であった
- (2) 池田保と市野篤史は **Gross-Prasad** 型の周期と L 関数の特殊値に関する関係式を見出しており、これを明確に定式化しようとしていた。

2. 研究の目的

- (1) **Siegel** 保型形式と **Hermite** 保型形式に対して構成されたリフティングをアデル群上の保型形式に一般化する。
- (2) 直交群に関して定式化した「明示的」な **Gross-Prasad** 予想の類似を他の古典群に対しても考察する。
- (3) 周期の理論に関する低次の具体例を蓄積する。

3. 研究の方法

- (1) **Duke-Imamoglu** の予想を adèle 群上で定式化し、保型表現の手法を用いてそれを証明する。
- (2) **Gross-Prasad** 型の周期についてテータ対応などの手法を用いて階数の低い群に対する例を構成する。
- (3) **Duke-Imamoglu** の予想の証明には半整数の重さの保型形式が重要な役割を果たしたので、その一般化である被覆群上の保型形式を考察する。

4. 研究成果

池田保と市野篤史は **Gross-Prasad** 型の周期に関する明示的予想を定式化し、論文にして発表した。この結果は国内外の研究者の注目を集め、関連する研究の発展を促した。

平賀郁は特殊線形群の内部形式の跡公式に関する論文(斎藤裕氏との共著)を論文にまとめて発表した。吉田敬之は motivic Galois 群と L 群に関する論文を発表した。市野篤史は Gan と共著の論文で次数 4 と 5 の特殊直交群の周期に関する論文を発表した。これは **Gross-Prasad** 型の周期に関する興味深い例であると考えられる。平賀郁と池田保は半整数の重さを持つ Hilbert 保型形式に対して **Kohnen plus** 空間を構成し、論文にまとめて発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

1. **K. Hiraga** and **T. Ikeda**; On the Kohnen plus space for Hilbert modular forms of half-integral weight I. *Compos. Math.* 149 (2013), no. 12, 1963-2010. 査読有

2. **A. Ichino** and N. Templier; On the Voronoï formula for  $GL(n)$ . *Amer. J. Math.* 135 (2013), no. 1, 65-101 査読有

3. **K. Hiraga** and **A. Ichino**; On the Kottwitz-Shelstad normalization of transfer factors for automorphic induction for  $GL_n$ . *Nagoya Math. J.* 208 (2012), 97-144. 査読有

4. **K. Hiraga** and H. Saito; On L-packets for inner forms of  $SL_n$ . *Mem. Amer. Math. Soc.* 215 (2012), no. 1013, vi+97 pp. 査読有

5. **H. Yoshida**; Motivic Galois groups and L-groups. On certain L-functions, 603-647, *Clay Math. Proc.*, 13, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2011 査読有

6. W. Gan and **A. Ichino**; On endoscopy and the refined Gross-Prasad conjecture for  $(SO_5, SO_4)$ . *J. Inst. Math. Jussieu* 10 (2011), no. 2, 235-324 査読有

7. **A. Ichino** and **T. Ikeda**; "On the periods of automorphic forms on special orthogonal groups and the Gross-Prasad conjecture" *Geom. Funct. Anal.* 19. 1378-1425 (2010), 査読有

[学会発表] (計 29 件)

1. **T. Ikeda**: "Duke-Imamoglu lifting for Hilbert-Siegel modular forms" Pan Asian Number Theory conference 2012 年 7 月 25 日 Indian Institute of Science Education and Research (IISER), Pune, (India)

2. **T. Ikeda**: "Kohnen plus spaces for Hilbert modular forms of half-integral weight (joint work with K. Hiraga)" 2012 年 8 月 29 日, Japan-Taiwan Number Theory Conference, National center of theoretical science, (Taiwan)

3. **T. Ikeda**: "Lifting and thier periods" The 15th Autumn Workshop on Number Theory, 2012 年 11 月 1 日, 白馬ハイマウントホテル (長野県白馬村)

4. **T. Ikeda**: "Stabilization of the trace formula for  $SL_2$  and its application to the theory of Kohnen plus spaces (joint work with K. Hiraga)", Pan Asian Number Theory Conference Beijing, Aug. 26, 2011 Morningside institute, Beijing, (China)

5. **T. Ikeda**: "On the Kohnen plus space for

Hilbert modular forms (joint work with K. Hiraga)",  
Waseda University, (東京都)  
Feb. 3, 2012

6. T. Ikeda: "Hilbert modular form に関する Kohnen plus space について",  
九州大学, 代数学セミナー (福岡県) Feb.  
17, 2012

7. T. Ikeda: "Stabilization of the trace  
formula for  $SL_2$  and its application to the  
theory of Kohnen plus spaces (joint work  
with K. Hiraga)",  
Branching laws, National University of  
Singapore, (Singapore) Mar. 12, 2012

8. T. Ikeda: "Stabilization of the trace  
formula for the covering groups of  
 $SL_2$  I",  
Pre-Hakuba workshop I, Kyoto University,  
Jun. 15.  
(京都府京都市)

9. T. Ikeda: "Periods of automorphic  
forms on special orthogonal groups and the  
Gross-Prasad conjecture",  
PANT-Kyoto, 2010, Kyoto University, (京  
都府京都市) Aug, 14, 2010

10. 平賀郁: "ユニタリ群の安定跡公式" 整  
数論サマースクール「アーサー・セルバーグ  
跡公式入門」. (20100909-20100910). 河鹿  
荘ロイヤルホテル(石川県)

11. T. Ikeda: "Stabilization of the  
trace formula for the covering groups of  
 $SL_2$ , II" Pre-Hakuba workshop II, Nagoya  
University, (愛知県名古屋) Sep. 21,  
2010

12. T. Ikeda: "On the trace formula for the  
covering groups of  $SL_2$ , (joint work  
with K. Hiraga)",  
Automorphic representations,  
automorphic forms on covering groups",  
13th Autumn workshop at Hakuba,  
Nov. 6, 2010, 白馬ハイマウントホテル (長  
野県白馬村)

13. T. Ikeda: "On Kohnen plus space for  
Hilbert modular forms of half-integral  
weight (joint work with Kaoru Hiraga)",  
Ueda Memorial Conference on Automorphic  
Forms, Nara Women's University, (奈良県  
奈良市) Jan. 26, 2011

14. T. Ikeda: "Stabilization of the trace  
formula for the covering groups of  
 $SL_2$  and some applications",

Automorphic Forms: New Directions, Mar. 10,  
2011, Mathematisches Forschungsinstitut  
Oberwolfach, (Germany)

15. Hiroyuki Yoshida: "CM-periods"  
Workshop on higher rank L-functions and  
computations. (20090731). Centro Ciencias  
de Benasque Pedro Pascual (Spain)

16. Hiroyuki Yoshida: "Cohomology and  
L-values" Zeta function days in Seoul.  
(20090904). 延世 (Yonsei) 大学 (韓国)

17. T. Ikeda: "明示的周期公式の定式化 (一  
般化の試み)" 第 12 回整数論オータムワーク  
ショップ白馬. (20090908). 白馬ハイマウン  
トホテル (長野県)

18. T. Ikeda: "lifting of hermitian modular  
forms in the case the class number is  
greater than one" 第 12 回整数論オータム  
ワークショップ白馬. (20090910). 白馬ハイ  
マウントホテル (長野県)

19. 平賀郁: "SL(N) の  
L-indistinguishability : 局所ラングラン  
ズ対応とエンドスコピー" 日本数学会特別  
講演. (20090924). 大阪大学 (大阪府)

20. A. Ichino: "Formal degrees and adjoint  
gamma factors" Workshop on Geometry  
Related to the Langlands Programme.  
(20090530). University of Ottawa (アメリ  
カ合衆国)

21. A. Ichino: "Relative trace formula and  
periods of automorphic forms" American  
Institute of Mathematics. (20090825). AIM  
(アメリカ合衆国)

22. A. Ichino: "明示的周期公式の定式化  
(Gross-Prasad case)" 第 12 回整数論オー  
タムワークショップ白馬. (20090908). 白馬ハ  
イパウントホテル (長野県)

23. A. Ichino: "On endoscopy and the  
refined Gross-Prasad conjecture for (S05,  
S04)" 第 12 回整数論オータムワークショ  
ップ白馬. (20090911). 白馬ハイパウントホテ  
ル (長野県)

24. A. Ichino: "表現論と数論的不変量" 大  
阪市立大学 談話会. (20091006). 大阪市立  
大学 (大阪府)

25. A. Ichino: "保型形式の周期と L 関数の  
特殊値" 九州大学 談話会. (20091021). 九  
州大学 (福岡県)

26. A. Ichino: "Theta functions from the

representation -theoretic viewpoint”  
Pohang Mathematics Institute 2009.  
(20091121). POSTECH (韓国)

27. A. Ichino: “Formal degrees and local  
theta correspondence” 金沢数論幾何集会.  
(20091125). 金沢大学 (石川県)

28. A. Ichino: “On the Kottwitz-Shelstad  
normalization of the transfer factor for  
automorphic induction of  $GL(n)$ ” 保型形  
式・保型表現およびそれに伴う L 関数と周期  
の研究. (20100120). 東京大学 (東京都)

29. A. Ichino: “Formal degrees and adjoint  
gamma factors” Group Theory/Lie  
Theory/Number Theory Seminar. (20100322).  
University of Michigan (アメリカ合衆国)  
〔図書〕 (計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

池田保 (IKEDA, Tamotsu)  
京都大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号: 20211716

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号:

### (3) 連携研究者

吉田敬之 (YOSHIDA, Hiroyuki)  
京都大学・大学院理学研究科・名誉教授  
研究者番号: 40108973

市野篤史 (ICHINO, Atsushi)  
京都大学・大学院理学研究科・准教授  
研究者番号: 40347480

平賀郁 (HIRAGA, Kaoru)  
京都大学・大学院理学研究科・講師  
研究者番号: 10260605