

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月16日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2009～2011

課題番号：21340018

研究課題名（和文）非定常・弱ギブス状態の統計的性質とその可逆拡張の散逸性の解析

研究課題名（英文）Statistical properties of nonstationary weak Gibbs states and analysis of dissipative phenomena for those invertible extensions

研究代表者

由利 美智子（YURI MICHIKO）

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：70174836

研究成果の概要（和文）：滑らかさが崩れる非双曲型・非可逆変換に対し、可算 Sofic 条件のもとで（両側）非特異測度に絶対連続な弱 Gibbs 性を持つ不変測度の可逆拡張を構成した。更に、不変・無限測度から派生する時系列として得られる非定常過程に注目し、エントロピー生成が消滅しながらも、Gibbs エントロピーが発散する為の十分条件を明らかにした。又、関数族を構成する可算個の同相写像の合成の値域集合が、自然な自己相似性を保持する極限集合として確定する為の条件を明らかにし、特に関数族が Sofic 条件を満たす非可逆離散写像から派生する local inverse（局所逆写像）である場合に、conformal measure が構成可能となるポテンシャル関数の性質を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：For nonhyperbolic, noninvertible piecewise invertible systems, we constructed natural extensions of both (bi)nonsingular measures and absolutely continuous invariant weak Gibbs measures under the finite range structure condition. Furthermore, we obtained a criterion for deciding the processes arising from those invertible extensions exhibit dissipation and new phenomena arising from intermittent sofic systems preserving weak Gibbs measures, which are not observed near equilibrium, that is dissipation of the phase volume with zero asymptotic averaged entropy production and bottomless source of the Gibbs entropy with zero asymptotic averaged entropy production. For families of partially defined maps on compact metric spaces, we clarified when self-homeomorphic sets can be determined. In particular, under sofic condition we gave a sufficient condition for potential functions admitting conformal measures.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	3,200,000	960,000	4,160,000
2010年度	4,000,000	1,200,000	5,200,000
2011年度	5,300,000	1,590,000	6,890,000
年度			
年度			
総計	12,500,000	3,750,000	16,250,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：Dissipative phenomena, Intermittency, Entropy production, Weak Gibbs measure, Non-hyperbolicity, Equilibrium state, Sofic system, Invertible extension

1. 研究開始当初の背景

カオス・フラクタル現象に代表される“複雑系”を記述する数学的モデルの統計的様相を議論する時不可欠となる、複雑さを測る尺度としての熱統計力学に基礎を置くエントロピー、その Legendre 変換としての Pressure の定式化は、不変測度の範疇における変分原理を介在して与えられる為、散逸系の非平衡状態を捉える方法論を構築する為の道具としては、多くの疑問が残されていた。更に、相異なるダイナミクスに支配される個々の状態が、空間的な相互作用に影響され互いに遷移していく現象を示唆する計算機実験の結果が、諸分野（生物、化学、物理、経済）から報告され、既に数学サイドにおいて進められてきた、極限集合としてのアトラクター上のダイナミクスに関する解析の適用限界が認識され始め、生物・経済モデル等の非可逆系に内在する、“非双曲型”複雑現象の数学的構造の解析が待たれていた背景があった。以上が当該研究目的を発想するに到った要因である。

2. 研究の目的

(1)滑らかさが崩れる非可逆系を出発点として、平衡状態から‘遠く離れた’非平衡状態に関する統計的様相を的確に捉え、その可逆拡張に関する“散逸性”を解析する。

(2)非双曲型・非可逆変換に対する（両側）非特異測度に絶対連続な不変測度の可逆拡張を構成し、エントロピー生成の消滅と Gibbs エントロピーの発散の関連性を明らかにする。

(3)完備かつ可分な距離空間上の非可逆-可逆変換に対し、“(bi)nonsingular measure”のクラスにおいて、特に不変測度の場合は従来の変換の測度論的エントロピーに帰着する、複雑系の広い範囲に適用可能なエントロピーを定式化し、その Legendre 変換の一般化として自然に現れる Pressure に相当する量を定式化する。

3. 研究の方法

本研究目的（1）達成の為に、意味のある粗視化を可能とする可算生成分割を保持する非双曲型・非可逆離散写像を対象に、弱ギブス測度に絶対連続な不変確率測度存在のもとで、Sinai-Ruelle-Bowen 測度とほぼ同等な統計的性質を持つ可逆拡張を構成する事を試みた。又、非平衡状態のカオス、間欠現

象 (Intermittency)、神経回路の統計的解析に優れた業績を持つ研究者らを招聘し、研究集会「Dynamics of Complex Systems 2009 – 複雑系解析における未解決問題への新しい挑戦 –」（2009年8月31日～9月2日）を北大にて開催する事により、研究目的（1）達成の為に有効な情報を交換する事ができた。

本研究目的（2）達成の為に、非双曲型・非可逆変換が生成分割を保持する場合に制限し、物理的非特異測度の候補として、弱ギブス測度を選択する事により、（両側）非特異弱ギブス測度の可逆拡張を、無限の過去への分割に関する商空間上に自然に定義される非可逆変換を介在して構成する事を試みた。この商変換は過去への時間発展を記述する変換と同一視される。又、“時間発展の非可逆性と予測可能性の限界に関する諸分野からの提言”というテーマの下で、研究集会「Dynamics of Complex Systems 2011」（2011年3月7日～3月9日）を北大にて開催し、非定常・非可逆時系列の漸近的振る舞いを如何に統計的に扱えるか議論する場を設け、研究目的（2）達成の為に有効な情報を収集できた。

本研究目的（3）達成の為に、コンパクト距離空間上の必ずしも定義域が一致していない同相写像の族から派生する一般化された関数系 (Iterated Functional System) を対象に、Pressure の定式化を試みた。特に2012年3月2日～11日、Manfred Denker 氏 (Pennsylvania State University) を招聘し情報交換することにより、一般化された Perron-Frobenius operator の固有値とポテンシャル関数から決まる (topological) pressure に相当する量との関連性を確認できた。更に、Yakov Pesin 氏 (Pennsylvania State University) を2012年3月3日～3月15日に招聘する事により、誘導系の Pressure に関する変分原理を利用する方法論が有効である事が確認できた。

4. 研究成果

本研究目的（1）に関しては、可算 Sofic 条件をみだす Finite Range Structure (FRS) を仮定する事により、Pesin-Sinai らにより定式化された弱い双曲性しか持たない partially hyperbolic system に適合した物理的測度である hyperbolic u-Gibbs measure に極めて近い、弱 Gibbs 性を持つ可逆拡張が得られた。既に、非双曲型・非可逆離散写像が可算 Markov 生成分割を保持する場合は、

その可逆拡張の過去への分割を意味する不安定な葉層構造に関する Rohlin 分解が、過去が指定されている各葉層上の基本測度である弱 Gibbs 測度に絶対連続である事が証明されていたが、Markov 条件が崩れていても、Finite Range Structure (FRS) を保持すれば同様の性質が保障される事を示した。更に、滑らかさ、双曲性が期待できない複雑現象の散逸性を捉える為に、不変・無限測度から派生する時系列として得られる非定常過程に注目し、エントロピー生成が消滅しながらも、Gibbs エントロピーが発散する為の十分条件を明らかにし、全く新しいタイプの散逸現象を捉える事が可能となった。

本研究目的(2)に関しては、非双曲型・非可逆変換が生成分割を保持する場合に制限し、次の性質を持つ可逆拡張を構成した。可逆拡張の空間は(両側)非特異弱ギブス測度とその双対測度の直積に関し正の測度を持ち、可逆拡張自身もこの直積測度に関し(両側)非特異性を持つ。注目すべき点は、測度論的な可逆拡張の空間を、無限の過去・無限の未来それぞれ記述する空間に分割し、無限の過去を記述する逆向きの時間発展を与える系として記号力学系を採用する点である。このとき、非可逆変換に関する生成分割の Sofic 性が重要な役割を果たす一方、Markov 性までは要求しない。更に、非特異弱ギブス測度に同値な不変測度に対する可逆拡張の空間も、同様に直積測度に関し正の測度を持ち、可逆拡張自身弱 Gibbs 性を保つ事を示し、エントロピー生成の消滅を双対非可逆変換に関する弱ギブス平衡状態と関連付けた。Ruelle による非平衡状態の統計力学を念頭においた“散逸性”の定式化は、滑らかな測度に関する“エントロピー生成”の漸近的時間平均が消滅しないという性質として捉え、滑らかな双曲型力学系の範疇で自然な基本測度として現れる SRB 測度 anti-SRB 測度の不整合として特徴付けているが、双曲性の欠如はその描像を崩す。以上の理由により、基本測度として弱ギブス測度を選択する事は、生物・経済モデル等の非可逆系に内在する双曲性が欠如した複雑系を対象とした時求められる、平衡状態から“遠く離れた”非平衡状態に関する散逸性の定式化の新しい試みを与えているといえよう。

本研究目的(3)に関しては、コンパクト距離空間上の必ずしも定義域が一致していない同相写像の族から派生する一般化された関数系(Iterated Functional System)を定式化し、関数族を構成する可算個の同相写像の合成の値域集合が、自然な自己相似性を保持する極限集合として確定する為の条件

を明らかにした。非可逆離散写像における Pressure の一般化には、問題としているポテンシャル関数をヤコビアンを持つ (bi)nonsingular measure の存在が重要な役割を果たす事が知られているが、ここでは関数族が Markov 性が崩れた可算成分割を保持する非可逆離散写像から派生する local inverse (局所逆写像)である場合、Sofic 条件を仮定する事により、Markov cylinder 上への誘導変換から自然に引き起こされる誘導ポテンシャルに関する Perron-Frobenius operator の dual の問題に帰着させ、Markov 性を持つ誘導変換に関する conformal measure を利用して不動点を構成した。但し、問題としているポテンシャル関数は、連続性のみならず、関数族を構成する同相写像の定義域の境界上では消滅するという条件が必要となっている。

尚、国際研究集会「Dynamics of Complex Systems 2012」(2012年3月6日~3月8日)を北大にて開催し、当該研究目的(1)~(3)の研究成果を発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表](計3件)

(1)

Michiko Yuri,
Nonequilibrium steady states with internal noise : decidability of the infinite past and time reversibility,
Dynamics of Complex Systems 2012,
March 7 2012,
Faculty of Science, Hokkaido University
(Sapporo city)

(2)

Michiko Yuri,
Nonequilibrium steady states far from equilibrium for intermittent sofic systems,
Dynamics of Complex Systems 2011,
March 8 2011,
北海道大学理学部(札幌市)

(3)

Michiko Yuri,
Nonequilibrium steady states with infinite memory arising intermittent systems,
Dynamics of Complex Systems 2009,
September 1 2009,
北海道大学理学部(札幌市)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

由利 美智子 (YURI MICHIKO)
北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号：70174836

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし