

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 13 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2009 ～ 2012

課題番号：21340021

研究課題名（和文） 逆問題の数学と実用解法

研究課題名（英文） Mathematics of inverse problems and practical solution methods

研究代表者

山本 昌宏 (YAMAMOTO, Masahiro)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：50182647

研究成果の概要（和文）：

応用分野に現れるさまざまな逆問題に対してその数学解析とそれに基づいた合理的な数値解法を開発した。具体的な逆問題としては偏微分方程式で記述される状態量を表面またはその近傍における限定された観測データから決定する係数逆問題、逆散乱問題、偏微分方程式の非斉次項（すなわち、ソース項）を決定する逆問題、画像復元の問題があり、一意性ならびに安定性の数学解析を行った。

研究成果の概要（英文）：

We made mathematical researches for various applied inverse problems and established numerical methods which are applicable practically. As applied inverse problems, we studied inverse coefficient problems, inverse source problems, inverse obstacle scattering problem and image reconstruction, and our mathematical subjects are the uniqueness and the stability.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	3,300,000	990,000	4,290,000
2010 年度	3,300,000	990,000	4,290,000
2011 年度	3,200,000	960,000	4,160,000
2012 年度	3,200,000	960,000	4,160,000
年度			
総計	13,000,000	3,900,000	16,900,000

研究分野：応用解析

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：逆問題、数値解析、実用解法、正則化、安定化

## 1. 研究開始当初の背景

研究代表者、分担者は逆問題の理論、数値解析における専門家として国際的にも評価を得ており、主な逆問題の国際会議の組織委員や国際学術誌の編集委員を務め、本研究で目指した逆問題の理論と数値解法を開発を世界を

リードして実施する素地があった。

## 2. 研究の目的

「逆問題の数学」と共に実用解法の研究が、製造業などにおける産業技術のために強く要求され、応用数学・産業数学における 1 つの主要な分野になっている。応用面からの要

請の理由として例えばプラントなどの内部の状態を適切に制御することは、効率的な施設の運営に必要な不可欠であり、保安上からも極めて重要であり、省エネルギーが重要となっている現在の状況から施設を如何に長く使用することも重要である。本研究においては従来の国内外の応用逆問題の数学解析と数値解析の成果を革新し、「逆問題の数学」の一層の深化を目指し、それを活用して産業界などに現れる応用逆問題の実用解法の開発を主たる目的とした。

### 3. 研究の方法

最重要課題は数学解析に裏打ちされた実用に向けた数値手法であり本計画を通じて得られた知見を評価するために逆問題のこれまでの数値手法と比較することを目指した。また個別の逆問題の数学解析も一層進めていき、本研究計画を総括した。数値解析グループの分担者の知見を活かすとともに工学における逆問題の事例研究における数値手法とも比較して考察を完成させた。そのため、国内外からの専門家の招聘と専門的知識の提供を求めた。

### 4. 研究成果

(1) 偏微分方程式で記述される状態量を表面またはその近傍における限定された観測データから決定する逆問題：数学解析と数値解析手法を得た。実用化に向けた作業を行った。

(2) 偏微分方程式が成り立っている領域形状の決定問題：(1)の手法を適用して内部の状態を数値的に再構成して、その等温線(contour)として内部欠陥形状を探知するContour方法ならびに解の解析性または漸近展開を用いて多項式近似をして求める方法を開発・発展させた。

(3) 偏微分方程式の非斉次項(すなわち、ソース項)を決定する逆問題の数値解法の開発：基本解を利用した外挿法、変分法的定式化、関数論的手法を研究した。ここで関連した外挿法は他の逆問題ですでに実績があり、この研究テーマに対して実用的な解法となることが近い将来期待できる。

(4) 画像復元:新たな数値手法のとりまとめを図った。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 19 件) すべて査読有

[1] O. Imanuvilov, G. Uhlmann and M. Yamamoto: “Partial Cauchy data for general second order elliptic operators in two dimensions”, Publ. Res. Inst. Math. Sci. **48**

(2012) 971-1055.

[2] A. Kawamoto and M. Yamamoto:

“Determination of an electromagnetic potential for the Dirac equation”, Inverse Problems **28** (2012) 115012, 26 pp.

[3] M. Yamamoto and Y. Zhang: “Conditional

stability in determining a zeroth order coefficient in a half-order fractional diffusion equation by a Carleman estimate”, Inverse Problems **28** (2012) 105010, 10 pp.

[4] M. Cristofol, P. Gaitan, H. Ramoul and M. Yamamoto: “Identification of two coefficients with data of one component for a nonlinear parabolic system”, Appl. Anal. **91** (2012) 2073-2081.

[5] O. Imanuvilov and M. Yamamoto:

“Inverse boundary value problem for Schrödinger equation in two dimensions”, SIAM J. Math. Anal. **44** (2012) 1333-1339.

[6] O. Imanuvilov and M. Yamamoto:

“Inverse problem by Cauchy data on an arbitrary sub-boundary for systems of elliptic equations”, Inverse Problems **28** (2012) 095015, 30 pp.

[7] Y. Liu, X. Xu and M. Yamamoto: “Growth rate modeling and identification in the crystallization of polymers”, Inverse Problems **28** (2012) 095008, 13 pp.

[8] P. Cannarsa, J. Tort and M. Yamamoto:

“Unique continuation and approximate controllability for a degenerate parabolic equation”, Appl. Anal. **91** (2012) 1409-1425.

[9] J. Cheng, S. Lu and M. Yamamoto:

“Reconstruction of the Stefan-Boltzmann coefficients in a heat-transfer process”, Inverse Problems **28** (2012) 045007, 17 pp.

[10] Ohe, Takashi; Inui, Hirokazu; Ohnaka, Kohzaburo Real-time

reconstruction of time-varying point sources in a three-dimensional scalar wave equation. *Inverse Problems* 27 (2011), no. 11, 115011, 19 pp.

□

- [11] Nakamura, Gen; Ronkanen, Päivi; Siltanen, Samuli; Tanuma, Kazumi Recovering conductivity at the boundary in three-dimensional electrical impedance tomography. *Inverse Probl. Imaging* 5 (2011), no. 2, 485–510.
- [12] M. Bellassoued and M. Yamamoto: “Carleman estimate with second large parameter for second order hyperbolic operators in a Riemannian manifold and applications in thermoelasticity
- [13] O.Y. Imanuvilov, G. Uhlmann and M. Yamamoto, The Calderón problem with partial data in two dimensions, *J. Amer. Math. Soc.* **23** (2010) 655–691.
- [14] Hitzer, Eckhard S. M.; Ashino, Ryuichi; Vaillancourt, Rémi Windowed Fourier transform of two-dimensional quaternionic signals. *Appl. Math. Comput.* 216 (2010), no. 8, 2366–2379.
- [15] J.J. Liu and M. Yamamoto, A backward problem for the time-fractional diffusion equation, *Appl. Anal.* **89** (2010) 1769–1788,
- [16] B. Hofmann and M. Yamamoto, On the interplay of source conditions and variational inequalities for nonlinear ill-posed problems, *Appl. Anal.* **89** (2010) 1705–1727.
- [17] P. Cannarsa, J. Tort and M. Yamamoto, Determination of source terms in a degenerate parabolic equation, *Inverse Problems* **26** (2010), 105003, 20 pp.
- [18] M. Yamamoto, Carleman estimates for parabolic equations and applications”,

*Inverse Problems* **25** (2009) 123013 (75pp).

[19] Nakamura, Gen; Watanabe, Michiyuki; Kaltenbacher, Barbara On the identification of a coefficient function in a nonlinear wave equation. *Inverse Problems* 25 (2009), no. 3, 035007, 16 pp.

[学会発表] (計 7 件)

- [1] “Uniqueness for 2D inverse boundary value problems for second-order elliptic equations by partial data”, 29 April 2010, Interbational Conference on Inverse Problems, Wuhan University, Wuhan, 中国、招待講演.
- [2] “Uniqueness for 2D inverse boundary value problems for second-order elliptic equations by partial data”, 29 April 2010, Interbational Conference on Inverse Problems, Wuhan University, Wuhan, 中国、招待講演.
- [3] “Initial value/boundary value problems for fractional diffusion-wave equations and inverse problems”, 6 October 2009, Workshop on Advances and Trends in Integral Equations, Wasserschloss Klaffenbach (by Chemnitz), ドイツ、招待講演.
- [4] 「産業数学の実践：数学が解く産業現場の問題：産学連携の経験を踏まえて」, 2009 年度公開講座『解析学の広がり』, 2009 年 10 月 24 日, 東京大学大学院数理科学研究科.
- [5] “Inverse hyperbolic problem by a finite time of observations with arbitrary initial values”, International Conference on Mathematical Control Theory, 17 May 2009, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 中国, 基調講演.
- [6] “Inverse problems for diffusion equations of fractional orders ”, Chemnitz- RICAM Symposium on Inverse Problems, 15 July 2009, Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics (RICAM) Austrian Academy of Sciences, Linz, オーストリア、招待講演.
- [7] “Practice of industrial mathematics related with the steel manufacturing

process”, The 7th International ISAAC  
Congress, 16 July 2009, Imperial College of  
London, イギリス、基調講演(OCCAM  
Lecture on Applied Mathematics).

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

○出願状況(計3件)

- [1] 国際特許 特許番号：  
PCT/JP2009/062035 (出願日：2009/7/1)  
特許公開番号：WO/2010/001925 (公開日：  
2010/7/1)  
[2] 特許番号：2010-111255 (出願日：  
2010/5/13)  
[3] 特許番号：2010-120874 (出願日：  
2010/5/26)

○取得状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

山本 昌宏 (YAMAMOTO, Masahiro)  
東京大学 大学院数理科学研究科 教授  
研究者番号：50182647

### (2) 研究分担者

芦野 隆一 (ASHINO, Ryuichi)  
大阪教育大学教育学部 教授  
研究者番号：80249490

磯 祐介 (ISO, Yuusuke)

京都大学 大学院情報学研究科 教授  
研究者番号：70203065

大江 貴司 (OHE, Takashi)

岡山理科大学 理学部 准教授  
研究者番号：90258210

大西 和榮 (ONISHI, Kazuei)

茨城大学 理学部 元教授  
研究者番号：20078554

田沼 一実 (TANUMA, Kazumi)

群馬大学 工学部 准教授  
研究者番号：60217156

久保 司郎 (KUBO, Shiro)

大阪大学 工学研究科 元教授  
研究者番号：20107139

渡邊 道之 (WATANABE, Michiyuki)

新潟大学教育学部 准教授  
研究者番号：90374181

### (3) 連携研究者

中川 淳一 (NAKAGAWA, Junichi)

新日本製鐵・住金 主幹研究員  
研究者番号：6037376