

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月31日現在

機関番号：12604

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21500819

研究課題名（和文） 数学的に考える過程に焦点をあてた教員養成及び現職教員研修
プログラムの開発研究課題名（英文） Development for pre-service and in-service mathematics teacher
training programs focusing on the process of thinking mathematically

研究代表者

太田 伸也 (OHTA SHINYA)

東京学芸大学・教育学部・教授

研究者番号：50322920

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、算数・数学科教員養成や現職教員研修において、数学的に考える過程に着目できるような教材及びプログラムを開発することである。一人の子どもの活動を追った映像から記録をとり解釈する活動を取り入れることによって、実際の授業観察における学生の授業記録の質が高まった。さらに、実際の授業観察での子どもの活動の記録を解釈し合う場面を取り入れることで、子どもの活動の意味やその数学教育的価値についての理解が深められ、教材を発展的に深める活動にも結びついた。

研究成果の概要（英文）：The aim of this research is to develop programs and materials focusing on the process of thinking mathematically in pre-service and in-service mathematics teacher training. For example, pre-service teachers had experiences of observing and writing down one child's mathematical activities through the video of mathematics class and interpreting them. By these programs they have become accurate in their records of children's activities in actual classroom observations. Then after actual classroom observations, they took the opportunities to discuss their interpretations of the children's activities each other. So they have understood the meanings of children's activities and have appreciated them.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

研究分野：数学教育

科研費の分科・細目：科学教育

キーワード：数学科教員養成，現職教員研修，数学的な見方考え方，思考の把握

1. 研究開始当初の背景

本研究では、子どもが数学的に考える過程に焦点をあてた算数・数学の授業を構成し、評価しようとする教員の養成をめざしている。その要件として、授業における子どもの活動を把握できること、及び、その数学教育的な

価値を明確にできることをあげた。これは、平成17年度～平成19年度科学研究費補助金萌芽研究「数学科における教員養成及び現職教員研修のための総合的カリキュラムの開発」（研究代表者 伊藤成治（弘前大学教育学部））の中でとらえてきたものである。本研究

はその延長上にあり、この2つの視点から学部教育における教員養成、及び現職教育のためのプログラムを開発することを意図して始められた。

本研究でいう数学的に考える過程とは、子どもの数学的活動のプロセスに着目しようとするものである。数学的活動を授業の目標にするためには、子どもが考える過程を把握しそこに数学教育的な価値を見出すことが必要だからである。また、子どもの活動を解釈しようとするときの数学教育的な価値については、「数学的な考え方」(松原, 1977), 「数学的活動」(島田, 1976), 「公理的方法」(杉山, 1986), 「算数・数学の力」(長崎, 2007)等を参考にして検討してきた。たとえば、「課題に当面しこれを体制化し構造化する思考段階において、対象を集合としてとらえ、その集合に対し、別に都合のよい数学的構造をもつ第二の集合へ変換し、第二の集合の特性を使って解決に導く」(松原, 1977)と「数学的な考え方」をとらえ、学生・教員自らが生徒の活動の把握や教材研究を通してこの意味と意義をとらえることができるようにする、また、子どもの活動とその価値を「算数・数学を生み出す力」「算数・数学を使う力」「算数・数学で表す力」「算数・数学で考え合う力」(長崎, 2007)の枠組みで検討するというものである。これは、数学的に考える過程に価値を求めて教材を掘り下げ授業を評価しようとするにつなると考えた。

これまでの予察的な調査研究において、小学校教員をめざす学生の中に、数学は現実世界とは無関係であり将来数学を使わない者にとっては役に立たないものがほとんどであると感じている学生が少なからず存在することがわかった(太田, 2003, 2004)。ここでの数学とは、数学に関する知識、または数学的な処理のことであり、数学的な考え方は視野に入っていないことが多い。たとえば、問題解決活動において、都合のよい変換を見出して考えているにもかかわらず、その思考を数学と認識せず、用いている数学的な知識、技能にしか着目していない場合がある。このことは、数学を得意とする中学校・高等学校の数学の教員をめざす学生においても、同様である場合が多い。教員養成において、このような数学観、授業観の変容を促せるかどうか大きな意味を持つ。そこで、算数科教育法、数学科教育法等の授業において、子どもが数学的に考える過程についての事実を把握する重要性を認識し、その背景にある数学教育的価値を具体的な教材に即して捉えられるようにすることが必要である。また、現職教員研修においては、授業研究においてこのような場をつくることが必要であり、同様のことを学生の教育実習にも位置づけてい

くことが重要である。

このような状況の中で算数・数学科の授業者にとって必要なことは、自らを数学的活動を通して学び続ける立場に置くことである。このことは、子どもの数学的活動を把握し価値付けることと軌を一にする。自分にとっての数学の世界を拡げていこうとする精神が、子どものそれを見抜くことができる。そのためには、教材についての見方を深めようとする活動と、子どもが数学的に考える過程を把握しようとする活動が一体となって進められるような場をつくっていかねばならない。当然のことではあるが、これは、教員養成や現職教員研修の内容だけでなく学生や教員の学び方に強く依存するのであり、どのようなプログラムを用意してもそれを受け取るのでは趣旨が異なるものとなる。学生や教師自身が主体となる学習・研究の場であることが前提である。

(参考・引用文献)

- 松原元一(1977)『数学的見方考え方——子どもはどのように考えるか——』, 国土社
- 長崎栄三(2007)「算数・数学の力の構造化」, 長崎栄三, 滝井章編著『算数の力—数学的な考え方を乗り越えて—』, 東洋館, pp. 38-61
- 太田伸也(2003), 教員養成課程の学生の数学のとりえ方についての一考察——数学的活動, 数学的モデル化の理解を意図した教材の扱いを通して——, 日本数学教育学会 第36回数学教育論文発表会論文集, pp. 543-544
- 太田伸也(2004), 数学的モデル化を取り入れた授業における学生の数学のとりえ方, 日本数学教育学会 第37回数学教育論文発表会論文集, pp. 727-728
- 島田茂(1976), 「オープンエンドアプローチの意義」, 『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』, みずうみ書房, pp. 9-21
- 杉山吉茂(1986), 『公理的方法に基づく算数・数学の学習指導』, 東洋館

2. 研究の目的

本研究の目的は、算数・数学科教員養成や現職教員研修において、学生、教員が数学的に考える過程に着目できるような教材及びその活用プログラムを開発することである。

具体的には、第一に、子どもが数学的に考える過程を把握する場面を取り入れることである。この点については、実際には授業を参観する場を取り入れることができない場合も想定して、その代替となりうる教材(映像教材, 授業記録など)を教材として用意することを視野に入れる。第二に、教材内容に即して、数学的な考え方について検討する活

動を取り入れることである。具体的には、自ら数学的に考える活動を体験するとともにその価値を客観的に認識することのできる教材であること、および、教育実習や研究授業等において実践的にその教材を扱い、生徒の活動を数学的な考え方の側面からとらえられるようなものであることが要件である。

なお、本研究は、小学校学習指導要領（平成 20 年）算数科の目標における「算数的活動」、中学校学習指導要領（平成 20 年）数学科、高等学校学習指導要領（平成 11 年）数学の目標における「数学的活動」を教員養成課程のカリキュラムにおいて位置付け、その意味と意義の理解をはかろうとするものである。特に、教育学部における教員養成や現職教員研修において、教材や授業を評価する観点としての「数学的な考え方」の理解を深め、数学の内容だけでなく数学的に考える活動に着目して授業を構成しようとする能力の育成をはかる教員養成及び現職教員研修プログラムの開発をめざしている。教材研究だけでなく、生徒の活動の把握と解釈を通して考えていくことは、授業の構成と評価に直接的に結びつけることができるという点での効果が期待される。

3. 研究の方法

本研究は、次の 4 つの側面を並行して進めることとした。

(1) 数学的に考える過程に焦点をあてた教材および事例の開発

数学的に考える過程に焦点をあてることを前提に、小・中・高の算数・数学の授業に関連する教材、およびそれに対応する子どもの思考の様相を示す事例を収集、整理すること。なお、「子どもが数学的に考える過程の把握」については、実際の授業や授業研究を取り入れることができない場合をも想定して、代替として活用できる映像教材などの開発と蓄積を進める。（主として数学教育担当教員）

(2) 背景となる数学的な考え方や内容の分析と数学専門教員による授業や講座での活用

上記(1)の教材の背景となる数学的な考え方や内容を分析し、数学専門担当教員による学部の授業や現職教員研修講座に取り入れる内容を検討すること。（主として教科専門教員）

(3) 学部授業での実践、および現職教員研修での実践

開発した教材による取り組みを、学生を対象とする算数・数学科教育法、教育実習関連の授業やセミナー、現職教員研修の講座等で試みることを。

(4) 教材およびプログラムの評価

教材およびプログラムについて、「①子どもが数学的に考える過程についての事実の把握、あるいはそれに関する知見を得ることができたか」「②①について、どのような数学的な考え方が背景にあるかを具体的な教材に即して明らかにすることができたか」という 2 つの視点から検討を加える。また、このことを通して、この視点自身の妥当性を確かめる。

4. 研究成果

(1) 子どもの思考の把握と解釈を取り入れた算数・数学科教員養成プログラムについて 授業観察と授業記録に基づく協議を取り入れることがプログラムの中心になるが、その前段階で授業をみる視点をもつことや授業記録をとることについて独自に位置づけることが必要であった。また、授業記録に基づく協議においては教材内容に踏み込んで議論することと子どもの活動を解釈することが相互に関連して理解が深まることがわかった。このことは、次の①～③のように整理できる。

①数学を活動とみる視点をもつこと。これは数学的に考える過程を授業のねらいとして位置づけることにほかならない。そのため、数学の内容だけでなく、問題解決過程における関数の考え等を数学として認めることが必要である。

②子どもの数学的活動を把握することの意味と意義を知ること。子どもの活動の事実を捉えることは、数学的に考える過程における思考の様相を読みとることにつながるということを理解できるようにすることが必要である。例えば、子どもが問題を正しく解決したかどうかを把握するというのではなく、解決に至らなくてもその活動を価値づけることである。

③子どもの考えを知ることで教材研究が求められること。例えば、子どもの解決過程を探ることで問題の新たな価値や発展のさせ方が見出せることがある。

この①～③に対応させて次のようなプログラムが想定できる。通常はこの順番に進められるが、その一部を取り上げたり順序を入れ替えたりすることを含め、このサイクルを繰り返すことが考えられる。

①数学的に考える過程についての理解を深める

- ・数学教育の目的や目標と合わせ、数学的活動の意味と意義を知ること
- ・具体的な教材に則して、数学的に考える過程について体験的に学ぶこと
- ・授業記録（授業全体の記録、一人の子どもの活動の記録）から数学的に考える過

程について学ぶこと

- ②授業における子どもの活動について知る
- ・授業で扱う問題について参観前に研究すること
 - ・VTR から授業記録をとるシミュレーション活動（一人の生徒の活動を追った映像）、また、必要に応じて映像により子どもの活動をよみとること
 - ・実際の授業を観察し授業記録をとること（1人の子どもの活動を追うこと）
- ③子どもの考えから教材研究を深める
- ・授業記録に基づく協議を通して、様々な子どもの活動を共有し解釈すること
 - ・子どもの活動の数学教育的価値について議論すること
 - ・授業観察・協議を受けて教材研究を発展的に深めること

(2) (1) に関する実践から得られた知見

限られた範囲の試みを通してではあるが、次のことがわかった。

①授業観察前に数学的活動の意味や意義について具体的な問題解決を通して議論しても、また授業記録をよみながら子どもの活動を解釈したり子どもの活動を追う記録のとり方を論じたりしても、授業観察での子どもの把握にはあまり活かされなかった。

例えば、「ファニャーノの問題」（コクセター、幾何学入門）を教材として取り上げ、学生が自らの思考過程を記録に残しながら問題解決に取り組み、そのプロセスを振り返りながら数学的に考えることの価値を認識できるようにする扱いを試みた。また、実際の授業観察で子どもの活動を把握し記録することを課題としても、教師の授業運営の方に目がいきやすく、その結果として授業についての協議の場面でも子どもの活動を根拠にした議論が弱かった。

②一人の子どもの活動を追った映像を観察し、その記録をとること、また、記録と映像を見直し解釈する活動を取り入れたことによって、実際の授業観察における授業記録の質が高まった。

一人の子どもの活動を追った映像を観察し、その記録をとること、また、記録と映像を見直しながら子どもの活動を解釈しその価値を考える活動は効果があった。とりわけ、子どもが試行錯誤を通して解決に至ったプロセスを把握できた場合については、学生の授業観への影響が認められた。

③子どもの活動を把握した授業記録を解釈し合う場面を取り入れることで、子どもの活動の意味やその数学教育的価値の理解が深まる。また、教材を発展的に深める活動に結

びついた。

子どもの活動を把握できることと、それを解釈し価値付けることとは必ずしも一致しない。例えば授業記録をもとにしたグループ協議でも子どもの重要な活動が記録されているにもかかわらず見過ごされてしまうことがあり、これを取り上げ解釈し合うことで、子どもの活動の意味やその数学教育的価値をはじめて認識できる場合があった。また、このような活動によって、それまで視野に入っていなかった問題解決過程に気づき教材を発展的に深める活動へと結びついた。

(3) 教員養成や現職教員研修における数学的活動のための教材について

教員養成課程においては、特に小学校算数科のための専門科目についての実践を試みた。学生が数学的活動を体験することに主眼をおき、テーマを「数表の性質（九九表）」「平面の敷き詰め（合同変換）」の2つに絞ったこと、また、前半を数学教育分野の教員が担当し、後半をそれぞれの内容について数学専門（代数分野、幾何分野）の教員が担当するという方法をとったことがその特徴である。九九表の扱いについては、考えの多様性等の価値に加え、「公差が1の自然数の列」「乘法表」という条件を浮き彫りにすることにより、規則性の何がどの条件に依存するかを再検討し性質を拡張する見方を経験することの重要性が示された。また、敷き詰めに関しては平面図形の移動を決定する条件を意識化することの重要性が示された。学生の主体的な活動がみられたこと、数や図形についての学生の理解の状況と課題が把握できたこと、教科教育と教科専門それぞれの立場での重点の置き方について検討することができたこと等が成果としてあげられる。

現職教員研修においては、研修会、免許更新講習、自主的なセミナー等で、数学教育と数学専門教員が協同で取り組む方法で、参加者が数学的活動を体験しながら算数・数学の授業を考えることを目指したものである。

(4) 今後の課題

本研究を通して、算数・数学科教員養成において子どもの活動を把握し価値付けることができるようにするためのプログラムの1つの枠組みが示された。これを、それぞれの教員養成学部の状況に応じて具体化することが今後の課題である。特に実際に授業観察を取り入れ記録をとる機会をつくること、またその記録を元に協議を行う機会をつくることかという条件にも依存しての工夫が求められる。また、カリキュラム全体と関係づけた位置づけ方についての検討が

残されている。

現職教員研修については、限定的な場面での扱いにならざるをえなかった。教員が自ら算数・数学的活動に取り組み続けることができるようなプログラムを考えることが必要である。

(5) 報告書冊子の作成

報告書冊子「数学的に考える過程に焦点をあてた教員養成及び現職教員研修プログラムのための教材と実践事例」を作成した。その内容は次の通りである。

I 章 研究の概要 (太田伸也)

- 1 研究の目的と方法
- 2 数学的に考える過程に焦点をあてること
- 3 研究の概要
- 4 本報告書の構成

II 章 授業における子どもの活動の把握をねらいとする教材 (太田伸也)

- 1 授業中の子どもの活動の把握
- 2 子どもの活動の解釈と価値付け
- 3 数学的に考える過程についての理解

III 章 考える過程の数学的背景や数学教育的価値を考察するための教材

1 小学校教員養成における数学専門科目の扱い

- 1 小学校教員養成における算数専門科目の扱いに関する一考察—数学教育教員と数学専門教員の協同による取り組みから— (太田伸也 中野博之 山形昌弘 西澤道知)
- 2 小学校の先生を目指す方向けの代数 (西澤道知)
- 3 小学専門数学(幾何)(平面の敷き詰め, 合同変換) (山形昌弘)

2 数学的活動のための教材テキスト例

- 1 正四面体と正八面体で空間を埋め尽くすこと (太田伸也)
- 2 小学専門数学(幾何)(分割合同を中心に) (山形昌弘)
- 3 近道の話 (西澤道知)
- 4 二次曲線 (伊藤成治)
- 5 正多角形による輪の構成について (山形昌弘)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計2件)

- ① 太田伸也, 中野博之, 山形昌彦, 西澤道知, 小学校教員養成における算数専門科目の扱いに関する一考察—数学教育教

員と数学専門教員の協同による取り組みから—, 日本数学教育学会 第44回数学教育論文発表会論文集, 査読有, 2巻, 2011, pp. 897-902

- ② 太田伸也, 数学的に考える過程に焦点をあてた教員養成のための教材とその扱い—ファニャーノの問題の解決過程を考察する活動から他の教材研究へ—, 日本数学教育学会 第43回数学教育論文発表会論文集, 査読有, 1巻, 2010, pp. 355-360

〔学会発表〕(計4件)

- ① 太田伸也, 子どもの数学的活動を把握し価値づけることをねらいとする教材の扱い—教師としての自己向上機能の育成を目指して—, 日本教材学会 第23回研究発表大会, 2011年10月22日, 東京学芸大学(東京都)
- ② 太田伸也, 数学的に考える過程の把握をねらいとする教員養成のための映像教材—子どもの試行錯誤をとらえた映像を解釈する活動—, 日本教材学会 第22回研究発表大会, 2010年10月16日, 帝京短期大学(東京都)
- ③ 山形昌弘, 正多角形による輪の構成について, 日本教材学会 第22回研究発表大会, 2010年10月16日, 帝京短期大学(東京都)
- ④ 太田伸也, 数学的に考える過程に焦点をあてた教員養成のための教材—ファニャーノの問題の扱いを通して—, 日本教材学会 第21回研究発表大会, 2009年10月17日, 日本大学文理学部(東京都)

〔その他〕

(報告書) 太田伸也, 中野博之, 昆正博, 山形昌彦, 伊藤成治, 西澤道知, 数学的に考える過程に焦点をあてた教員養成及び現職教員研修プログラムのための教材と実践事例(218頁), 2012年3月

6. 研究組織

(1) 研究代表者

太田伸也 (OHTA SHINYA)
東京学芸大学・教育学部・教授
研究者番号: 50322920

(2) 研究分担者

中野博之 (NAKANO HIROSHI)
弘前大学・教育学部・教授
研究者番号: 30400120

西澤 道知 (NISHIZAWA MICHITOMO)
弘前大学・教育学部・准教授
研究者番号：20318801

昆 正博 (KON MASAHIRO)
弘前大学・教育学部・教授
研究者番号：70103017

山形 昌弘 (YAMAGATA MASAHIRO)
弘前大学・教育学部・准教授
研究者番号：10003675

伊藤 成治 (ITO SHIGEHARU)
弘前大学・教育学部・教授
研究者番号：40193487

(3) 連携研究者
(無し)