

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 3 月 31 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2012

課題番号：21510164

研究課題名（和文）社会システムにおける最適化問題に対する数値解法の研究とその実装

研究課題名（英文） Study on numerical methods for optimization problems in social system and their implementation

研究代表者

矢部 博（YABE HIROSHI）

東京理科大学・理学部・教授

研究者番号：90158056

研究成果の概要（和文）：

大規模な無制約最小化問題に対する共役勾配法、3項共役勾配法に関する新しい解法を提案し、その大域的収束性を示した。また、凸計画問題に対する逐次2次制約2次計画法と非線形半正定値計画問題に対する主双対内点法を提案し、その収束性について解析した。さらに2次錐相補性問題とその変種問題を解くための数値解法についても研究した。これらの解法の数値実験を行って、その有効性を検証した。

研究成果の概要（英文）：

We proposed new conjugate gradient methods and three-term conjugate gradient methods for unconstrained minimization problems. We also proposed a new sequential quadratically constrained quadratic programming method and a primal-dual interior point method for nonlinear semidefinite programming problems. Furthermore, we studied new methods for second-order cone complementarity problems. Convergence properties of the proposed methods were analyzed and their numerical performance was investigated.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	2,900,000	870,000	3,770,000

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学、社会システム工学・安全システム

キーワード：最適化理論、非線形最適化、無制約最小化、制約付き最小化、アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

最適化問題・数理計画問題は、自然科学、工学、社会科学など多種多様な分野で発生する基本的な問題であり、最適化・数理計画法

はオペレーションズ・リサーチの主要な研究分野であるばかりでなく、社会システム工学を含んだ広い応用範囲を持つ重要な研究分野でもある。実際、データの当てはめ問題、最

適設計、逆問題、最適制御問題、経済での均衡問題、企業経営における意思決定問題、金融工学におけるポートフォリオ選択問題などは最適化問題・数理計画問題として定式化される。こうした最適化問題を効率よく解くための数値解法の研究は世界中で強く望まれており、さらに変数の数や制約条件の数が非常に多い、いわゆる大規模な最適化問題を解く必要性も増えてきた。こうした理由から、数値解法の研究とそのソフトウェア開発が多くの応用分野で非常に望まれている。

2. 研究の目的

本研究では、上記のような社会的要請を受けて、数理計画法のうち特に非線形計画問題（非線形相補性問題を含む）の数値解法の研究に焦点をあてる。非線形最小化問題は、制約条件のない無制約最小化問題と制約条件の付いた制約付き最小化問題とに分けられるが、この両者の問題に対する新しい数値解法の開発とその実用化を目指す。

3. 研究の方法

それぞれの研究テーマに関して現状を把握するために文献調査を行うとともに、必要に応じて国内外の学会の研究発表会やシンポジウムに出席して他大学・他機関の研究者と積極的に交流し、研究打ち合わせを行って意見交換をした。各項目の研究において、矢部・小笠原・成島が共同で理論的研究とソフトウェア開発を行った。さらに研究協力者（大学院生）と積極的に研究打ち合わせを行い、数値実験の補助をしてもらうとともに、理論的な研究の面も議論した。また、研究過程で得られた研究成果を学会・シンポジウム・国際会議等で発表した。

4. 研究成果

無制約最適化問題および制約付き最適化問題を解くための数値解法について、以下の

通り研究した。研究成果の一部は最適化関連の国際会議、日本OR学会、日本数学会、数値解析シンポジウム、研究集会（於統計数理研究所、京都大学数理解析研究所）等で発表した。また、研究結果が学術論文誌や研究報文集に掲載された。

(1) 無制約最適化問題に対する数値解法として、共役勾配法、3項共役勾配法について研究した。3項共役勾配法は、目的関数の降下方向を生成することを目指して、従来の共役勾配法の探索方向に別の方向を付け加えて補正した解法である。補正ベクトルを適切に選ぶと、パラメータの選び方や直線探索の選び方によらず常に探索方向が十分な降下条件を満足することが保証される。この性質を利用して、適切な直線探索と組み合わせた場合に提案手法が大域的収束することを証明した。そして、数値実験比較を行って提案したアルゴリズムの有効性を検証した。

(2) 目的関数のヘッセ行列が特別な構造を持つような無制約最小化問題に対する共役勾配法について研究した。ヘッセ行列の情報を取り込む共役勾配法として Dai and Liao (2001)の研究があるが、必ずしも降下方向を生成するとは限らないという問題点があった。一方、(1)で述べたように降下方向を生成する3項共役勾配法が成島・矢部らによって考案されている。本研究ではこの2つの方法を組み合わせて、ヘッセ行列が特別な構造を持つような無制約最小化問題に対して構造化セカント条件を利用した3項共役勾配法を提案し、その大域的収束性を証明した。さらに提案したアルゴリズムの有効性を検証するために数値実験比較を行った。

(3) 無制約最適化問題に対する共役勾配法について、上記とは別のアプローチで研究した。アルゴリズムの収束性にとっては、降下方向を生成することが重要であるが、本研究

では Hager and Zhang (2005)の研究に基づいて、直線探索等によらず常に自動的に降下方向を生成する非線形共役勾配法の一般形を扱い、その大域的収束性を証明した。またアルゴリズムの有効性を検証するために数値実験比較を行った。

(4)無制約最小化問題を解くための準ニュートン法において、スケーリングを組み入れたセカント条件を扱い、非凸関数に対しても大域的収束するような準ニュートン法を提案するとともに、局所的超1次収束性を示した。また、数値実験を行ってその有効性を検証した。

(5)凸計画問題に対する逐次2次制約2次計画法について研究した。これは、従来の逐次2次計画法がマラトス効果を引き起こすという欠点を克服するために開発された解法である。本研究では、2次制約2次計画部分問題を非厳密に解いても大域的収束性が保証されるような解法を提案するとともに、局所的超1次収束性について解析した。

(6)線形半正定値計画問題に対する内点法については非常に活発に研究されてきたが、非線形半正定値計画問題に対する数値解法の研究はまだ開発途上にある。本研究ではこうした現状を考慮して、非線形半正定値計画問題に対する主双対内点法を提案し、直線探索法の枠組みで大域的収束性を証明するとともに、数値実験を行ってその有効性を検証した。さらに、主双対内点法の局所的超1次収束性についても解析した。

(7)2次錐相補性問題(SOCCP)を含む2次錐箱型制約付き変分不等式問題(SOCBVIP)を考え、Hayashiら(2005)のSOCCPに対する平滑正則化法を拡張した数値解法を提案した。適当な仮定の下で本解法がSOCBVIPの解に大域的収束・局所的2次収束することを証明し、数値実験によってその有効性を検証した。また、

大規模な2次錐相補性問題に対する数値解法の研究から派生した研究として微分不可能な方程式系に対する平滑化共役勾配法を提案し、大域的収束性を示した。そして、数値実験を行って平滑化ニュートン法と比較し提案手法の有効性を検証した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 21 件)

(1) Y. Narushima, A smoothing conjugate gradient method for solving systems of nonsmooth equations, *Applied Mathematics and Computation*, 219 (2013), pp. 8646-8655. (査読有り)

DOI: 10.1016/j.amc.2013.02.060

(2)村井京子、小笠原英穂「A Jacobian smoothing Newton method for second-order cone complementarity problems」、統計数理研究所共同研究リポート 306「最適化：モデリングとアルゴリズム 25」, pp. 41-55, 2013年3月. (査読無し)

(3)成島康史、大規模無制約最適化問題に対する非線形共役勾配法の最近の研究動向、*応用数理* 22、日本応用数学会 (2012), pp. 27-39. (査読有り)

(4)H. Yamashita and H. Yabe, Local and superlinear convergence of a primal-dual interior point method for nonlinear semidefinite programming, *Mathematical Programming*, 132 (2012), pp. 1-30. (査読有り)

DOI: 10.1007/s10107-010-0354-x

(5)K. Sugiki, Y. Narushima and H. Yabe, Globally convergent three-term conjugate gradient methods that use secant conditions and generate descent search directions for unconstrained optimization,

Journal of Optimization Theory and Applications, 153 (2012), pp. 733-757.

(査読有り)

DOI: 10.1007/s10957-011-9960-x

(6)A. Kato, Y. Narushima and H. Yabe, Global and superlinear convergence of inexact sequential quadratically constrained quadratic programming method for convex programming, Pacific Journal of Optimization, 8 (2012), pp.609-629. (査読有り)

(7)H. Iiduka and Y. Narushima, Conjugate gradient methods using value of objective function for unconstrained optimization, Optimization Letters 6 (2012), pp. 941-955.

(査読有り)

DOI: 10.1007/s11590-011-0324-0

(8)H. Ogasawara and Y. Narushima, The Jacobian consistency of a smoothed Fischer-Burmeister function associated with second-order cones, Journal of Mathematical Analysis and Applications 394 (2012), pp. 231-247. (査読有り)

DOI: 10.1016/j.jmaa.2012.04.050

(9)木村彩英子、矢部博、不定値カーネルを伴うサポートベクターマシンに対するカーネル最適化、日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌、55 (2012), pp. 110-131.

(査読有り)

http://www.orsj.or.jp/~archive/pdf/j_mag/Vol1.55_J_110.pdf

(10)H. Yamashita, H. Yabe and K. Harada, A primal-dual interior point method for nonlinear semidefinite programming, Mathematical Programming, 135 (2012), pp. 89-121. (査読有り)

DOI: 10.1007/s10107-011-0449-z

(11)Y. Narushima and H. Yabe,

Conjugate gradient methods based on secant conditions that generate descent search directions for unconstrained optimization, Journal of Computational and Applied Mathematics, 236 (2012), pp.4303-4317. (査読有り)

DOI: 10.1016/j.cam.2012.01.036

(12)Y. Narushima, H. Yabe and J. A. Ford, A three-term conjugate gradient method with sufficient descent property for unconstrained optimization, SIAM Journal on Optimization, 21 (2011), pp. 212-230. (査読有り)

<http://www.siam.org/journals/siopt/21-1/74357.html>

(13)Y. Narushima, Symmetric rank-one method based on some modified secant conditions for unconstrained optimization, SUT Journal of Mathematics, 47 (2011), pp. 25-43. (査読有り)

(14)Y. Narushima, N. Sagara and H. Ogasawara, A smoothing Newton method with Fischer-Burmeister function for second-order cone complementarity problems, Journal of Optimization Theory and Applications 149 (2011), pp. 79-101. (査読有り)

DOI: 10.1007/s10957-010-9776-0

(15)M. Kobayashi, Y. Narushima and H. Yabe, Nonlinear conjugate gradient methods with structured secant condition for nonlinear least squares problems, Journal of Computational and Applied Mathematics, 234 (2010), pp.375-397.

(査読有り)

DOI: 10.1016/j.cam.2009.12.031

(16)Y. Narushima, T. Wakamatsu and H. Yabe, Extended Barzilai-Borwein

method for unconstrained minimization problems, Pacific Journal of Optimization, 6 (2010), pp.591-613. (査読有り)

(17) H. Ogasawara, Y. Narushima and N. Sagara, Convergence properties of a new smoothing Newton method for second-order cone complementarity problems, Proceedings of the 6th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, (in Tokyo, 2009), pp. 269-280, 2010. (査読有り)

[学会発表] (計 32 件)

(1) 柳田健人「無制約最小化問題に対する修正対称ランクワン公式を用いた準ニュートン法」、研究集会「最適化：モデリングとアルゴリズム」、統計数理研究所、2013年3月12日。

(2) 小林宏「セカント条件に基づいた常に降下方向を生成する3項共役勾配法」、日本OR学会、東京大学本郷キャンパス、2013年3月5日。

(3) 盧培洵「2次錐箱型制約付き変分不等式問題に対する平滑正則化Newton法」、日本OR学会、東京大学本郷キャンパス、2013年3月5日。

(4) 成島康史「二次錐相補性問題に対する数値解法について」、平成24年度文部科学省数学・数理科学と諸科学・産業との連携研究ワークショップ「離散構造と最適化：展開と連携」、九州大学伊都キャンパス、2012年11月30日。

(5) 菅澤清久「非凸最適化問題に対するスペクトラルスケーリング付き準ニュートン法について」、日本OR学会、ウイנקあいち、2012年9月13日。

(6) 加藤惇志「An interior point method with a primal-dual quadratic barrier penalty function for nonlinear semidefinite

programming」, 21th International Symposium on Mathematical Programming, Berlin, Germany, 2012年8月21日。

(7) 矢部博「無制約最適化問題に対して降下方向を生成する非線形共役勾配法の大域的収束性」、第41回数値解析シンポジウム、伊香保温泉、2012年6月8日。

(8) 成島康史「二次錐相補性問題に対するFischer-Burmeister関数に基づいた平滑化Newton法」、第41回数値解析シンポジウム、伊香保温泉、2012年6月8日。

(9) 中村渉「自動的に降下方向を生成する非線形共役勾配法について」、日本OR学会、防衛大学校、2012年3月28日。

(10) 村井京子「A Jacobian smoothing Newton method for second-order cone complementarity problems」、研究集会「最適化：モデリングとアルゴリズム」、政策研究大学院大学、2012年3月15日。

(11) 加藤惇志「An interior point method with a primal-dual merit function for nonlinear semidefinite programming」, Informs Optimization Society 4th Meeting, Optimization and Analytics: New Frontiers of Theory and Practice, Miami, Florida, USA, 2012年2月25日。

(12) 加藤惇志「Global and superlinear convergence of inexact sequential quadratically constrained quadratic programming method for convex programming」, The 5th Sino-Japan Optimization Meeting, Beijing, China, 2011年9月28日。

(13) 矢部博「Conjugate gradient methods based on secant conditions that generate descent search directions for unconstrained optimization」,

The 5th Sino-Japan Optimization Meeting, Beijing, China, 2011 年 9 月 28 日.

(14) 成島康史 「A smoothing conjugate gradient method for solving nonsmooth systems of equations」, The 5th Sino-Japan Optimization Meeting, Beijing, China, 2011 年 9 月 27 日.

(15) 成島康史 「二次錐相補性問題に対するパラメータの調整を組み込んだ平滑化 Newton 法について」、日本OR学会、甲南大学（岡本キャンパス）、2011 年 9 月 16 日.

(16) 成島康史 「無制約最適化問題に対するセカント条件に基づいた降下条件を保証する非線形共役勾配法」、研究集会「最適化手法の深化と広がり」、京都大学数理解析研究所、2011 年 7 月 22 日.

(17) 矢部博 「セカント条件に基づいた降下方向を生成する非線形共役勾配法の大域的収束性について」、第 40 回数值解析シンポジウム、鳥羽シーサイドホテル、2011 年 6 月 20 日.

(18) 加藤惇志 「Convergence properties of inexact sequential quadratically constrained quadratic programming method for convex programming」, The 8th International Conference on Optimization: Techniques and Applications, Shanghai, China, 2010 年 12 月 12 日.

(19) 成島康史 「微分不可な方程式系に対する行列を使用しない数値解法について」、研究集会「科学技術計算アルゴリズムの数理的基盤と展開」、京都大学数理解析研究所、2010 年 10 月 19 日.

(20) 加藤惇志 「非線形最適化問題に対する部分問題を非厳密に解く逐次 2 次制約 2 次計画法」、日本OR学会、首都大学東京、2010 年 3 月 5 日.

(21) 成島康史 「2 次錐相補性問題に対する平滑化 Fischer-Burmeister 関数のヤコビ

行列の適合性について」、日本数学会、大阪大学、2009 年 9 月 27 日.

(22) 成島康史 「Some properties of a smoothing function based on the Fischer-Burmeister function for SOCCP」, 20th International Symposium on Mathematical Programming, Chicago, USA, 2009 年 8 月 26 日.

(23) 矢部博 「無制約最適化問題に対するセカント条件に基づいた 3 項共役勾配法」、第 38 回数值解析シンポジウム、熱川ハイツ、2009 年 6 月 17 日.

(24) 小笠原英穂 「2 次錐相補性問題に対する平滑化 Newton 法」、第 38 回数值解析シンポジウム、熱川ハイツ、2009 年 6 月 17 日.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

矢部 博 (Yabe Hiroshi)
東京理科大学・理学部・教授
研究者番号：90158056

(2) 研究分担者

小笠原 英穂 (OGASAWARA HIDEHO)
東京理科大学・理学部・准教授
研究者番号：00231217

成島 康史 (NARUSHIMA YASUSHI)
横浜国立大学・経営学部・准教授
研究者番号：70453842

研究協力者

加藤 惇志 (KATO ATSUSHI)
木村彩英子 (KIMURA SAEKO)
小林 宏 (KOBAYASHI HIROSHI)
小林 道也 (KOBAYASHI MICHIIYA)
菅澤 清久 (SUGASAWA KIYOHISA)
杉木 佳織 (SUGIKI KAORI)
中村 渉 (NAKAMURA WATARU)
村井 京子 (MURAI KYOKO)
柳田 健人 (YANAGIDA KENTO)
盧 培洵 (LU PEIXUN)
若松 峻彦 (WAKAMATSU TAKEHIKO)