

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 28 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21530172

研究課題名（和文）時間遅延及び非線形性をもつ経済動学モデルの研究

研究課題名（英文）Economic Dynamics with time delays and nonlinearities

研究代表者

松本 昭夫 (MATSUMOTO AKIO)

中央大学・経済学部・教授

研究者番号：50149473

研究成果の概要（和文）：古典的な景気循環モデル（ソローモデル、グットウィンモデル、ヒックスモデル、カルドアモデル等）の消費、投資、政府支出等に時間遅延がある場合のマクロ動学、個々の経済主体が「限定合理的」とあるとの想定のもとで、独占理論、複占理論、寡占理論に時間遅延を導入したときのミクロ動学を解析的および数値的な考察を行い以下の知見を得た。連続時間経済モデルでは遅延が連続分布的であれば循環的な解が生み出される。他方遅延が固定得的であるならば、カオスを含む複雑な動学が発現する。

研究成果の概要（英文）：Applying the nonlinear dynamic theory and using the delay differential equations, we reconsider not only classical business cycles models but the canonical microeconomic theory concerning monopoly and duopoly. It is analytically and numerically demonstrated that any nonlinear economic dynamic models can generate simple dynamics such as a limit cycles if the delays are continuously distributed and complex dynamics involving chaos if the delays are fixed.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：経済動学、非線形動学、カオス、時間遅延、連続時間モデル、分岐

1. 研究開始当初の背景

1940-50年代に発表された N. Kaldor, R. Goodwin, M. Kalecki, J. Hicks などによる非線形マクロ経済モデルは「非線形性」と「時間遅延」が実際の経済で観測される経済変数の持続的な不規則変動に及ぼす効果を分析した。しかしながらこれらの古典的非線形マクロモデルは、その後大きな進展を見せずに、表舞台から退いていった。1970年代後半

に構築されたカオス理論は、経済動学研究にも導入され、1980年代初頭から1990年代後半にかけて、離散時間の次元非線形経済モデルが生み出す解の挙動、その動学的構造を解明する理論的な手法について大きな進展に寄与した。古典的非線形マクロモデルも、この新しい理論により再考察が施され、主に数値シミュレーションなどにより周期的変動だけでなく、カオスを含む複雑な変動を生

み出していることが確認されている。他方、線形のモデルであっても時間遅延がある場合には、解が非周期的に振る舞うことが知られていた。1990年に入り「時間遅延」が動学寡占モデルに導入され、競争相手の情報の認知ラグも、複雑な動学を生み出す源泉であることが明らかにされている。

2. 研究の目的

本研究は伝統的な経済動学分析を二つの方向に拡張する。一つは社会科学や自然科学を問わず動学研究にパラダイム・シフトをもたらしたと言われる非線形動学理論を援用して経済動学モデルの再考察。他の一つは経済活動において煩雑に観察される時間遅延を経済動学分析に明示的に取り込むことである。これらの拡張により経済動学分析の理論的フレームワークを再構成し、現実的妥当性を高めることを主目的とする。

3. 研究の方法

(1) マクロ経済の動学モデルとして古典的なヒックス景気循環モデルと新古典派経済成長モデルを取り上げる。ヒックスモデルでは消費ラグと投資ラグが景気循環に与える効果を考察する。

(2) ミクロ経済の動学モデルとして独占、寡占モデルを取り上げ需要予測、競争相手の生産量予測に時間遅延があり、かつ行動方程式に非線形性が含まれている場合の均衡点の不安定条件の導出(小域的安定性分析)と不安定均衡点の変動に関する数値シミュレーション(大域的安定性分析)を行う。

4. 研究成果

(1) 遅延や非線形性をもつマクロ動学研究は長い歴史を持つ。投資の意思決定から最終資本財の設置までの投資の懐妊期間が景気変動に及ぼす効果を研究した Kalecki, M. (1935) を嚆矢とし、Kaldor, N (1940) による S 字型非線形投資関数をもつ景気循環モデル、Hicks (1950) による投資の下限、生産の上限をもつ非線形景気循環モデル、Goodwin (1951) による投資ラグをもつ乗数加速度モデル、現在は新古典派経済成長モデルと呼ばれる連続時間の一部門経済の長期経済成長を考察し、経済は長期的には定常点に収束することを示した Solow (1956) 等様々な方向への拡張が試みられた。本研究ではこれらの古典的景気循環モデルを近年進展しつつある非線形動学を援用することにより新しい観点から再考察を試みた。

① 業績⑨ Hicks モデル再考察：通常離散時間で定式化される区分線形の Hicks モデルを連続時間モデルとして再構築し、さら

に投資と消費に連続分布ラグがある場合の動学への影響を構築した。これらのラグの安定化効果と非線形性に依拠した極限循環の存在を示した。

② 業績⑩ Goodwin モデル再考察：

Goodwin の 1951 年の景気変動モデルは加速度原理に基づく投資決定と投資に一定の固定ラグが存在するという 2 点に特徴がある。しかし Goodwin 自身は固定ラグにより導かれる差分・微分変動方程式により構成される動学システムを直接解くのではなく、線形近似により動学システムを常微分方程式体系に変換し、その系の分析を行っている。ここでは投資の固定ラグを連続分布ラグに置き換え、以下の結果を導いた：

(i) 小域的安定条件の導出；

(ii) 固定ラグは連続分布ラグよりも不安定効果が強い；

(iii) 動学システムの定常点が安定的であったとしても 2 つ以上の極限循環経路が存在し、いわゆる回廊安定性(定常点は小規模な摂動に対しては安定的であるが、大規模な摂動に対しては不安定になり軌道は大域的に安定である循環解に収束する)がある。

業績④ Solow モデル再考察：、1980 年代初頭に離散時間の新古典派経済モデルにおいて、公害等の成長阻害要因を明示的に考慮すれば、カオスを含む複雑な動学が生み出されることが示された。オリジナルな Solow モデルは連続時間で構築されているので、遅延マクロ非線形モデルの一例としてこの新古典派経済成長モデルに生産ラグを導入する。連続的分布ラグを想定するならば、生産の拡大と縮小が循環的に表れる周期解が求められることを示した。他方固定ラグを想定するならば、ラグの大きさがある一定の閾値を越えると周期倍加を繰り返しながらカオティックな非周期解が生み出されることを数値的に確かめた。連続時間の新古典派経済成長モデルでは非線形性と固定的な遅延の存在が経済を変動せしめる要因になりうることを示した。

(2) ミクロ経済における伝統的な独占理論、寡占理論は通常経済主体は競争相手の情報、あるいは需要関数に関する情報が時間的な遅れがなく、かつ必要な情報がすべて取得可能であるという意味で「完全合理的」であることが想定される。しかし、近年この「完全合理性」というあまりに強すぎる仮定は「限定合理性」に置き換えられ、不完全情報化での意思決定が考察し始められている。本研究では意思決定に際して必要な情報が必ずしもすべて手に入らない、そして取得できる情報は時間的な遅れを含んでいるという状況下での経済主体の動学的行動を分析した。

① 業績① 独占企業分析：伝統的なミクロ経済学で扱われる独占企業は需要関数に関して完全情報を有する合理的な経済主体であると想定されるので、利潤最大化を実現する生産決定と価格設定を行うことが出来き、ワンショットで最適点に移動する。その為、最適点を模索するような調整過程は通常想定されない。他方、独占企業が市場の需要関数に関する情報が完全に取得できないと想定されると、利潤最大化を実現する生産決定と価格設定を行うことが出来ない。そこで、これらの最適点を模索する調整過程を構築する必要が出てくる。本研究では生産の変化率が期待限界利潤に比例的に調整される Gradient dynamics (限界期待利潤が正ならば生産を増やし、負ならば生産を減少させる)を導入した。期待需要の形成に際して(i)一つの固定的タイムラグがある場合、(ii)二つの固定的タイムラグがある場合を分析し、以下の結果を得た。タイムラグがひとつのケースでは、独占的な均衡点が不安定化した場合に大域的には高々極限循環が起こるという意味で簡単な動学(simple dynamics)しか生まれない。期待形成にタイムラグが二つ含まれる場合には、カオスを含む複雑な動学(complex dynamics)が周期倍加分岐を通じて発生する。

② 業績② 寡占企業分析 I：企業数が2である複占市場で競争相手の行動に関して認知ラグが存在すると想定すると、各企業の生産調整にそれぞれ一つのラグが存在し、全体では二つの異なる遅れが存在することになる。このような場合の連続時間の安定性分析を行った。異なる経済主体が同じ長さのラグを持つ場合の分析はこれまで多くなされているが、異なる経済主体がそれぞれ異なる長さのラグを持つ場合の分析はそれほど多くはない。連続時間モデルにおいてラグは固定的な場合と連続的に分布されている場合の二つのケースを取り上げて、以下の結果を得た。(i)固定的であるか連続分布的であるかに関わりなく、ラグには不安定効果があり、ラグの大きさがある閾値以下であるならば、複線均衡は小域的漸近安定となり、閾値以上になると均衡は不安定化する。(ii)連続分布ラグの荷重が指数的に減少(現在に近いほど大きく、過去にさかのぼるほど小さくなる)する場合には固定ラグの方が不安定効果が強く；(iii)連続分布ラグの荷重が釣鐘的な形状をしている場合には、連続分布ラグの方が強い不安定効果を持つ。

③ 業績⑤ 寡占企業分析 II:企業数が $N>2$ である一般的な寡占市場において反応関数の非線形性が動学に及ぼす効果を分析。具体

的には以下を想定。市場の需要関数は双曲的、各企業の費用関数は線形で生産に関してクールノ-競争を行っている。他企業の戦略を予想したうえで、自企業の利潤を最大化するように反応関数を導出し、Nash均衡点を求める。予想形成には適応的期待を想定し、(i) N 企業が二つのグループに分けられている場合、(ii) N 企業が三つのグループに分けられている場合に分けて、それぞれの場合におけるNash均衡の安定性を考察した：安定性条件の導出、小域的不安定な場合の大域的安定性(周期解、非周期解の存在)を数値分析、さらに、2企業市場、3企業市場における動学的安定性・不安定性の比較を行い、企業数の増加が動学に及ぼす効果についても言及した。

(3) 経済動学モデルにおける時間遅延の問題は古くからその存在は認識されていたが解析的な処理が難しく、必ずしも十分は考察が行われていたとは言い難い状況である。本研究はまだ緒についたばかりであり、今後も様々な方向への拡張を模索している段階である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計11件)

- ① Matsumoto, A. and F. Szidarovszky
“Nonlinear delay monopoly with bounded rationality,” *Chaos, Solitons and Fractals*, 査読有, vol. 45, 507-519, 2012.
- ② Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, H. Yoshida, “Dynamics in linear Cournot duopoly with two time delays,” *Computational Economics*, 査読有, vol. 38, 311-327, 2011.
- ③ Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Nonlinear duopoly games with advertisement revisited,” *International Game Theory Review*, 査読有, vol. 12, 363-384, 2011.
- ④ Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Delay differential neoclassical growth model,” *Journal of Economic Behavior and Organization*, 査読有, vol. 78, 272-289, 2011.
- ⑤ Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Stability, Bifurcation and Chaos in N -Firm Nonlinear Cournot Game,”

Discrete Dynamics in Nature and Society, vol. 2011, 査読有, Article ID 380530, 2011.

- ⑥ Matsumoto, A. et al. “Cartelizing groups in dynamic hyperbolic oligopoly with antitrust threshold,” *Australian Economic Papers*, 査読有, vol. 49, 289-300, 2010.
- ⑦ Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Delayed dynamics in heterogeneous competition with product differentiation,” *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 査読有, vol. 11, 601-611, 2010.
- ⑧ Matsumoto, A., et al. “Dynamic oligopoly with partial cooperation and antitrust threshold,” *Journal of Economic Behavior and Organization*, 査読有, vol. 73, 259-272, 2010.
- ⑨ Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Continuous Hicksian trade cycle model with consumption and investment time delays,” *Journal of Economic Behavior and Organization*, 査読有, vol. 75, 94-114, 2010.
- ⑩ Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “A special labor-managed oligopoly,” *Mathematica Pannonica*, 査読有, vol. 20, 291-302, 2009.
- ⑪ Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Note on Goodwin’s 1951 nonlinear acceleration model with investment lag,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 査読有, vol. 33, 832-842, 2009.

[学会発表] (計 7 件)

- ① Matsumoto Akio, “Nonlinear delay monopoly with bounded rationality,” 2012 international Nonlinear Science Conference, Barcelona, Spain, March 15, 2012.
- ② Matsumoto Akio, “Nonlinear monopoly with fixed time delays,” 2011 World Congress on Engineering and Technology, Shanghai, China, October 29, 2011.
- ③ Matsumoto Akio, “Discrete-time delay dynamics of boundedly rational monopoly,” 7th International

Conference on Nonlinear Economic Dynamics, Cartagena, Spain, June 2, 2011.

- ④ Matsumoto Akio, “Delay differential neoclassical growth model,” Simon Kuznets International Symposium Kiev, Ukraine, May 25, 2011.
- ⑤ Matsumoto Akio, “A little help from my friend: international subsidy game with hyperbolic demand.” 6th International Workshop on Modelli Dinamici in Economia e Finanza, Urbino, Italy, September 25, 2010.
- ⑥ Matsumoto Akio, “Price and quantity competition in dynamic differentiated oligopoly games,” 3rd International Nonlinear Science Conference, Palermo, Sicily, Italy, March 16, 2010.
- ⑦ Matsumoto Akio, “Dynamic Goodwin’s cycle with fixed and continuously distributed time delays,” 6th international conference on Nonlinear Economic Dynamics, Jonkoping, Sweden, June 1, 2009.

[図書] (計 3 件)

- ① Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Dynamic Goodwin cycle with fixed and continuously distributed time delays,” 77-91, in *Nonlinear Economic Dynamics* (ed. by T. Puu and A. Panchuk), Nova Science Publishers, 2011.
- ② Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Heterogeneous competition in differentiated duopoly with behavioral uncertainty,” 161-176, in *Advances in Business and Management*, volume 3 (ed. by W. D. Nelson), Nova Science Publishers, 2011.
- ③ Matsumoto, A. and F. Szidarovszky, “Delay differential nonlinear economic models,” 195-214, in *Nonlinear Dynamics in Economics, Finances and the Social Sciences*, Springer (ed. by G-I Bischi, et al), 2010.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松本 昭夫 (MATSUMOTO AKIO)
中央大学・経済学部・教授
研究者番号 : 50149473

(2) 研究分担者

()

研究者番号 :

(3) 連携研究者

()

研究者番号 :

(4) 研究協力者

Ferenc Szidarovszky
University of Arizona
Department of Systems and Industrial
Engineering