

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 4 月 1 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21530936

研究課題名（和文） 問題設定の活動を生かす数学教育の研究

研究課題名（英文） Study on the problem posing activity in
the mathematics education

研究代表者

今岡 光範（IMAOKA MITSUNORI）

広島大学・大学院教育学研究科・教授

研究者番号：20031817

研究成果の概要（和文）：本研究では、数学での問題設定を広くとらえ、高校生や大学生の問題設定活動や、教師による教材開発を含めた問題設定に関する研究を行った。当初の目標はほぼ到達でき、問題設定に関する幅広い成果が残せた。同時に、国内学会や国際学会で成果を研究発表し、高学年における問題設定活動の有効性を発信することができた。

研究成果の概要（英文）：In this research, we have studied the problem posing activities by high school students, by university students or by mathematics teachers, setting the meaning of the problem posing in a broader way. We have achieved the first purposes of the research almost completely, and obtained some comprehensive and meaningful results for the problem posing. Furthermore, we have presented our accomplishments both in the domestic and international conferences, and shown the validity of our setting for the problem posing activities in upper grades.

交付決定額

（金額単位：円）

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2009年度 | 1,100,000 | 330,000 | 1,430,000 |
| 2010年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 2011年度 | 900,000 | 270,000 | 1,170,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 2,800,000 | 840,000 | 3,640,000 |

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：問題設定，数学教育，数学的活動

1. 研究開始当初の背景

(1) 数学教育では、一貫して、基礎・基本を習得する学びと学んだ知識を活用する探究型の学びの融合が重視されている。そのことは、PISA 調査や新しい学習指導要領の考え方の中でも、数学教育で求める資質として挙げられている。数学教育には、そのような学びの融合を図る優れた方法として、数学の問題設定の活動を生かすことがある。本研究は、

その問題設定活動の活発化を図り、特に高学年の生徒及び数学教師がその本質的なよさを享受できるようにするものである。その場合、問題設定活動とは、生徒による数学の問題作り、教師による適切な問題の設定、授業を豊かにする問題の開発などの、広い意味での問題設定の活動をさす。

(2) 生徒による問題設定の活動は、大正後期

の奈良女子師範附属小学校での問題作りによる算術教育の実績や、昭和後期のオープンエンドアプローチの研究を軸とした問題作りの授業実践など、日本では世界に先駆けた取り組みがある。しかし、高校や大学などの高学年ともなると、この問題設定活動に対する授業実践や研究は、わずかの先導的な教師による取り組みがみられるものの、一般にはほとんど実践されていない状況にある。本研究は、そのような高学年での問題設定の活動の充実を図るものであり、具体的には、高校生によるグループ活動を取入れた問題設定活動と大学生によるコンピュータを活用した問題設定活動を分析した。

(3) 教師による適切な問題設定の活動や授業を豊かにする問題の開発は、数学教育の主要な活動であり、どの数学教師も日々取り組んでいる活動であるが、主として教科書などの標準的な教材を用いた演習問題の設定の形で行われていると考えられる。しかし、現在の数学教育においては、科学、情報、環境などに関係する数学的な内容に対しても、その教材開発が求められているが、そのような対象に対する問題設定に関する研究は少ない。そこで、本研究では、そのような社会的な課題に対する考察を加え、実際に問題設定の具体例を提示することを目的とし、高校の教材の中にそれらの要素を入れた課題とそこにおける問題設定を開発するものであった。

(4) 本研究の研究代表者と研究分担者は、長い期間、高学年の学生による問題設定活動の実践とその分析による研究を蓄積させてきた。このような高学年に対する研究は、世界でもほとんど例をみない。問題設定活動に対する数学教育の理論研究は、問題解決学習との比較や、創造性の育成との関係で行われてきており、特に小学校段階の研究が大勢を占める。しかし、近年、問題設定活動の本質を明らかにしようとする研究グループが国際心理教育学会の中で形成され、そこには、アメリカ、ルーマニアなどいくつかの国の数学教育研究者が参加し、共同研究を行っている。本研究では、研究代表者はその研究グループに加わり、これまでの研究成果を広く世界に発信していくことを目指した。

2. 研究の目的

(1) 本研究の全体目標は、共同研究を組織し、中等教育および教師教育における問題設定の活動を実行可能な方法で活性化し、数学教育の質の向上を図る方策を提案することで

あった。そのため、次の①～④の研究を推進しその成果を公表することを本研究の具体的な目的とした。

① 高校生による問題作りの活動について、数学科のカリキュラムの中で実行可能な方法で、かつ学びの融合が図れるような内容を、実践を通して検討し提案する。

② 数学教師をめざす大学生を対象に、問題作りを取り入れた授業を通して、問題を創意・創作する活動が学生の数学内容の理解や教育に対する考え方に与える効果を調べ、教師教育改善の一つとして問題設定を研究する。

③ 中学校・高校数学での授業改善をめざして、教師による問題設定の工夫のあり方を研究する。授業実践でのデータも交えて、数学の授業展開を豊かにする問題設定の観点と実行可能な方法を検討し提案する。また、そのような問題設定の開発を行う。

④ 数学教育における問題設定の研究を推進している世界の研究者との研究交流を図り、共同研究などに参画して研究を発展させ、その成果を提案する。

以下、研究目的①～④のさらなる説明をそれぞれ順に記述する。

(2) 研究目的①に関して、高校の教育課程実施状況調査などから、高校生の、問題内容を読み取る力や自らの思考を表現する記述力の弱さが見られる。その改善には、型通りの訓練だけではなく、自ら何かを創作しそれを表現することが大切である。そのための優れた方法の一つとして、生徒自身による数学の問題作りの活動が考えられる。本研究担当者がかつて行った研究から、高校三年生を対象にした問題作りの活動において、受験の勉強と相反するものではなく、問題に対する深い思考につながる効果的なものであることが示された。本研究では、さらに広範囲に渡って、高校数学で有効で実行可能な問題作りの活動方法を開発していくことを目的とした。

(3) 研究目的②に関して、数学教師をめざす学生には、物事を構想したり、自らの創造性を鍛えたりして、将来、教育活動にその能力を活用することが求められている。数学の問題作りを経験することは、その面を磨く有意義な活動である。本研究担当者は、これまで、教育学部の大学生を対象とした、コンピュータを活用した問題作りについて共同研究を行ってきた。本研究では、それをさらに発展させ、学生の問題作成過程の綿密な分析を行うことを目的とした。

(4) 研究目的③に関して、近年、PISA や中学校・高校の教育課程実施状況調査などの教育調査の中で、生徒の活用力を問うような新しい形の問題も工夫されている。高校などでの授業で、問題の与え方が授業での理解に大きく影響するにも関わらず、教科書や参考書の問題がそのまま用いられることが多い。たとえば生徒の判断を必要とする課題を取り入れた問題を設定するなど、教師が問題を工夫して活用力を育成する必要がある。本研究では、研究代表者と研究推進者が共同で、高校数学の内容と科学、情報、環境の考え方を結びつけるような課題とその問題設定の研究を行うことを目的とした。

(5) ④に関して、世界の数学教育において、問題設定の研究は、問題解決の研究との関連で研究されていることが多い(例：E. Silver(1994), For the Learning of Math. 14)。研究代表者は、シンガー(M. Singer)氏(ルーマニア)が主企画する、問題設定に関する国際的共同研究者グループに加わり、国際心理数学教育学会(PME)での共同研究発表をめざした。また、本研究の研究担当者によるこれまでの大学生によるコンピュータを用いた問題設定活動に関する成果を、国際的な学会で発表することを目的とした。

3. 研究の方法

2の研究の目的①~④に関して行った研究方法をそれぞれ順番に記述する。

(1) 研究目的①に関しては、研究代表者は、広島県立高校教員の研究グループに参加し、問題設定の有効性を示し、実践研究の推進を呼びかけた。同時に、広島大学附属中・高等学校の数学教員である喜田英昭氏に研究協力を依頼し、氏が進めている、グループ活動を取入れた問題作成学習に関する研究に関して共同研究を行った。

(2) 研究目的②に関しては、研究代表者と研究分担者で、引き続き共同研究を推進した。実際に、研究分担者が授業で学生によるコンピュータを用いた問題設定活動を実践し、学生の作成した問題や作成過程の記述、数人の学生に対する面接、アンケートに対する回答や授業の内容・方法に関する感想などから、学生の問題設定活動を調べた。

(3) 研究目的③に関しては、研究代表者と連携研究者の垣水修が共同研究を行い、科学、情報、環境に関わる課題に高校数学がどのよ

うに関わるのかを考察し、具体的な課題と問題設定を開発した。

(4) 研究目的④に関しては、研究代表者が、2009年にテッサロニキ(ギリシャ)で開かれた国際心理数学教育学会(PME)に参加し、問題設定に関するWorking Sessionで、企画者の一人として研究発表を行った。さらに、研究代表者は、2011年にヤシ(ルーマニア)で開かれた国際学会CAIM2011に参加し、研究目的②の大学生によるコンピュータを活用した問題設定活動の研究発表を行った。

4. 研究成果

2の研究目的①~④に関する研究成果をそれぞれ順番に記述する。

(1) 研究目的①に関しては、研究代表者は、2010年度と2011年度に、広島県立高校の数学教師有志による「課題研究」の研究グループに加わり、その第1回目の課題研究に対する情報提供を行う中で、問題設定活動が課題研究の有力な一つになることを示した。この研究グループでは、「課題設定」に有用と思われるいくつかの具体的な教材を開発し、成果発表を行ったが、そのいくつかの教材の中で、問題設定を工夫した教材が盛り込まれた。

また、研究代表者は、広島大学附属中・高校教員の喜田英昭氏に研究協力を依頼し、高校生のグループ活動を取入れた問題設定活動の共同研究を行った。この形の問題作成活動は、喜田氏の発案であるが、高校生が学んだことを深く理解できることと同時に、生徒間のコミュニケーション活動を活発化し、生徒同志の評価を取り入れることが可能な有望な活動であることが判明した。特に、生徒がグループで問題作成活動を行うことで、自らの数学理解を肯定的なものに変容させる面が多々みられた。成果は、2012年1月に開かれた全国数学教育学会(愛知教育大学)で研究発表し、現在、論文を作成中である。

(2) 研究目的②に関しては、研究代表者と研究分担者が共同研究により、大学生のコンピュータを用いた問題作成活動の実践と分析を行った。本研究では、「原題」の在り方や問題作成過程の分析に重点を置いて行った。研究成果は、下記の学会発表③及び論文発表②、④によって公表した。さらに、現在、学生の面接を通じた分析による研究結果を論文にまとめ、次回の全国数学教育学会で研究発表する予定である。この大学生による問題設定活動は、研究目的④でも取りあげており、本研究担当者の中心的な成果であると考えている。

(3) 研究目的③に関しては、研究代表者と連

携研究者の垣水修で共同研究を行い、高校数学Ⅰの2次関数の内容と、理科の濃度を調べる実験方法で現れる現象やゲーム理論で現れる現象とが関係する課題を設定し、そこでの問題設定を考察した。その結果は、下記の学会発表④で公表した。また、環境問題と結びつく高校数学の課題に関しても研究し、学会発表⑦で公表した。これらの結果は、論文にまとめ公表する予定である。

(4) 研究目的④に関しては、研究代表者が海外での国際学会にて成果を発信した。その一つは、2009年の国際心理数学教育学会(PME)において、日本での問題設定の実践の内容や、本研究担当が実践・分析した高学年での問題設定活動の有効性を、Working Sessionでの企画者の一人としてプレゼンテーションを行った。それが学会発表①であり、その内容は、Proceedings of the 33rd Conference of the Internatinal Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol.1, p.299, 2009に公表されている。さらに、2011年に、ルーマニアで開かれた国際学会 CAIM2011において、研究代表者は、大学生によるコンピュータを用いた問題設定活動の有効性を研究発表した。それが学会発表⑤であり、論文③で公表されている。この学会出張において、ブカレスト大学のC. Voica氏と研究交流を行い、我々の研究と氏の別の環境で問題設定活動などに関して情報を交換をした。今後、共同研究を模索し、さらに問題設定活動の広がりを図る予定である。

(5) 以上、当初の研究目的はほぼ達成でき、有意義な結果をもたらしたと考えている。今後の課題として、問題設定活動の評価にすることが残されている。研究成果①の喜田氏との共同研究で、高校生に自己評価の活動を取り入れる有望な知見を得ることができた。このような研究をさらに積み重ねていきたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① 今岡光範, 下村哲, 菅野栄光: Problem posing in the upper grades using computers, International Conference CAIM2011 Abstracts, Vol. 19, 79-79, 2011年, 査読有.
- ② 下村哲, 今岡光範: コンピュータを活用した数学の問題作り(VI) -問題の作成過程の分析を通して-, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第17巻第2号, 1-12, 2011年, 査読有.

- ③ 今岡光範, 高田功, 藤原雄: On the number of generalized Dyck paths, Ars Combinatoria, Vol. 97A, 269-278, 2010, 査読有.
- ④ 下村哲, 今岡光範: コンピュータを活用した数学の問題作り(V) -作成された問題の考察を中心にして-, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第15巻第2号, 137-146, 2009年, 査読有.
- ⑤ 今岡光範・津島久美: 空間の格子の教材化に関する考察-空間図形教材の工夫の観点から-, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第15巻第2号, 129-136, 2009年, 査読有.

[学会発表] (計7件)

- ① 喜田英昭, 今岡光範: 高等学校におけるグループ活動を取り入れた問題作成学習の実践研究-数学B「ベクトル」の問題作成を通して-, 全国数学教育学会 第35回研究発表会, 愛知教育大学, 2012年1月22日.
- ② 垣水修, 今岡光範: 環境問題を題材とする数学の授業における問題設定の研究, 全国数学教育学会 第35回研究発表会, 愛知教育大学, 2012年1月22日.
- ③ 今岡光範, 下村哲, 菅野栄光: Problem posing in the upper grades using computers, International Conference CAIM2011, Iasi University (Romania), 2011年9月22日.
- ④ 下村哲, 今岡光範: コンピュータを活用した数学の問題作り(VI) -問題の作成過程の分析を通して-, 全国数学教育学会 第33回研究発表会, 愛媛大学, 2011年1月22日.
- ⑤ 垣水修, 今岡光範: 2次関数の学習における数理的考察力を育む課題設定, 全国数学教育学会 第33回研究発表会, 愛媛大学, 2011年1月22日.
- ⑥ 下村哲: コンピュータを活用した数学的モデリング(Ⅲ), 全国数学教育学会 第31回研究発表会, 大分市, 2010年1月23日.
- ⑦ 今岡光範: Feasible problem posing activity, International Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki (Greece), 2009年7月23日.

[図書] (計3件)

- ① 今岡光範: 吉田明史編著, 「わかる」授業をつくる 中学校数学科 教材研究&授業デザイン, 明治図書, 分担執筆 39-44, 2011年.
- ② 今岡光範: 吉田明史編著 高等学校新学習指導要領の展開, 数学科編, 明治図書,

- 分担執筆 55-63, 72-76, 2010 年.
- ③ 今岡 光範: 日本数学会編 数学教育学研究ハンドブック, 東洋館出版, 分担執筆 175-180, 2010 年.

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

今岡 光範 (IMAOKA MITSUNORI)
広島大学・大学院教育学研究科・教授
研究者番号: 20031817

(2) 研究分担者

下村 哲 (SHIMOMURA TETSU)
広島大学・大学院教育学研究科・准教授
研究者番号: 50294476

(3) 連携研究者

垣水 修 (KAKIMIZU OSAMU)
新潟大学・教育学部・教授
研究者番号: 80211150

平岡 賢治 (HIRAOKA KENJI)
長崎大学・教育学部・教授
研究者番号: 10315210
H21→H22