

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 15 日現在

機関番号：13101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2011

課題番号：21540010

研究課題名（和文） 準周期構造のスペクトル問題

研究課題名（英文） Spectral problem on quasi-periodic structure

研究代表者

秋山 茂樹 (AKIYAMA SHIGEKI)

新潟大学・自然科学系・准教授

研究者番号：60212445

研究成果の概要（和文）：

J.Y.Lee との共同研究で Pisot Family 条件を満たす自己アフィンなタイル張りの平行移動に関する軌道閉包のなす力学系の純離散性決定のアルゴリズムを与えた。自己誘導構造の dilation 定数がピソ数となる現象は興味深い。関連した図形の分割問題を岡崎, J.Luo, J.Thuswaldner, W. Steiner 等と考察した。タイル張りの境界の記述に関して B.Loridant とともに境界の標準的なパラメータ付けを行いその有効性を確認できた。

研究成果の概要（英文）：

With Jeong-Yup Lee we developed a practical algorithm to check pure discreteness of translation dynamics of the orbit closure of self-affine tilings with Pisot family condition. Pisot numbers often appears as dilation constants of self-inducing structures. We observed similar Pisot dilations in the self-similar dissection problem of planar shapes in the joint paper with R.Okazaki, J.Luo, J.Thuswaldner and W.Steiner. With Benoit Loridant, we succeeded in giving a standard parameterization of boundaries of self-affine tilings and showed its effectiveness in their topological classification.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2011年度	1,100,000	330,000	1,430,000
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学、代数学

キーワード：準周期構造、タイル張り、記号力学系、スペクトル、数系、置換規則、Pisot 数

1. 研究開始当初の背景

以前より数系による自己相似タイル張りの研究を行っていたが、その枠組みを広げて一般の自己相似タイル張りの力学系のスペ

クトルの研究に移行している。またそれに関係した準結晶のモデルとなる自己相似性をもつ Meyer 集合の回折像の研究、置換規則力学系の Pisot 予想の研究を主な目標とし

て研究を進めてきた。

さらに力学系の自己誘導構造の拡大係数に現れる Pisot 数, 自己相似タイルの境界の位相構造等について強い興味をもち、その本質的な理由を考えるため、様々な例を考察してきた。

2. 研究の目的

Pisot 予想を高次元化すると自己相似タイル張りの力学系のスペクトルの問題となる。これがどのような場合に純離散となるかをしらべ、Pisot 予想をよりよく理解することが重要である。

また自己誘導構造の拡大係数になぜ Pisot 数という特別な代数的数がしばしば現れるのか、またその場合にはどのような数論的な研究が可能かを調べる。

3. 研究の方法

純離散スペクトルを持つための様々な一致条件の相互関連をしらべ、特に多数の数値計算を行う。またそのための方法を開発する。

自己誘導構造をもつ様々な力学系を詳細に調べる。特に離散回転のもつ自己誘導構造や、周期軌道に関して深く調べる。

4. 研究成果

主な成果は次のとおり。

J. Y. Lee との共同で自己相似タイル張りの平行移動作用に関する軌道閉包の力学系が純離散スペクトルを示すか否かの判定のアルゴリズムを与えた。このアルゴリズムを用いて計算例を集める中で、純離散スペクトルを示さない場合が有限群に値をとる cocycle による表現を持つことが分かってきた。

JSPS Post Doctor で日本に滞在した B. Loridant との共同で自己相似タイルの境界の標準的パラメータ付けを行い、その応用としてタイルの位相的構造を分類した。これから派生する様々な問題に継続的に取り組んでいる。

自己相似な図形の相似な分割問題に関して、J. Luo, R. Okazaki, W. Steiner, J. Thuswaldner らと研究した。ここでも臨界的な比率に Pisot 数が生ずることが確認できた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

- ① S. Akiyama and H. Brunotte, Primitive matrices over polynomial semirings., Linear Algebra and its Applications. Vol.436 No.9, 2012, 3568-3596.

- ② S. Akiyama and T. Suzuki, Browder's convergence for one-parameter nonexpansive semigroups, Canad. Math. Bull. Vol. 55 (1), 2012 pp. 15-25.
- ③ S. Akiyama and B. Loridant, Boundary parametrization of self-affine tiles, Journal of Mathematical Society of Japan. vol. 63, no.2 (2011) 525-579.
- ④ S. Akiyama and J.-Y. Lee, Algorithm for determining pure pointedness of self-affine tilings, Advances in Mathematics 226 (2011) 2855-2883.
- ⑤ S. Akiyama and J.-Y. Lee, Determining quasicrystal structures on substitution tilings, Philosophical Magazine. vol.91 (2011) No.19, 2709-2717.
- ⑥ S. Akiyama and B. Loridant, Boundary parametrization of planar self-affine tiles with collinear digit set, Science China Math. 53 (2010) No. 9, 2173-2194.
- ⑦ S. Akiyama, J. Luo, R. Okazaki, W. Steiner and J. Thuswaldner, Similar dissection of sets, Geometriae Dedicata. vol.150 (2011) 233-247.
- ⑧ S. Akiyama, G. Dorfer, R. Winkler and J. Thuswaldner, On the fundamental group of the Sierpinski-gasket, Topology and its applications, Vol.156 (2009) 1655-1672.

[学会発表] (計 33 件)

- ① Shigeki Akiyama, Revisit aperiodic tiles of Ammann Tilings, substitutions, and Bratteli-Vershik transformations, Spring 2012 Eastern Sectional Meeting of the AMS
2012年3月17日
- ② Shigeki Akiyama, Discrete Rotation and domain exchange, Rainwater seminar, University of Washington,
2012年3月13日
- ③ Shigeki Akiyama, Discrete spectrum generated by polynomials, 数論とエルゴード理論、金沢大学サテライト・プラザ,
2012年2月19日
- ④ Shigeki Akiyama, Can we construct an easy mono-tile? Rigidity of self-affine tilings and related topics, at RIMS,
2011年12月22日
- ⑤ Shigeki Akiyama, On aperiodic tiles by Ammann, International Meeting on Number Theory, at HRI, Allahabad,
2011年12月16日
- ⑥ Shigeki Akiyama, Construction of self-affine tilings and their spectral properties, Workshop on Mathematical

Crystallography 2011: Manila,
2011年11月4日

⑦ Shigeki Akiyama, Why do piecewise isometries have Pisot scalings? Piecewise and Low-Dimensional Dynamics, Warwick, UK, 2011年7月6日

⑧ Shigeki Akiyama, Domain exchange of logenze and 2-adic odometer, Leoben University, Austria, 2011年6月20日

⑨ Shigeki Akiyama, Discrete spectra generated by polynomials, Numeration 2011, Liege, Belgium, 2011年6月8日

⑩ Shigeki Akiyama, Domain exchange and 2-adic odometer, Chinese National Conference of Fractal Theory and Dynamic System, Zhangjiajie, Hunan, China, 2011年5月28日

⑪ Shigeki Akiyama, Points generated by polynomials with integer coefficients, 中山大学セミナー, 2011年5月27日

⑫ Shigeki Akiyama, 3/2 number system and Mahler's problem, 華南師範大学セミナー, 2011年5月26日

⑬ Shigeki Akiyama, On the spectrum of $\{1, 0, 1\}$ polynomials, Diophantine Analysis and Related topics, 成蹊大学, 2011年3月5日

⑭ Shigeki Akiyama, Domain exchange and 2-adic odometer, 数論とエルゴード理論, 金沢大学サテライトプラザ, 2011年2月19日

⑮ Shigeki Akiyama, タイル張りとは Pisot 数, 香川セミナー、香川大学教育学部, 2010年11月20日

⑯ Shigeki Akiyama, Exploring self-affine tilings with and without coincidences, The Mathematics of Aperiodic Order, KIAS, 韓国, 2010年9月28日

⑰ Shigeki Akiyama, How to determine pure discreteness of tiling dynamics, Topology and Computers 2010, 東工大 2010年9月9日

⑱ Shigeki Akiyama, Pisot conjecture and finite cocycles, 数理解析研究所プロジェクト, Japan-Korea Workshop on Number Theory and Ergodic Theory, 2010年7月26日

⑲ Shigeki Akiyama, Pisot conjecture and tilings, Substitutive Tiling and Fractal Geometry, Guangzhou 中国, 2010年7月6日

⑳ Shigeki Akiyama, What is Pisot conjecture? Numeration, Leiden オランダ,

2010年6月11日

㉑ Shigeki Akiyama, Determining pure discreteness of self-affine tiling dynamical systems, Workshop on Dynamical Systems and Symbolic Dynamics, Bielefeld, Germany, 2010年5月18日

㉒ Shigeki Akiyama, Boundary parametrization, Seminar On Tilings And Substitutions, Marseille, フランス, 2010年3月19日

㉓ Shigeki Akiyama, Why automata in tiling? Seminar On Tilings And Substitutions, Marseille, フランス 2010年3月18日

㉔ Shigeki Akiyama, Similar dissection of a planar set, KIAS セミナー, Seoul Korea, 2009年12月21日

㉕ Shigeki Akiyama, Potential overlap coincidence and fractal boundary, KMS-AMS meeting: Special Session 18: Ergodic Theory and Dynamical Systems, Seoul, Korea, 2009年12月18日

㉖ Shigeki Akiyama, Parametrization of the boundary of self-similar tiles, コロキウム 全南大学 (韓国), 2009年12月11日

㉗ Shigeki Akiyama, Natural extension and periodic orbits of beta expansion I, II, 連続講義 全南大学 (韓国) 2009年12月7日, 12月10日

㉘ Shigeki Akiyama, Overlap coincidence of self-similar tilings, エルゴード理論の最近の話題、日本大文理, 2009年11月9日

㉙ Shigeki Akiyama, Pure discrete tiling dynamical system and overlap algorithm, 高知タイル貼り小研究集会, 2009年10月24日

㉚ Shigeki Akiyama, 数論における自己相似性, 代数学シンポジウム, 明治大学, 2009年8月5日

㉛ Shigeki Akiyama, Pentagonal tiling generated by a domain exchange Workshop on 'Fractals and Tilings', Strobl, Austria, 2009年7月9日

㉜ Shigeki Akiyama, Self-inducing structure and Pisot numbers, Seminar at KIAS, Korea, 2009年6月23日

㉝ Shigeki Akiyama, Pentagonal domain exchange, Workshop on Measurable and Topological Dynamical Systems in Asia, Ajou University, Suwon, Korea, 2009年6月20日

[その他]

詳細な研究成果は Web 参照
http://mathweb.sc.niigata-u.ac.jp/~akiyama/index_j.html

6. 研究組織

(1) 研究代表者

秋山 茂樹 (AKIYAMA SHIGEKI)

新潟大学・自然科学系

研究者番号：60212445

(2) 研究分担者

小松 和志 (KOMATSU KAZUSHI)

高知大学・自然科学系・准教授

研究者番号：00253336