

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 4 月 17 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21540131

研究課題名（和文） 反射壁確率過程の安定分布・極限分布とその生物学的応用

研究課題名（英文） Stationary distribution and limit distribution of reflecting stochastic process and its biological applications

研究代表者

税所 康正 (SAISHO YASUMASA)

広島大学・大学院工学研究院・准教授

研究者番号：70195973

研究成果の概要（和文）：飛躍型 1 次元反射壁過程について、実際に極限分布や定常分布が存在する例を示した。生物学的な応用面では、まずセミ類の羽化と交尾の生態に着目し、羽化生態の性差が交尾率に大きな影響があることを数学的な考察によって示した。また、進化などの時間的な変化を考える上で、定常状態を考える重要性を認識した。放射線照射による DNA の 2 本鎖切断の生成に関して、確率モデルを構築して研究し、低 LET（線エネルギー付与）下における 2 本鎖切断の生成率に関する結果を導いた。

研究成果の概要（英文）：Concrete examples of non-trivial 1-dimensional reflecting process having limit distribution and stationary distribution were showed. For biological applications, we constructed a stochastic model and consider whether this sexual difference of eclosion periods works against mating or not. We also calculated the dose dependence of dsb generation under low LET using stochastic models based on the Poisson distribution and the binomial distribution.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2010 年度	800,000	240,000	1,040,000
2011 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：確率論、数理生物学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：確率論、反射壁確率過程、極限分布、数理モデル、数理生物学

## 1. 研究開始当初の背景

研究代表者は、Nordberg らが 1979 年に常微分方程式によって解析した体内に取り込まれた有害物質の代謝モデルを再検討し、体内の有害物質の蓄積量の変動を、さまざまな制約(敷居値や限界値など)が複雑に組み合わさ

れた領域内の反射壁確率過程と見ることができると示して現象を解析した。このとき時間が十分に経過した時に蓄積量の確率分布がある一定の分布(極限分布)に収束するのかわかるといふこと、あるいは仮に収束しなくてもそのような分布が安定的であるかということが、

応用上重要な意味を持つことに気づいた。ここで分布が安定的とは、その分布を初期分布とした場合、時間によらずに分布が変化しないという意味である(安定分布)。

さらに研究代表者は昆虫の交尾回数に関する問題を扱い、確率論的手法を用いて生物学上の未解決問題を解析した。すなわち、交尾回数の分布や交尾をすることができない多数のオスの存在は、性比(個体数比)との関連で重要な生物学の問題であるが、十分な個体数の昆虫の交尾回数を具体的に調査することは事実上不可能であるため、今までこの様な研究は皆無であった。しかし、研究代表者は確率論的手法を使ってオスの交尾回数や生涯交尾できないオスの割合を調べることに成功した。この論文では時間的な推移についてはほとんど扱わなかったが、ここでも時間的な変化を考えるとやはり確率過程の問題となり、必然的に時間が十分に経過した時の確率分布の収束や、安定性の問題が出現することになることがわかった。すなわち確率分布の極限分布や安定分布を考えることが、単に数学的な興味にとどまらず応用面からも現象を理解・解析する上で非常に重要であることに気づいた。

## 2. 研究の目的

1次元拡散過程の極限分布については田中 洋氏の古典的な結果(1957年)があるが、反射壁確率微分方程式(Skorohod方程式)で表される確率過程については、かつて研究代表者らが多次元領域における反射壁ブラウン運動に対して安定分布を求めた結果(1987年, Tokyo J. Math.)を除けば、一般的な結果は得られていないように思われる。また、特定の反射壁確率過程に限定しても 残念ながら研究代表者らが過去に求めた結果は十分満足のいく結果と

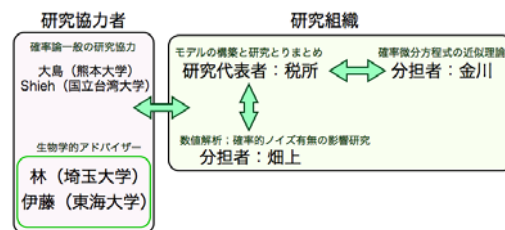
は言いがたい。それどころか、そもそも1次元反射壁確率微分方程式で表される反射壁確率過程でさえ自明なものを除いて、極限分布の存在を明確に示した例は知られていなかったように思われる。

そこで、本研究では生物学的応用問題に出現する確率過程、特に反射壁確率過程の分布の安定分布や極限分布の存在、一意性などを調べるとともに、多次元の反射壁確率過程の場合も考察する

## 3. 研究の方法

研究代表者と研究分担者間の連絡を緊密にして、最低年に一回は実際に顔を合わせた上で、集中した研究を行い、さらに医学・生物学的応用をはかる上で、これらの分野の専門家の意見なども聞く機会を設ける。結果の計算機シミュレーションを行う。

- 研究の統括, モデルの構築, 反射壁確率過程の考察(税所が担当)
- 反射壁確率過程の近似(税所と金川が担当)
- 確率項の影響解析・数値解析(畑上が担当)



1. 各テーマにおける研究計画・方法と分担者との役割分担状況

(a) 反射壁確率過程の安定分布・極限分布

まず反射壁確率過程で、極限分布もしくは安定分布をもつ自明ではない例を構築することから始める。

一般の場合について考察する上で重要な鍵となると考えられるのは、処罰法 (penalty method) という反射壁確率過程の近似法である。この近似法と従来からの (反射項のない) 確率微分方程式の近似を組み合わせる議論は、研究代表者が確率微分方程式の近似について数々の研究がある分担者の金川氏との共著の論文 (2000年) の中で提案し研究したもので、過去の3つの論文で扱ったものにさらなる改良・変更が必要になると予想される。

(b) 生物学的モデルに現れる反射壁確率過程への応用と計算機シミュレーション

体内の代謝モデルを反射壁確率微分方程式を用いて表現して解析する問題について、体内の有害物質の蓄積量を表す確率過程が時間が十分に経過したときの分布への収束について調べる。上記 (a) で得られる結果をうまく適応しながら、結果を導くことにする。また、最近ある力学系に確率的ノイズを付与することによって、力学系の軌道の挙動が大きく変化する現象について共同研究を行った畑上氏にも分担者として協力を求める。

計算機を用いて反射壁過程をシミュレートすることに関しても、分担者の金川氏に協力を求める計画である。また、コンピュータを用いて反射壁確率微分方程式を数値近似することは、反射の項が付け加わる為にいわゆる刻み幅 (時間軸) と近似の程度とのバランスが難しく、応用を考えるにあたってはとくにシミュレート結果の妥当性の検討が必要となる。そのため、この方面の経験が豊富である分担者畑上氏に協力を求める。さらに、医学、生物学

的観点から放射線生物学が専門の東海大学工学部教授の伊藤 敦氏のアドバイスを受ける。

#### 4. 研究成果

まず標本路に飛躍がある1次元反射壁過程について考察を進め、実際に極限分布や定常分布がある具体例を示した。この結果は論文7で発表した。多次元反射壁過程の極限分布や定常分布については、領域が有界の場合にマルコフ連鎖に対する結果を利用しながら考察を続けた。この研究によって問題点や今後研究を続ける上での課題が浮き彫りにされ、問題の解決にむけて大きく前進することができた。

一方、数理生物学的な応用面では、まずセミ類の羽化と交尾の生態に着目し、羽化生態の性差が交尾率に大きな影響があることを数学的な考察によって示すことに成功した。また、この問題において、進化などの時間的な変化を考える上で、定常状態を考える重要性を認識し、今後の研究につなげる予定である。この結果の一部は、5の論文として公表済みである。さらに進化、特に進化的な安定を考える上では定常状態を考える重要性を認識し、この方面からの研究も続けた。

さらに、DNAの放射線による損傷である2本鎖切断に関する数理モデルの研究から、確率過程の極限分布や定常分布に関する問題が存在することに気づき、今後どのように数学の問題としてフィードバックするか考察中である。2本鎖切断は発癌のメカニズムにも関連する重要性を持っている。放射線照射によるDNAの2本鎖切断 (dsb) の生成に関して、確率モデルを構築して研究し、実験的な観察が困難な低線量下における2本鎖切断の生成率に関する結果を導き、これらの結果の一部は、日本放射線影響学会第52回、および53回大会で発表し、さらに現在雑誌に投稿中である。また、このモデルを発展させ、線エネルギー付与 (LET と呼ばれる) が2本鎖切断の生成に及ぼす影響を加えたときの線量と dsb 生成数との関係について、確率過程に関連するさまざまな数学的問題を考えながら研究を進めた。特に放射線の軌跡を時間軸にとることによって、マルコフ過程の理論が応用できることがわかり、今後の研究に今まで極限分布や定常分布について得た結果が関係することが予想された。本補助金の研究期間終了後も引き続いて研究を続ける予定である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文] (計7件)

1. 税所 康正, セミの羽化と交尾についての確率論的考察, 数理解析研究所講義録, 1751, 査読無, 2011, pp.89-94
2. I. Hataue, On the Structural Stability of Discretized Burgers' equation with Randomness, Information, 査読有, 14-8, 2011, pp. 2585-2598
3. S.Kanagawa, K. Shinkai, H. Chung and K. Nagashima, Statistical Scheme via AIC for Evaluating the Optimal Cut Off Level in Fuzzy Clustering, Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 査読有, 1, 2011, pp.1568-1571
4. K. Yoshihara, S. Kanagawa and S. Fukuda, Limit theorems of U-statistics for weakly dependent random variables and their applications to change-point problems, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, 60, 2011, pp. 399-418
5. Yasumasa Saisho, Mathematical observations on the relation between eclosion periods and the copulation rate of cicadas, Mathematical Biosciences and Engineering, 査読有, 7-2, 2010, pp. 443-453
6. S.Kanagawa, T.Nitta, K.Tchizawa, Approximated Solutions of Schrodinger Equations Induced from Nearly Monochromatic Waves, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, 59, 2010, pp. 153-161
7. Yasumasa Saisho, Limit distribution of a one-dimensional reflecting process of jump type, Tokyo J. Math., 査読有, 32-1, 2010, pp.1-17

[学会発表] (計10件)

1. S. Kanagawa, A model of stock prices using a multi-dimensional reflecting Brownian motion described by the Skorohod SDE, AMS Sectional Meeting #1079, Special Session on Stochastic Analysis and Applications, II, 2012 Spring Southeastern Section Meeting, 2012年3月10-11日, University of

South Florida, Tampa, 米国

2. 畑上 到, ランダムノイズが周期解に及ぼす影響に関する数値的考察, 第15回環瀬戸内応用数理研究部会シンポジウム, 2011年12月3-4日, 山口東京理科大学(小野田市)
3. I. Hataue, Study of Structure of Ensemble Average in Compressible Flow Simulations with Randomness, 2011 International Conference on Applied and Engineering Mathematics, 2011年10月30日, Shanghai, 中国
4. S.Kanagawa, K. Shinkai, H. Chung and K. Nagashima, Statistical Scheme via AIC for Evaluating the Optimal Cut Off Level in Fuzzy Clustering, IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2011年6月27日 Taipei, 台湾
5. 吉原健一, 福田修平, 金川秀也, 従属確率変数列に対する U-統計量に関する極限定理およびその日経 225 平均株価分析への応用, 60 回理論応用力学講演会, 2011年3月10日, 東京工業大学
6. 税所 康正, セミの羽化と交尾についての確率論的考察, 2010年度京都大学数理解析研究所共同利用研究集会第7回「生物数学の理論とその応用」, 2010年11月16日-19日, 京都大学数理解析研究所(京都市)
7. 税所 康正・伊藤 敦, DNAの2本鎖切断に関する数理生物学的考察, 日本放射線影響学会53回大会, 2010年10月20日-22日, 京都テルサ(京都市)
8. 税所 康正, セミの交尾生態に関する数理的考察, 日本昆虫学会第70回大会, 2010年9月18日-20日, 山形大学農学部(鶴岡市)
9. S.Kanagawa, A New Model Using a Semi-Reflecting Brownian Motion and Its Application to Behavioral Finance, Fourth International Conference on Neural, Parallel & Scientific Computations, 2010年8月11日-14日, Atlanta, Georgia, U.S.A.
10. 伊藤 敦・税所 康正, 確率論を用いたDNA2本鎖切断生成に関する数理生物学的考察, 日本放射線影響学会第52回大会, 2009年11月11日-13日, 広島市

[図書] (計1件)

林 正美・税所 康正 (共編著), 誠文堂新光社, 日本産セミ科図鑑, 2011年, 224 ページ

[その他]

ホームページ等

<http://home.hiroshima-u.ac.jp/saisho/index-j.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

税所 康正 (SAISHO YASUMASA)

広島大学・大学院工学研究院・准教授

研究者番号：70195973

### (2) 研究分担者

金川 秀也 (KANAGAWA SHUYA)

東京都市大学・知識工学部・教授

研究者番号：50185899

畑上 到 (HATAUE ITARU)

金沢大学・理工学域電子情報学系・教授

研究者番号：50218476

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：