

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月31日現在

機関番号：16401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2012

課題番号：21540132

研究課題名（和文）非線形な確率動的決定過程における不変埋め込み法による理論構築

研究課題名（英文）Nonlinear stochastic and dynamic decision processes by invariant  
And imbedding methods

研究代表者

大坪 義夫（OHTSUBO YOSHIO）

高知大学・教育研究部自然科学系・教授

研究者番号：20136360

研究成果の概要（和文）：目標集合を伴うセミマルコフ決定過程におけるリスク最小化問題を導入し、再帰クラスを伴う決定過程として定式化した。目標集合が吸収的であるとき、最適値関数が非線形な最適方程式の一意解であることを示した。また、最適値関数を値反復法で求めるとともに、最適定常政策の存在を与え、最適政策を求めるために政策改良法を導入した。さらに最適閾値確率は分布関数であること示し、これに対応する期待値が従来の概念による初期閾値に依存しない古典的マルコフ決定過程の期待値より大きいことを明らかにした。

研究成果の概要（英文）：We consider undiscounted semi-Markov decision process with a target set and our main concern is a problem minimizing threshold probability. We formulate the problem as an infinite horizon case with a recurrent class. We show that an optimal value function is a unique solution to an optimality equation and there exists a stationary optimal policy. Also several value iteration methods and a policy improvement method are given in our model. Furthermore, we investigate a relationship between threshold probabilities and expectations for total rewards.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1300,000
2010年度	900,000	270,000	1170,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	900,000	270,000	1170,000
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：数理モデル，計画数学

1. 研究開始当初の背景  
マルコフ決定過程論は、当初は線形な期待総和効用関数の最適化問題として Bellman(1957)の動的計画論の導入を先駆けに、Howard(1960)等によって発展してきたが、

それに対して、近年応用上重要との認識の下、期待分散の最小化問題などが提唱された。これらは非線形閾値確率形な効用関数であり、一方、Iwamoto 他(1995)は、ファジイ環境におけるミニマム演算子に不変パラメータ埋め

込み法を導入し、新しい解法を提案した。

## 2. 研究の目的

この不変埋め込み法により、閾値確率、ミニマム演算子型、更に一般化した結合演算子型（加法型のほか、ミニマム型、マックス型、積型、積和型、分数型、Einstein型等を含む）の効用関数を伴う確率制御動的問題は、非線形な効用関数を伴うマルコフ決定過程として解析する。

## 3. 研究の方法

研究代表者（非線形確率動的決定過程論）と研究分担者の安田（動的決定過程論）・吉田（ファジイ決定過程）、連携研究者の岩本（効用型動的計画論）が密に連絡を取りながら非線形動的決定過程論を構築し、野間口（検定統計量・最適性）の研究へと応用する。また、博士課程の大学院生阪口昌彦と非線形確率動的決定理論のため共同研究を行う。

さらに、国際会議出席を含め各年度4回程度、各研究分担者、連携研究者および大学院生が各年度それぞれ2回程度を研究打合せ、または研究成果発表のために出張するとともに、研究環境を充実させ、分担者等との連絡を密にするために、パソコンの更新を行う。

## 4. 研究成果

- (1) 目標集合を伴うセミマルコフ決定過程におけるリスク最小化問題を導入し、再帰クラスを伴う決定過程として定式化した。目標集合が吸収的であるとき、最適値関数が非線形な最適方程式の一意解であることを示した。また、最適値関数を値反復法で求めるとともに、最適定常政策の存在を与え、最適政策を求めるために政策改良法を導入した。
- (2) 閾値確率を評価関数にもつ離散時間確率過程上の零和停止ゲームにおいて、ゲームの値関数が最適再帰方程式の一意解であることを示し、鞍部点の特徴付けを行った。また、独立な確率変数列のモデ

ルに応用し、ゲームの値関数と鞍部点を陽に求めた。

- (3) 閾値確率最小化問題において、従来は評価関数が正值のみを取る場合と割引型に対して研究されたが、ここでは負値を取る場合について研究した。目標集合を伴うマルコフ決定過程におけるリスク最小化問題を導入し、再帰クラスを伴う決定過程として定式化した。目標集合が吸収的であるとき、最適値関数が非線形な最適方程式の一意解であることを示した。また、最適値関数を値反復法で求めるとともに、最適定常政策の存在を与え、最適政策を求めるために政策改良法を導入した。さらに最適閾値確率は分布関数であることを示した。
- (4) 黄金最適性の観点から動的最適過程を導入した。パスが黄金とは、各推移で同じ黄金セクションを繰り返し次の状態に動くときをいい、政策が黄金とは適切な動作とともに黄金パスを導くときをいう。そのとき、最適化問題はパスや政策が黄金かどうかを考察することである。この成果では無限期間での2次評価を最小にすることと平方根の最大化を考え、ともに黄金パスが最適であることを示した。
- (5) 推移確率行列が未知のマルコフ決定過程の解析を、事前測度区間による区間ベイズ方の考え方を適応して研究した。そのために、未知の推移確率行列をある区間で推定した場合のモデルとして、区間推定マルコフ決定過程を定式化し、区間ベイズ手法により解析した。
- (6) 集合関数の下方からの強自動連続性と強収束の概念を導入し、単調測度の4つのタイプの下方からの強自動連続性を利用して、可測関数の列に対して、測度

の収束と擬収束の関係を研究した。

- (7) 不確実性を伴う動的ポートフォリオ割当てモデルにおいて、バリューアットリスクの概念を導入し、動的計画法アプローチにより最適性条件と最適ポートフォリオを求めた。特に、最適な時間平均バリューアットリスクは、自然な条件のもとで最適方程式の解であることを示し、最適政策をその方程式から得た。
- (8) 重み付きの準算術平均と領域変換に関する研究を効用関数と重み付き関数の観点から行った。インデックスを観測してこれらのインデックスが重み付きの準算術平均に対する単調性を与え、直接的な領域変換を用いた理由を研究しインデックスとの関係を議論し、領域変換に対するいくつかの例を与えた。
- (9) 2次最適化問題に対して、主問題と双対問題の最適値と最適解の関係を研究しフィボナッチ数列との関連を研究した。
- (10) 不確実性を伴う数理動的ポートフォリオモデルをバリューアットリスク (VAR) の概念を用いて研究した。リスク評価は各期間で突然引き起こされる非期待値短期間リスクの和で構成される。動的計画のアプローチにより確率決定過程における最適なVARポートフォリオに対する最適性条件を得るとともに、最適なVARがその最適方程式の解であることを通常の仮定の下で示し、トレーディング戦略がその方程式から得られることを示した。
- (11) 4変数2次計画問題を主問題として、これと同値な制約問題(8変数)を媒介して双対問題(4変数)を導く過程に焦点を当てて、(i) ラグランジュ関数の鞍点が12元連立1次方程式の解として得られ、(ii) 鞍点にフィボナッチ性が見ら

れ、(iii) 解が主、制約、双対の3つの問題のフィボナッチ最適解になっていることを示した。さらに、フィボナッチ鞍点には、フィボナッチ相補双対性とよばれる三位一体の関係が見られることを示した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計15件)

- ① Yoshida Yuji, Weighted Quasi-Arithmetic Means and Domain Translations, Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, Vol.16, No. 1, (2012), 148-153. 査読有
- ② Yoshida Yuji, An Ordered Weighted Average with a Truncation Weight on Intervals in Lecture Notes in Artificial Intelligence, 45-55, Vol. 7647, Modeling Decisions for Artificial Intelligence - MDAI2012, edited by V. Torra and Y. Narukawa, Springer, (2012). 査読有
- ③ 阪口昌彦, 大坪義夫, 負のマルコフ決定過程における二つの閾値確率最適化の方法, 数理解析研究所講究録, No. 1726, 「最適化モデルとアルゴリズムの新展開」(2011), pp. 84-96 査読無
- ④ Li Jun, Ling Zhou, Yasuda Masami, Autocountinuity from below of set functions and convergence in measure, NLMUA(Beijing), Sep, (2011), Springer, 77-83.
- ⑤ Yuji, Yoshida, A Dynamic Value-at-Risk Portfolio Model, in Lecture Notes in

- Artificial Intelligence 6820, 43-54(2011), Modeling Decisions for Artificial Intelligence - MDAI2011', edited by V. Torra, Y. Narukawa, J. Yin and J. Long, Springer, 査読有
- ⑥ Masahiko Sakaguchi, Yoshio Ohtsubo, Optimal threshold probability and expectation in semi-Markov decision processes, Applied Mathematics and Computation, Vol. 216, No. 10, 2947-2958, (2010) 査読有
- ⑦ Zero-sum stopping game associated with threshold probability, "Stochastic Control", Edited by Chris Myers, Intech, (2010), 81 - 86 査読無
- ⑧ Quasi-Arithmetic Means and Ratios of an Interval induced from Weighted Aggregation Operations, Yuji Yoshida, Soft Computing, Vol. 14, No. 5, 2010, 473-485. 査読有
- ⑨ Yuji Yoshida, Weighted quasi-arithmetic means and conditional expectations Lecture Notes in Artificial Intelligence 6408, 31-42, 'Modeling Decisions for Artificial Intelligence No. 8211; MDAI2010', edited by V. Torra, Y. Narukawa and M. Daumas, Springer, 2010. 査読有
- ⑩ Yuji Yoshida, An Average Value-at-Risk Portfolio Model under Uncertainty: A perception-Based Approach by Fuzzy Random Variables, Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, Vol. 15, No. 1, 2010, pp. 56-62. 査読有
- ⑪ S. Iwamoto, Masami Yasuda, Golden Optimal path in Discrete-time Dynamic Optimization Processes, Advanced Studies in Pure Math., Volume 53, (2009), 99-108.
- ⑫ Yuji Yoshida, An Estimation Model of Value-at-Risk Portfolio under Uncertainty, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 160, No. 22, 2009, 3250-3262.
- ⑬ Yuji Yoshida, A Perception-Based Portfolio under Uncertainty: Minimization of Average Rates of Falling, Lecture Notes in Artificial Intelligence 5861, 149-160, 'Modeling Decisions for Artificial Intelligence No. 8211; MDAI2009', edited by V. Torra, Y. Narukawa and M. Inuiguchi, Springer, (2009).
- ⑭ Yuji Yoshida, Quasi-Arithmetic Means and Ratios of an Interval induced from Weighted Aggregation Operations, Soft Computing, Vol. 14, No. 5, 2010, 473-485.
- ⑮ M. Horiguchi, Masami Yasuda, The best choice problem for random number of objects with a refusal probability, INFORMS Applied Probability, Draft, Jul, 2009, 1-8.
- [学会発表] (計 17 件)
- ① Yuji Yoshida, An ordered weighted average with a truncation weight on intervals, 第9回人工知能の決定モデルに関する国際会議 MDAI2012, 2012年11月21日 (Girona, Spain)
- ② K. Ano, N. Kakie, N. Miyoshi, M. Yasuda, Multiple stopping odds problem in

Markov-dependent trials, 6th european congress of mathematics, 2012年7月5日 (Krakow, Poland)

- ③ S. Iwamoto, Continuous-time linear-quadratic dynamic optimization evaluation/optimization and Bellman equation, 京都大学数理解析研究所共同研究集会「マクロ経済動学と非線形解析」、2013年2月28日, 京都大学数理解析研究所.
- ④ M. Sakaguchi, Y. Ohtsubo, Threshold Probability and Expectation Criteria for Additive Reward System, 19th Triennial Conference of IFORS2011 (Conference of the International Federation of Operational Research Societies), 2011年7月15日, Melbourne, Australia
- ⑤ 阪口昌彦, 大坪義夫, Optimal threshold probability and expectation in Markov decision processes, 日本数学学会秋季総合分科会, 名古屋大学, 2010年9月23日
- ⑥ 阪口昌彦, 大坪義夫, 負のマルコフ決定過程における二つの閾値確率最適化の方法, 研究集会「最適化モデルとアルゴリズムの新展開」, 京都大学数理解析研究所, 2010年7月22日.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

大坪 義夫(OHTSUBO YOSHIO)

高知大学・教育研究部自然科学系・教授  
研究者番号：20136360

### (2) 研究分担者

安田 正實(YASUDA MASAMI)  
千葉大学・名誉教授  
研究者番号：00041244

吉田 祐治(YOSHIDA YUJI)

北九州大学・経済学部・教授  
研究者番号：90192426

### (3) 連携研究者

野間口 謙太郎(NOMAKUCHI KENTAROU)  
高知大学・教育研究部自然科学系・教授  
研究者番号：60124806

岩本 誠一(IWAMOTO SEIICHI)

九州大学・名誉教授  
研究者番号：90037284