

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月28日現在

機関番号：62603

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21540157

研究課題名（和文） メトリック・エントロピー法の統計的応用

研究課題名（英文） Statistical Applications of metric entropy methods

研究代表者

西山 陽一（NISHIYAMA YOICHI）

統計数理研究所・数理・推論研究系・准教授

研究者番号：90270412

研究成果の概要（和文）：時間の経過にしたがって変化するデータを記述する数学的モデルにおいて、データのモデルへのあてはまりの度合いを検証する問題を「適合度検定」という。それをおこなうための統計量の分布は、一般には陽に求めることはできないが、観測期間が長いときには、標準ブラウン運動の汎関数で近似することができる。このような状況を「漸近的分布不変」という。本研究の主たる成果のひとつは、さまざまな統計モデルにおいて、そのような統計量の構成に成功したことである。

研究成果の概要（英文）：In mathematical models to describe some data which is varying from time to time, the problem to check if the model fits the data or not is called “goodness-of-fit test”. Usually, the test statistics for such problems do not have an explicit expression. However, when the observation time period is long, the distribution of such a test can be approximated by a functional of standard Brownian motions. Such a situation is called “asymptotically distribution free”. One of the main results in this research project is to have succeeded in constructing such test statistics in various statistical models.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
平成21年度	900,000	270,000	1,170,000
平成22年度	700,000	210,000	910,000
平成23年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,300,000	690,000	2,990,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：マルチンゲール，メトリック・エントロピー，弱収束，適合度検定

1. 研究開始当初の背景

集合や関数を添字にもつ経験過程に対する中心極限定理は、1978年に Dudley 教授によってその枠組みが創始され、1980年代に

多くの研究者によって発展させられてきた。中でも Ossiander 博士によって 1987年に提示されたブラケット・エントロピー条件のもとでの中心極限定理は、独立同一分布列

(i.i.d.)の場合の一つの最終回答を与えたものといえる。しかしながら、i.i.d.の仮定はかなり強く、応用上不便であることがしばしばある。そこでi.i.d.の仮定を外す努力が1980年代の末あたりから始められた。筆者の興味は、これをi.i.d.よりもはるかに弱いマルチンゲールの仮定まで発展させることであり、申請時までにもかなりの結果が得られていた。

2. 研究の目的

研究の目標は、上述の理論をさらに深く広く探求し、かつ統計的推測への応用を産み出すことであった。その理論が集合や関数といった無限次元パラメータをもつ確率場であることを生かし、応用としてはノンパラメトリックやセミパラメトリックといった無限次元空間上の統計科学の手法への適用を想定してのものであった。むしろ、これまでに全く不可能であった新しい統計科学の手法の創始をめざすものであった。さらに、数理ファイナンスや生存時間解析、地震解析など実社会への新しい貢献も期待していた。

3. 研究の方法

本研究目的を達成するために、Aad van der Vaart 教授、Harry van Zanten 教授、Ilia Negri 博士と共同研究を行う。共同研究の部分は主として統計的応用に関するものであるが、外国旅費を支給していただくことにより、その共同研究を推進するためのサポートをお願いしたい、というのが本研究の申請の趣旨であった。特に、Ilia Negri 博士とは申請時においてすでに2本の共著論文があったが、それは、同氏が平成18年度において4ヶ月間来日されたときと、申請者が平成19年度に2週間イタリアを訪問したときに得られた結果であった。つまり、我々の共

同研究は実質的な成果をあげており、単に刺激を受けたというレベルのものではない。これを継続していくための支援をお願いしたいという趣旨の申請であった。

4. 研究成果

平成21年度には、申請時までには得ていた確率場の弱収束理論を応用して、tick time サンプリング・スキームのもとでの拡散過程の適合度検定問題を解決した。非線形時系列の適合度検定問題に対して、きわめて一般的な仮定のもとで良好な結果を得た。丸められたデータに対する二標本問題において、丸めの影響が小さくなるための十分条件を見いだした。この結果によりKolmogorov-Smirnov 検定統計量を丸められたデータに対して使用して良いための条件がはつきりした。エルゴード的拡散過程の不変測度の推定問題において、連続観測の場合と同じ収束率・同じ漸近分布になるような推定量の構成に成功した。結果として、提案した推定量がLe Cam 理論の意味で漸近有効であることが従う。これにより、不変測度の推定問題において実用的な推定量が初めて提案されたことになる。また、生存解析で重要な平滑化Nelson-Aalen 推定量の一樣収束率の研究を行った。

以上の研究は全て一樣距離のもとでの弱収束理論の応用であり、一年目としては研究計画を着実に実行できたと自己評価できる。ところが、研究の途上で、一樣距離のもとでの弱収束を証明することが困難な問題が存在することも判明した。これに対してヒルベルト空間におけるマルチンゲール中心極限定理を証明するという、研究計画を越えたきわめて有意義な研究成果が得られた。その最初の応用として、エルゴード的拡散過程の離散観測

のもとでの適合度検定問題を新たなアプローチで考察した。

平成22年度には、無限次元空間上の手法を用いた統計解析を発展させるにあたって、平成21年度に着手したヒルベルト空間に値を取るマルチンゲールに対する中心極限定理を改良・証明した。完全正規直交系との内積の条件付き期待値の収束に加えて、ノルムの条件付き期待値の収束が満たされていれば、緊密性が成立することを発見した。

それを拡散過程の適合度検定や変化点問題に応用した。特に、変化点問題に関しては、Fisher-Score Process 法が確率過程モデルに非常に適用しやすいことを見だし、従来より研究していた確率場の弱収束理論を援用して、計数過程モデルを含むさまざまなモデルに対して同様の結果を得た。

他にも、カーネル推定量の一樣収束率の研究や、 L_2 空間における弱収束に関する予想の否定的解決などを行った。射影推定量の漸近的 L_2 誤差が真の分布に依存せずに与えられることを発見した。丸め誤差の扱い方の研究などを行った。ノンパラメトリック変化点問題に対し、ランクに基づく新しい検定統計量を提案した。それは漸近的分布不変であるばかりでなく、サンプル数を固定しても分布不変になるというメリットをもつ。コンピュータ実験による妥当性も確かめた。

マルチンゲール理論に基づく統計解析の研究を始める方（主として、理工系の大学院生）のための教科書の大部分を執筆した。同書は、結局2011年10月に刊行された。

平成23年度には、無限次元の事前分布をもつベイズ推定量の漸近理論の研究を行っ

た。また、変化点問題に関する前年度までの研究成果をさらに昇華させ、情報のたまり方が時間的に一様でないような統計モデルにおいて、漸近的分布不変にはなりえないような統計量を扱うための、計算機依存的手法の研究を行った。この研究は、平成24年度より始まる新規の研究計画に盛り込まれ、今後さらに研究を進めていく予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

- ① Nishiyama, Y., Goodness-of-fit test for a nonlinear times series., J. Time Ser. Anal., 査読有, Vol. 30, 2009, pp.674-681.
- ② Nishiyama, Y., Two sample problem for rounded data., J. Japan Statist. Soc., 査読有, Vol. 39, 2009, pp.233-238.
- ③ Negri, I. and Nishiyama, Y., Goodness of fit test for ergodic diffusions by tick time sample scheme., Statist. Inference Stoch. Process., 査読有, Vol. 13, 2009, pp.81-95.
- ④ Nishiyama, Y., Moment convergence of M-estimators., Statist. Neerlandica, 査読有, Vol. 64, 2010, pp.505-507.
- ⑤ Nishiyama, Y., On Z-estimation by rounded data., J. Statist. Plann. Inference, 査読有, Vol. 141, 2011, pp.287-292.
- ⑥ Negri, I. and Nishiyama, Y., Goodness of fit test for small diffusions by discrete time observations., 査読有, Vol. 63, 2011, pp.211-225.
- ⑦ Nishiyama, Y., Impossibility of weak convergence of kernel density

estimators to a non-degenerate law in $L_2(\mathbb{R}^d)$, J. Nonparametr. Statist., 査読有, Vol. 23, 2011, p.129-135.

- ⑧ Masuda, H., Negri, I. and Nishiyama, Y., Goodness-of-fit test for ergodic diffusions by discrete-time observations: an innovation martingale approach., J. Nonparametr. Statist., 査読有, Vol. 23, pp.237-254.
- ⑨ Nishiyama, Y., A rank statistic for non-parametric k-sample and change point problems., J. Japan Statist. Soc., 査読有, Vol. 41, pp.67-73.
- ⑩ Nishiyama, Y., Estimation for the invariant law of an ergodic diffusion process based on high-frequency data. J. Nonparametr. Statist., 査読有, Vol. 23, pp.909-915.

[学会発表] (計 9 件)

- ① 西山陽一, 2009 年度統計関連学会連合大会, Semiparametric estimation for stochastic processes.
- ② 西山陽一, 2009 年度統計関連学会連合大会, Donsker's theorem for discretized data.
- ③ Nishiyama, Y., ISI-ISM-ISSAS Joint Conference on Statistics and Probability, Asymptotic theory of Z-estimators for stochastic processes with applications to ergodic diffusions and time series.
- ④ 西山陽一, 第 4 回日本統計学会春季集会, Entropy methods and martingales, with applications to statistics.
- ⑤ 西山陽一, 2010 年度統計関連学会連合大会, ヒルベルト空間におけるマルチンゲール中心極限定理とその応用.
- ⑥ 藤井孝之・西山陽一, 2011 年度統計関連

学会連合大会, 局所時間に基づくストレス解放モデルの統計的推測.

- ⑦ Negri, I. and Nishiyama, Y., 2011 年度統計関連学会連合大会, Asymptotically distribution free test for parameter change in a diffusion process.
- ⑧ 西山陽一, 2011 年度統計関連学会連合大会, Adaptive semiparametric Bayes estimation.
- ⑨ Nishiyama, Y., Joint Meeting of the 2011 Taipei International Statistical Symposium and 7th Conference of the Asia Regional Section of the IASC, Adaptive estimation for diffusion processes.

[図書] (計 1 件)

- ① 西山陽一, 近代科学社, マルチンゲール理論による統計解析

[その他]

ホームページ等

<http://www.ism.ac.jp/~nisiyama/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

西山 陽一 (NISHIYAMA YOICHI)

統計数理研究所・数理・推論研究系・准教授

研究者番号 : 90270412