

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月 29日現在

機関番号：15501

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2011

課題番号：21540185

研究課題名（和文） 流体の運動を記述する方程式の解に関する解析的研究

研究課題名（英文） Global behavior of compressible viscous gases and fluids

研究代表者

岡田 真理 (OKADA MARI)

山口大学・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号：40201389

研究成果の概要(和文):球対称な圧縮性粘性気体の自由境界問題の解の解析的性質を研究した。粘性係数が質量密度に依存し、気体が核の外側にあり真空と連続的に接している場合と、核なしで気体のみから構成されている場合の2通りの状態で考慮し、自己重力を持つ場合とそうでない場合の弱解の時間大域的な性質について学習した。

研究成果の概要(英文): We study a free boundary problem for compressible spherically symmetric Navier-Stokes equations or Navier-Stokes-Poisson equation with degenerate viscosity coefficients and with or without a solid core. The two papers said that under certain assumptions on the initial data, the global existence and uniqueness of the weak solution are obtained and that solution has some uniform bounds.

交付決定額

(金額単位:円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：数学系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：自由境界問題、圧縮性粘性気体

1. 研究開始当初の背景

(1) 空間1次元の場合、圧縮性粘性気体が自己重力を持つとすると、粘性係数が質量密度に依存しても定数の場合と同様に、重力定数に依存して定常解が存在する。さらに、真空と連側的に接している自由境界問題の時間大域的な弱解の存在と一意性および定常解への漸近挙動を次官に関する収束のオーダーも含めて示すことができた。

(2) 考慮している気体が球対称で自己重力を持つ場合に、粘性係数が定数であり、気体が核の周りに存在して真空と連続的に接している状態での自由境界問題は、1次元と同様の定常解が構成できる。さらに、自由境界問題の弱解の時間大域的な解析的性質を得ることができた。

2. 研究の目的

(1) 球対称の気体が、粘性係数が質量密度に依存しているときに自由境界問題の時間大域的な弱解の存在、一意性および定常解への漸近等について調べ、解の一意有界性や微分の評価式を求める。

(2) 球対称で自己重力があり核なしの気体の場合対称の中心では解の特異性が発生するが、自由境界問題の時間大域的な弱解の存在に関して言えることと、特異性をどのように扱うことにより漸近挙動を得ることができるのかを調べる。

(3) 真空と不連続に接している場合の自由境界問題の場合、境界における解の不連続性の時間的な伝搬の様子や時間依存に関して得

られることをエネルギー評価式を求めることにより調べる。

(4) 圧力における質量密度の関数としての冪と粘性係数における質量密度の関数としての冪の間には物理的な関係式が成り立っている。評価式を求めるために、便宜的な仮定を置いているが、現実に適用可能な範囲でその関係性を数式で示すことができないか調べる。

(5) 核ありの気体と核なしの気体の解析的性質の違いや解の存在に関する関係性を求める。また、核ありの状態で作られた解を、極限をとることによって、核なしの解を得ることができるのかを調べる。さらに、より一般的な太陽系の恒星や宇宙空間に存在する星の周りの気体（存在する場合）の性質についても調べたい。

(6) 球対称の場合だけではなく、より一般的な次元の圧縮性粘性気体の自由境界問題（連続的に真空と接している場合と不連続的な場合の2通り）を統一的に扱えるエネルギー法の確立をめざす。

(7) 時間大域的な弱解の評価式をより精密なさらに可能性を高めるものとして再構成し、弱解を古典的な解として扱えるだけの滑らかさを得るためにはどの程度まで初期条件を与えればよいのかを考慮する。

(8) 自由境界問題をより一般的な方程式のもと考慮できるような統一的な構成方法、エネルギー法、近似解の構成方法、局所解の構成方法、漸近挙動の求め方の確立を目指す。

3. 研究の方法

(1) これまで得られた結果を踏まえて、エネルギー法を改良して目的とする評価式を導出する。

(2) 過去の関連論文を検索し、応用可能な方法を見出す。

(3) 他の研究者の研究成果を参考にし、研究討論および研究打ち合わせを行い、新しい論理を導き出す。

4. 研究成果

自分の研究成果が論文として得られなかったため、関連研究の論文から学習した結果を以下に報告する。

(1) 球対称あるいは軸対称な圧縮性粘性気体が自己重力を持つ場合の自由境界問題を考える。自由境界上では気体は連続的に真空と接しており、粘性係数は質量密度の関数とする。このとき初期値に必要な仮定（滑らかさ、各種係数の関係等）を置くことにより、時間大域的な弱解の存在と一意性を示すことができる。

(2) 対称の中心における特異性（軸方向を示す関数が分母にあるためそれがゼロとなることによる特異性）の回避の特異性）の回避のため、時間局所解を構成するときに必要なエネルギー評価式を、軸方向に一般的な評価式で求める。このとき用いる保存量を新しく構成するがそれに伴って、比熱比と粘性係数に

おける関数の指数に関する条件を必要とする。

(3) 解の質量密度の下からの有界性を求めるのが中心となるが、解の評価式や解の微分の評価式を駆使してもとめる。また、時間に関する重み付きのエネルギー評価をすることにより、漸近挙動の得るときに必要な評価式を求める。

(4) 時間局所解の存在については不動点定理を用いるが、その時に必要となる評価式は常套手段のエネルギー評価式を用い、解の一般評価をする。

(5) 時間局所解を求めたあと、アприオリ評価を用いて時間的に延長して時間大域解を構成し、さらにその一意性を示す。

(6) 重力定数に依存した定常解の存在を示し、必要となる性質（各種係数との関係式を含む）を導出する。

(7) 時間大域解が定常解に時間の冪のオーダーで漸近することを示し、同様の方法を用いて、解の一意性を示し、大域解の空間的な滑らかさを求める。

(8) 圧縮性粘性気体が外力を持たずに自己の拡散性のみによって膨張していく場合を考える。自由境界上ではストレステンソルが零の自由境界問題を設定する。この問題の時間大域的な弱解の存在を示す。

(9) この場合も核なしで考えるため中心における特異性回避のため、特異点を除いたところでの近似解を構成する。

(10) 近似解に対する一様評価式をエネルギー評価を用いて求める。

(11) 一様評価の下での近似解列が有界で同等に連続であり、近似解微分の評価も動揺に求める。

(12) 特異点である中心から離れたところでの解の一様評価式と特異点周りでの解の挙動を求める。この2つの評価式により空間的に近似解をつなぎ合わせて、特異点込みの近似解の評価式を決定する。

(13) 近似解が空間的に求めた評価式のもと、不動点定理を用いて収束することを示し、その収束した関数が元の自由境界問題の解になっていることを求めた必要な評価式を用いて示す。

(14) 求めた弱解が時間とともに拡散し(気体として膨張し)質量密度がゼロに収束していく様子を収束の時間依存性ととも求める。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

- ① Y.Matsuno, A direct method for solving the generalized sine-Gordon equation II, J. Phys. A, Math. Theor. 査読有、vol.43, 2010, 1-24

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岡田 真理 (OKADA MARI)

山口大学・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号：40201389

(2) 研究分担者

松野 好雅 (MATSUNO YOSHIMASA)

山口大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：30190490

牧野 哲 (MAKINO TETU)

山口大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：00131376

柳 研二郎 (YANAGI KENJIRO)

山口大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：90108267