

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年3月31日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21540226

研究課題名（和文） 水の波の浅水波近似の数学解析

研究課題名（英文） Mathematical analysis of shallow water approximations for water waves

研究代表者

井口 達雄（IGUCHI TATSUO）

慶應義塾大学・理工学部・教授

研究者番号：20294879

研究成果の概要（和文）：津波の伝播をシミュレートする際には、通常、水面の初期変位が海底地震による水底の永久変位に等しく、初期速度はいたるところ零であるという初期条件の下で、浅水波方程式が数値的に解かれている。本研究では、水の波の基礎方程式系から出発し、適当な仮定の下、この津波モデルの数学的に厳密な正当性を証明した。

研究成果の概要（英文）：In numerical computations of tsunamis due to submarine earthquakes, it is frequently assumed that the initial displacement of the water surface is equal to the permanent shift of the seabed and that the initial velocity field is equal to zero and the shallow water equations are often used to simulate the propagation of tsunamis. Under appropriate assumptions, we give a mathematically rigorous justification of this tsunami model starting from the full water-wave problem.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：水面波，水の波，浅水波，津波

1. 研究開始当初の背景

水の波の一つである津波は、主として海底地震による水底の変形によって引き起こされる水面の変形が重力を復元力として水面上を伝播する波であり、水深と比較して波長が非常に長い波として特徴付けられる。そのような波の伝播は、水の波の基礎方程式系の浅水波極限によって導出される、浅水波方程式と呼ばれる偏微分方程式によって近似的

に記述されることが知られている。研究代表者らによるこれまでの研究によって、その極限の数学的に厳密な正当性を与えることに成功している。

一方、津波の伝播をシミュレートする際には、通常、水面の初期変位が海底地震による水底の永久変位に等しく、初期速度はいたるところ零であるという初期条件の下で、浅水波方程式が数値的に解かれている。

しかし、この初期条件の与え方が正しいかどうかの数学的な研究は全くされていなかった。

また、比較的揺れが小さい地震なのに大きな津波を引き起こす海底地震として「ぬるぬる地震」あるいは「津波地震」と呼ばれている地震がある。このような地震が起きる一つの要因として、海底の比較的ゆっくりとした地殻変動が挙げられており、上記の津波生成のモデルではその現象は上手く説明できていないし、数学的に厳密な立場からの研究もされていなかった。

これまでの水の波の研究では、水底は時間によらず固定されている場合のみが研究の対象であった。津波生成のように、水底の変形が本質的になるような場合、数学的に厳密な立場からの研究はされていなかった。

他方、浅水波極限による高次近似方程式として Green-Nagdhi 方程式が知られている。その近似の数学的に厳密な正当性は、水底が平らな場合に Li によって与えられていたが、その証明には等角写像が本質的に使われていたため、空間次元が2次元に制限されていた。その後、Alvarez-Samaniego & Lannesにより、3次元空間で水底に凹凸がある場合にも、その正当性が証明されたが、その証明には Nash-Moser の陰関数定理が本質的に使われており、初期値に対して高次の正則性を仮定しなければならなかった。また、水底が時間とともに変形する場合の Green-Nagdhi 方程式は研究されていなかった。

2. 研究の目的

「研究開始当初の背景」欄において記したように、水底が時間と共に変形する場合の水の波の基礎方程式系を詳しく調べることを目的とした。特に、その場合の浅水波近似や、水の波の基礎方程式系から見た津波モデルの近似の精度を調べ、その津波モデルの正当性を証明すること、あるいはその証明ができない場合には、新たな津波モデルを提案することを目的とした。

さらに、水底が時間とともに変形する場合の水の波の高次浅水波近似を研究し、Green-Nagdhi 方程式をその場合に拡張することを目的とした。

3. 研究の方法

(1) 関連する文献を精読することにより水の波の基礎方程式系の特性をよく理解し、問題の本質を見極めると同時に、問題点を克服するための新しい計算手法や新たな視点を見い出すことに努めた。

(2) 文献の内容が完全に理解できなかったり、文章中には陽に書かれていない隠れたアイデアが掴めないような場合、その著者を招聘するか研究代表者が当該研究機関を訪問して知識の提供を求め、問題のより良い理解に努めた。

(3) 関連する研究者が多数参加する研究集会に参加したり、研究代表者が主催している慶應義塾大学理工学部での『非線形解析セミナー』に関連研究者を招聘し、講演をして頂いた。それらを通して最新の研究成果に触れたり、研究討論を行って新たな視点を模索した。

(4) 新しい計算手法や新たな視点を基にして、研究代表者、研究分担者、連携研究者が独立に計算を行った。その計算は紙面上での手計算が中心であった。そして、お互いに密に研究連絡を取り合うことによってアイデアを共有したり研究の進展状況を把握したりして研究の進展に努めた。

4. 研究成果

(1) 津波生成のモデルに関しては、以下の成果を得た：海底地震による水底の変形速度と津波の伝播速度がある generic な条件を満たすとき、通常使われている津波のモデルの解が水の波の基礎方程式系の解を適切に近似していること、およびその誤差評価を与えることに成功した。さらに、ある特別な状況下では、初期速度も考慮に入れなければならないこと、およびその初期速度を与える公式を導出することにも成功した。その初期速度は、方程式の非線形効果により生じた速度であり、非線形項を丁寧に解析することによって初めて発見された。

(2) 「津波地震」による津波のモデルとしては、海底の地殻変動の速度が線形浅水波の伝播速度と同程度にゆっくりと変化している場合を考察し、零初期条件の下での、ソース項をもつ浅水波方程式が適切なモデルであることを証明した。

(3) 高次浅水波近似である Green-Nagdhi 方程式に関しては、Nash-Moser の陰関数定理を使わず Green-Nagdhi 方程式の近似の正当性を証明し、それにより、初期値に対する仮定を大幅に弱めることに成功した。さらに、水底が時間と共に変化する場合を研究し、拡張された Green-Nagdhi 方程式を導出するとともに、その近似の数学的に厳密な正当性を与えた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① Tatsuo Iguchi, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water due to seabed deformation, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A., 査読有, Vol. 141, 2011, 551-608.
- ② Yoshiyuki Kagei, Global existence of solutions to the compressible Navier-Stokes equation around parallel flows, J. Differential Equations, 査読有, Vol. 251, 2011, 3248-3295.
- ③ Yoshiyuki Kagei, Asymptotic behavior of solutions of the compressible Navier-Stokes equation around the plane Couette flow, J. Math. Fluid Mech., 査読有, Vol. 13, 2011, 1-31.
- ④ Yuya Ishihara, Yoshiyuki Kagei, Large time behavior of the semigroup on L^p spaces associated with the linearized compressible Navier-Stokes equation in a cylindrical domain, J. Differential Equations, 査読有, Vol. 248, 2010, 252-286.
- ⑤ Naoto Nakano, Atusi Tani, Initial-boundary value problem for the motion of incompressible inhomogeneous fluid-like bodies, Adv. Math. Sci. Appl., 査読有, Vol. 20, 2010, 11-35.

[学会発表] (計 16 件)

- ① 井口 達雄, Shallow water approximations for water waves over a moving bottom, Emerging Topics on Differential Equations and their Applications -- Sino-Japan Conference of Young Mathematicians, 2011 年 12 月 8 日, Chern Institute of Mathematics, Nankai University, Tianjin, China.
- ② 井口 達雄, Motion of a vortex filament with axial flow in the half-space, Third China-Japan Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics, 2011 年 10 月 24 日, Northwest University, Xian, China.
- ③ 井口 達雄, Shallow water approximations for water waves over a moving bottom, The 4th MSJ-SI: Mathematical Society of Japan, Nonlinear Dynamics in Partial Differential Equations, 2011 年 9 月 21 日, Centennial Hall, Kyushu

University School of Medicine.

- ④ 井口 達雄, Shallow water approximations for water waves over a moving bottom, 研究集会「第 3 回若手による流体セミナー」, 2011 年 9 月 5 日, 富山大学人間発達科学部.
- ⑤ 井口 達雄, Shallow water approximations for water waves over a moving bottom, One Forum, Two Cities: Aspect of Nonlinear PDEs, 2011 年 8 月 29 日, National Taiwan University, Taipei.
- ⑥ 井口 達雄, Shallow water approximations for water waves over a moving bottom, 研究集会「流体と気体の数学解析」, 2011 年 7 月 8 日, 京都大学数理解析研究所.
- ⑦ 井口 達雄, 水の波の双曲性と分散性について, RIMS 共同研究「非線形双曲型および分散型方程式の研究」, 2011 年 5 月 24 日, 京都大学数理解析研究所.
- ⑧ 井口 達雄, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water due to seabed deformation, Workshop on qualitative and numerical aspect of water waves and other interface problems, 2011 年 5 月 19 日, The Erwin Schrodinger International Institute for Mathematical Physics, Vienna, Austria.
- ⑨ 井口 達雄, Shallow water approximations for water waves over a moving bottom, 研究集会「偏微分方程式と数理物理学」, 2010 年 11 月 18 日, 芝欄会館別館.
- ⑩ 井口 達雄, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water due to seabed deformation, 研究集会「非線形波動現象の多様性と普遍性」, 2010 年 10 月 13 日, 京都大学数理解析研究所.
- ⑪ 井口 達雄, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water due to seabed deformation, 洞爺解析セミナー, 2010 年 9 月 29 日, 洞爺山水ホテル和風.
- ⑫ 井口 達雄, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water due to seabed deformation, Mathematical Theory for Navier-Stokes Equations in Various Domains, Training-Workshop Japan-Germany Cooperation: Social Aspects and Mathematical Ideas, 2010 年 3 月 4 日, 北海道大学遠友学舎.
- ⑬ 井口 達雄, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water

due to seabed deformation, 研究集会「微分方程式の総合的研究」, 2009年12月18日, 東京大学数理科学研究科大講義室.

- ⑭ 井口 達雄, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water due to seabed deformation, Second Japan-China Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics, 2009年11月18日, 九州大学西新プラザ.
- ⑮ 井口 達雄, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water due to seabed deformation, International Conference on Applied Analysis and Scientific Computation, 2009年6月25日, Shanghai Normal University, Shanghai, China.
- ⑯ 井口 達雄, A mathematical analysis of tsunami generation in shallow water due to seabed deformation, International Conference on Kinetic and Related Models, 2009年4月2日, Wuhan University, Wuhan, China.

[その他]

ホームページ等

<http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

井口 達雄 (IGUCHI TATSUO)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号: 20294879

(2) 研究分担者

高山 正宏 (TAKAYAMA MASAHIRO)
慶應義塾大学・理工学部・助教
研究者番号: 90338252

谷 温之 (TANI ATSUSHI)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号: 90118969

野寺 隆 (NODERA TAKASHI)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号: 50156212

(3) 連携研究者

隠居 良行 (KAGEI YOSHIYUKI)
九州大学・大学院・数理研究院・教授
研究者番号: 80243913