

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 12 日現在

機関番号：82401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2013

課題番号：21540254

研究課題名(和文)非可換空間上の位相的ソリトンと低エネルギー物理現象

研究課題名(英文)Topological Solitons and Low-Energy Phenomena on Noncommutative Space

研究代表者

江澤 潤一 (Ezawa, Zyun F.)

独立行政法人理化学研究所・仁科加速器研究センター・客員研究員

研究者番号：90133925

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円、(間接経費) 1,020,000円

研究成果の概要(和文)：量子ホール系での荷電励起は非可換スカーミオンである。2層量子ホール系では、横磁場は層間にサインゴードン・ソリトンとしてソリトン格子を生成する。非可換スカーミオンとサインゴードン・ソリトンの衝突を解析し、澤田グループの実験結果を良く説明した。次に、2層量子ホール系で色々な電流に対して、どのような層間トンネル現象が起こるか理論的に調べ、ジョセフソン類似効果を解析した。この結果を用いて、von Klitzingグループの実験結果を説明した。また、2層量子ホール系において傾角反強磁性相におけるゴールドストーン・モードの詳細な解析を非可換幾何学に立脚して行い、スピン・ジョセフソン超電流の存在を予言した。

研究成果の概要(英文)：Noncommutative geometry is realized in the quantum Hall (QH) system. Charged excitations in the QH system are noncommutative skyrmions. On the other hand, parallel magnetic field penetrates into the bilayer system as quantized sine-Gordon soliton fluxes. I have analyzed a scattering process of skyrmions against a sine-Gordon soliton lattice and compared the theoretical results with the experimental results due to Sawada's group (Kyoto University) with good agreement. Next, I made a theoretical study of the Josephson-like phenomena in a bilayer QH system for various way of feeding current to the system. I have compared the results with the experimental results due to von Klitzing's group (Max-Planck Institute) with good agreement. I have also analyzed Goldstone modes in the canted antiferromagnetic phase of the bilayer QH system within the framework of the noncommutative geometry. Then, I have predicted the existence of spin-Josephson current.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：非可換空間 非可換ソリトン 量子ホール効果 量子位相 ジョセフソン電流 スカーミオン スピン流 ゴールドストーン・モード

## 1. 研究開始当初の背景

研究開始当初、量子時空の概念の重要性が認識され、場の理論の非可換空間への拡張が関心を集めていた。特に、超弦理論におけるブレイン（膜）状態と関係して、非可換空間とその空間での位相的ソリトンが重要な研究課題になっていた。非可換空間の重要性は理論的には明白であるが、素粒子物理学に於いて非可換空間特有の物理現象を実験的に検証するのは極めて困難である。

この観点から興味あるのが量子ホール系である。熱的にランダウ準位に閉じ込められた電子系を量子ホール系というが、ここでは電子の  $x$  座標と  $y$  座標は交換せず、非可換平面が実現している。また、スカーミオンが非可換ソリトンとして現れるが、これは準粒子として熱的に励起され観測可能である。私は既に非可換空間でのスカーミオンの量子力学的微視的状态を具体的に構成していた。この状態には非可換幾何学特有の「位相的荷電・電荷関係」が存在し、これは実験的に検証されている。非可換空間での位相的ソリトンは単なる理論的存在ではなく、既に実験的に観測されている実在である。非可換幾何学の観点から、スカーミオンの諸性質とゴールドストーン・モードの詳しい解析を行う事は重要である。さて、従来の量子ホール効果は非相対論的電子による現象であった。一方、グラフェン上の量子ホール効果はディラック方程式に従う「相対論的電子」によって引き起こされる現象であり、従来の量子ホール系と異なる何か新しい現象が無いのか広く関心を集めていた。

## 2. 研究の目的

本研究では、量子ホール系を用いて非可換幾何学と非可換ソリトンおよび関連する低エネルギー物理現象の理論的研究を行う。澤田安樹京都大学教授の実験グループでは、2層電子系で、量子ホール相なのに縦抵抗が発生するという奇妙な電氣的性質を発見している。これの解釈として、私は非可換空間上でのサインゴードン渦糸ソリトンとスカーミオンの散乱というアイデアに至った。既に得ている低エネルギー有効理論を元に、サインゴードン渦糸ソリトンとスカーミオン非可換ソリトンが非可換空間で散乱する、という理論を構築する。

量子ホール効果は純粋に非可換幾何学に支配される現象である。そのダイナミクスは空間の非可換性によって決まる。この為に、ネーター・カレントとしての電流にも特殊性が表れる。最近発見されたグラフェン上の量子ホール効果を非可換空間上の物理現象として定式化する。先ず、グラフェン上を流れる電流を非可換力学系の手法を用いて計算し、それに基づく新しい効果を解析する。

## 3. 研究の方法

◎サインゴードン渦糸ソリトンの量子力学的状態の構成：位相的ソリトンは広がった準粒子であり、広がったソリトンの生成演算子を古典場の配位と無矛盾に構成するのは難しい。更に、その点極限は特異なゲージ変換になる。渦糸ソリトンの点極限は、 $\phi$  を方位角として特異ゲージ変換  $\exp[i\phi]$  で表さ

れる。この様な特異な場の配位を生成する演算子の構成も難しい。これは普通の空間で定義された場の理論での話である。非可換平面で渦糸ソリトンは至るところ正則関数であらわされ、非可換パラメータ  $\theta$  をゼロにする極限で  $\exp[i\phi]$  に帰着することが示せる。渦糸ソリトンを記述する関数は非常に複雑であるが、非可換空間では Weyl 演算子をもちいれば極めて簡単な形をしている。物理的には系の基底状態に単にホール（空孔）演算子を作用させれば構成できるのである。更に、このホール状態を  $W\infty$  回転すれば、非可換スカーミオンが生成できる。普通の場の理論でサインゴードン渦糸ソリトンの第2量子化演算子は知られている。これは、Thirring 模型における Thirring フェルミオン演算子である。これはサインゴードン渦糸ソリトンの点極限を生成する演算子である。先ずこれに対応する状態を非可換空間で求める。次にこの状態を適当に  $W\infty$  回転して広がりを持ったサインゴードン渦糸ソリトン状態を構成する。

### ◎スカーミオン非可換ソリトンとサインゴードン渦糸ソリトンの散乱過程の研究：

スカーミオンとサインゴードン渦糸ソリトンの共存系の困難はゲージの問題である。スカーミオン単独の扱いは対称ゲージを、サインゴードン渦糸ソリトンはランダウ・ゲージを用いて行うからである。しかし、ゲージ変換で互いに移りあえる。次に、スカーミオンとサインゴードン渦糸ソリトンの散乱問題であるが、これらは共に擬スピンの特定な配位状態である。故に、両者が衝突すると、この擬スピンの向きが混ざり合うことになる。サインゴードン渦糸ソリトンを背景場の作る壁と見做せば、壁が十分に厚い場合には、擬スピンは背景擬スピンの向きに断熱的に追従すると思われる。この場合には擬スピン移行に伴う抵抗と運動量移行にともなう抵抗が発生する筈である。一方、壁が薄い場合には擬スピンは背景場に追従することが出来ずに反射される。これらの違いが電気抵抗をどのように変化させるかの解析を行うことにより実験との比較が可能になる。

### ◎グラフェン上に実現する非可換空間における相対論的電子の解析：

最近発見されたグラフェン上の量子ホール効果を非可換空間上の物理現象として定式化する。系のダイナミクスは、空間の非可換性に起因して起こる。この為に、ネーター・カレントとしての電流にも特殊性が表れる。先ず、グラフェン上を流れる電流を非可換力学系の手法を用いて計算し、それに基づく新しい効果を解析する。

## 4. 研究成果

\*サインゴードン・ソリトンとスカーミオンの衝突散乱の研究：量子ホール系には、非可換ソリトンが現れる。この様な状態は電子状態に  $W\infty$  変換とよばれるユニタリー変換を施して生成できる。さて、2層量子ホール系では、横磁場の進入により2層間にサインゴードン・ソリトンができる。横磁場がある相転移点より大きくなると、このソリトンは格子を組み、ソリトン格子状態になる。一方、熱励起により非可換スカーミオンが生成される。両者の散乱過程を非可換空間で記述する方法を探求した。具体

的には、サインゴードン・ソリトンを背景場として扱い、そのうえに非可換スカーミオンの量子力学的微視的状态を構築して両者の相互作用を解析した。相転移点近傍で、両者が散乱して、電流に異常縦抵抗が発生する現象について理論的考察を行った。なお、この異常縦抵抗は私の属する実験グループ（澤田京都大学教授）が世界で最初に観測に成功している。活性化エネルギーの精密測定を行い、上記の理論的考察から帰結される結果と一致する結果を得たのである。上記の、2層量子ホール系にソリトン格子状態が生成されており、これが電子との散乱で異常縦抵抗を発生させるという量子位相現象は私の独創的な概念である。これが実験的検証された、という学問的意義は大きい。

図1a. Counterflow Geometry

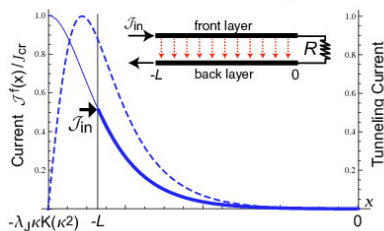


図1b. Drag Geometry

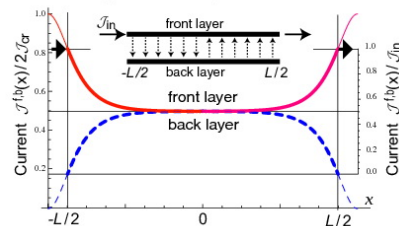
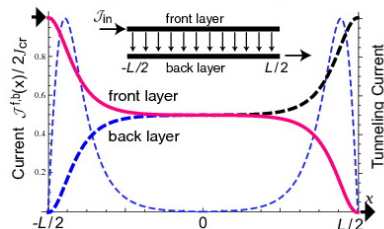


図1c. Josephson Geometry

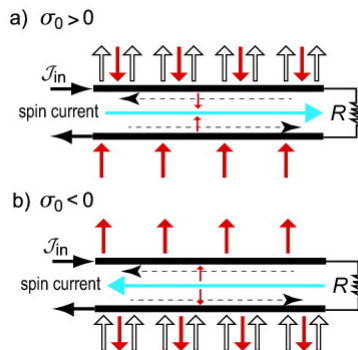


**\* 2層量子ホール系ジョセフソン類似効果の研究：**非可換空間が実現している最も単純な系は量子ホール系である。最近の von Klitzing グループの実験報告によると2層量子ホール系において、層間にジョセフソン効果とみなせる現象が発見されている。Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 116802を参照。これは20年以上前に私が初めて予言した現象である。本研究目的の「2次元空間の非可換性と低エネルギー物理現象」の緊急の課題として、この実験結果の解析と新しい予言を求めて、2層量子ホール系における電流の理論的解析を行った。まず、複合ボソンのポーズ・アインシュタイン凝縮の結果として、2層間に層間コヒーレンスが発生し、2層での電子の位相差  $\theta$  が物理量になることを示した。更に、非可換空間での運動方程式を求めることにより、この位相差  $\theta$  の満たすべき方程式を導いたが、これはサイ

ンゴードン方程式になる。最も重要な結果として、位相差の微分  $d\theta/dx$  が  $x$  軸方向に流れる面内ジョセフソン電流となり、 $\sin\theta$  が層間ジョセフソン電流になることを証明した。この解析の結果として、入射電流が臨界値以下の時のみ、層間トンネル電流がコヒーレント電流になる事を示した。2層系への電流の入射、取り出しの下記の3つの仕方に対してトンネル電流の詳しい解析を行った。(図1a) 電流を上面の左端から入射し右端から取り出し、下面の右端から入射し左端から取り出す場合；(図1b) 電流を上面の左端から入射し右端から取り出す場合；(図1c) 電流を上面の左端から入射し、下面の右端から取り出す場合である。解析結果は上記の実験結果をよく説明する。更に、試料に横磁場をかけたときの臨界磁場の変化を調べたが、これは新しい予言である。私の属する実験グループ（澤田安寿京都大学教授）にこの予言の検証を提言した。なお、試料は上記の von Klitzing グループより提供を受け、実験の準備を始めた。

**\* 2層量子ホール系におけるゴールドストーン・モードの研究：**非可換空間が実現している最も単純な系は量子ホール系である。占有率  $\nu=1$  の二層系におけるゴールドストーンモードが引き起こすジョセフソン効果の研究を進展させ、占有率  $\nu=2$  の二層系におけるゴールドストーンモードの解析を遂行した。この系は3つの相をもつ。3つの相の内、比較的単純な磁性相 (spin ferromagnet phase) と擬スピン磁性相 (pseudospin ferromagnet phase) における解析は行われていたが、傾斜反強磁性相 (canted antiferromagnet phase) におけるゴールドストーンモードの研究は全く行われていなかった。傾斜反強磁性相は本質的に  $SU(4)$  構造を持ち、スピンと擬スピンの絡み合ったゴールドストーンモードが本質的な役割を果たす。この相におけるゴールドストーンモードの有効理論を非可換幾何学の観点から構築した。これに基づき、層間ギャップエネルギーが小さい極限で、系に純粋なスピン流が流れる事を示した(図2参照)。これは実験的に検証可能である。

図2. 2層量子ホール系におけるスピン流



**\* グラフェン上の量子ホール系と非可換幾何学：**非可換空間はグラフェン上の量子ホール系にも実現している。電子は線形分散を持ち、相対論的ディラック方程式に従う。しかし、非相対論的電子と相対論的電子の違いは運動エネルギー項にのみ現れ、運

動エネルギー項の役割はランダウ準位を生成する事のみである。特定の占有率の量子ホール系は同一の非可換空間であり、両者の違いは現れない。従って、通常の量子ホール系における非可換空間の物理現象との差異は存在しないことが分かった。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 13 件)

- 1) S. Tsuda, M-H. Nguyen, D. Terasawa, A. Fukuda, Z.F. Ezawa, and A. Sawada, Nuclear spin relaxation in the SU(4) spin-pseudospin intertwined skyrmion regime in the  $\nu=1$  bilayer quantum Hall state, Phys. Rev. B 88 (2013) 205103(1-4), DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.88.205103> (査読有).
- 2) Y. Hama, G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, Nambu-Goldstone Modes and the Josephson Supercurrent in the Bilayer Quantum Hall System, Prog. Theor. Exp. Phys. (2013) 053101 (1-33), DOI: 10.1093/ptep/ptt025 (査読有).
- 3) Y. Hama, G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, Spin Josephson Supercurrent in the Canted Antiferromagnetic Phase, Phys. Rev. B 87 (2013)104516(1-4), DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.87.104516> (査読有).
- 4) Yangdong Zheng, Anju Sawada and Zyun F. Ezawa, Theoretical Approach to Ground States of the  $\nu=2/3$  Bilayer Fractional Quantum Hall Systems, Solid State Communications 155 (2013)82-87, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ssc.2012.10.019> (査読有).
- 5) Y. Hama, Y. Hidaka, G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, The Study of Goldstone Modes in  $\nu=2$  Bilayer Quantum Hall Systems, Euro. Phys. J. B 85 (2012) 368(1-13), DOI: <http://dx.doi.org/10.1140/epjb/e2012-30559-2> (査読有).
- 6) D. Terasawa, A. Fukuda, T. Morikawa, Y. D. Zheng, A. Sawada and Z.F. Ezawa, Onset Temperature for the Kosterlitz-Thouless Phase Transition in the Bilayer  $\nu=1$  Quantum Hall State, Phys. Rev. B 86 (2012) 165320(1-6), DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.86.165320> (査読有).
- 7) Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili and A. Sawada, Interlayer Phase Coherence and Josephson Effects in Bilayer Quantum Hall Systems, Euro. Phys. J. B 85 (2012) 270(1-18), DOI: <http://dx.doi.org/10.1140/epjb/e2012-30026-2> (査読有).
- 8) Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili and A. Sawada, Josephson Tunneling in Bilayer Quantum Hall

System, Phys. Lett. A 376 (2012) 2430-2434, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2012.06.011> (査読有)

9) Y.-D. Zheng, A. Sawada, Z.F. Ezawa, T. Morikawa, A. Fukuda, D. Terasawa, S. Tsuda and M-H. Nguyen, Excitation properties of  $\nu=2/3$  bilayer quantum Hall phases investigated by magnetotransport methods, Phys. Rev. B 83 (2011) 235330 (1-6), DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.83.235330> (査読有)

10) Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, Skyrmion and Bimeron Excitations in Bilayer Quantum Hall Systems, Physica E 42 (2010) 1069-1072, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physe.2009.11.057> (査読有)

11) A. Fukuda, T. Sekikawa, K. Iwata, Y. Ogasawara, T. Arai, Z. F. Ezawa and A. Sawada, Activation Energy Gap of the Layer-Imbalanced Bilayer  $\nu=1/3$  Quantum Hall States, Physica E 42 (2010) 1046-1049, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physe.2009.10.013> (査読有)

12) D. Terasawa, S. Kozumi, A. Fukuda, M. Morino, K. Iwata, N. Kumada, Y. Hirayama, Z.F. Ezawa and A. Sawada, Activation study of collective excitations of the soliton-lattice phase in the  $\nu=1$  double-layer quantum Hall state, Phys. Rev. B 81 (2010) 073303-073306, DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.81.073303> (査読有)

13) Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, Quantum Hall ferromagnets, Rep. Prog. Phys. 72 (2009) 086502 (32pp), DOI: 10.1088/0034-4885/72/8/086502 (査読有).

[学会発表] (計 14 件)

1) Y. Hama, G. Tsitsishvili, and Z.F. Ezawa, Spin supercurrent in the canted antiferromagnetic phase, 20th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems (EP2DS-20) and 16th International Conference on Modulated Semiconductor Structures(MSS-16), 2013年7月1日~7月5日, Wroclaw University of Technology, Wroclaw, Poland.

2) 濱 祐介, G. Tsitsishvili, 江澤潤一, 傾角反強磁性相におけるスピンジョセフソン超電流の研究, 日本物理学, 2013年03月26日~2013年03月29日, 広島大学.

3) Y. Hama, G. Tsitsishvili, and Z.F. Ezawa, Spin Josephson Supercurrent in the Canted Antiferromagnetic Phase, QS2C Theory Forum: International Symposium on "Strongly Correlated Quantum Science", 2013年1月26日~1月29日, Ito International Research Center, Hongo Campus, The University of Tokyo.

4) 濱 祐介, G. Tsitsishvili, 江澤潤一, 2層  $\nu=2$  量

子ホール系におけるゴールドストーンモードの研究, 日本物理学会, 2012年09月18日~2012年09月21日, 横浜国立大学.

5) Y. Hama, G. Tsitsishvili, and Z.F. Ezawa, Spin Josephson Supercurrent in the Canted Antiferromagnetic Phase, QS2C Theory Forum: International Symposium on "Strongly Correlated Quantum Science", 2013年01月26日~2013年01月29日, 東京大学.

6) Y. Hama, G. Tsitsishvili, and Z.F. Ezawa, The Study of Goldstone modes in  $\nu=2$  Bilayer Quantum Hall Systems, HMF-20: The 20th International Conference on High Magnetic Fields in Semiconductor Physics, 2012年07月22日~2012年07月27日, Chamonix Congress centre "Le Majestic", Chamonix Mont-Blanc, France.

7) S. Tsuda, M-H. Nguyen, D. Terasawa, A. Fukuda, Z.F. Ezawa, and A. Sawada, Spin-Pseudospin intertwined excitation at  $\nu=1$  Bilayer Quantum Hall State investigated by the Nuclear-spin Relaxation, ICPS 2012: 31st International Conference on the Physics of Semiconductors, 2012年07月29日~2012年08月03日, Zurich, Switzerland.

8) Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili, A. Sawada, Josephson Inplane and Tunneling Currents in Bilayer Quantum Hall System, ICPS 2012: 31st International Conference on the Physics of Semiconductors, 2012年07月29日~2012年08月03日, Zurich, Switzerland.

9) A. Fukuda, D. Terasawa, M. Morino, K. Iwata, S. Kozumi, N. Kumada, Y. Hirayama, Z.F. Ezawa and A. Sawada, Activated transport in the  $\nu=1$  bilayer quantum Hall states with small tunneling energy DSAS = 1 K, The 26th International Conference on Low Temperature Physics, 2011年8月16日, International Convention Center, Beijing, China.

10) D. Terasawa, A. Fukuda, T. Morikawa, Y. D. Zheng, A. Sawada and Z.F. Ezawa, Anomalous behavior of the onset of the activated temperature in the bilayer  $\nu=1$  quantum Hall states with small tunneling energy, The 19th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems, 2011年7月25日, Tallahassee, Florida, USA.

11) Y.-D. Zheng, A. Sawada and Z.F. Ezawa, Investigation of Excitation Properties in the  $\nu=2/3$  Bilayer Quantum Hall Systems The 19th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems. 2011年7月25日, Tallahassee, Florida, USA.

12) Y.-D. Zheng, A. Sawada and Z.F. Ezawa, Excited States of Spins and Pseudospins in the  $\nu=2/3$  Bilayer Quantum Hall Systems, 30th International Conference on the Physics of Semiconductors, July 29, 2010, Seoul, Korea.

13) Z.F. Ezawa, Skyrmions and Bimerons in

Imbalanced Bilayer Quantum Hall Systems 30th International Conference on the Physics of Semiconductors, July 27, 2010, Seoul, Korea.

14) Z.F. Ezawa, Skyrmion and Bimeron Excitations in Bilayer Quantum Hall Systems, The 18th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems, 2009/07/23 神戸国際会議場 (神戸市).

[図書] (計1件)

Z.F. Ezawa, World Scientific (Singapore), Quantum Hall Effects (3rd Edition): Recent Theoretical and Experimental Developments (2013) 928 ページ.

[その他]

ホームページ等

<http://www.riken.jp/lab-www/theory/people/ezawa/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

江澤 潤一 (Ezawa Zyun F.)

独立行政法人理化学研究所・仁科加速器研究センター・客員研究員

研究者番号 : 90133925