

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 1日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21540258

研究課題名（和文）

標準模型の格子定式化と電弱ゲージ対称性の破れ及びバリオン数非保存過程の解析

研究課題名（英文） Lattice construction of the standard model and its applications to Electroweak symmetry breaking and Baryon number generation

研究代表者

菊川 芳夫（YOSHIO KIKUKAWA）

東京大学・大学院総合文化研究科・准教授

研究者番号：20252421

研究成果の概要（和文）：

格子カイラルフェルミオンの生じるゲージアノマリーの厳密相殺を示すための局所的コホモロジー問題を解くために、格子上の Chern-Simon Current の局所性およびゲージ共変性に着目し、Field Tensor による展開法を用いる解法を提案した。2次元 SU(N)理論については、この方法が有効であることを示し、数値的な検証を行った。

研究成果の概要（英文）：

To solve the local cohomology problem for the exact cancellation of gauge anomaly in chiral lattice gauge theories, we proposed a method to use the local and gauge-covariant Chern-Simons current in Field-Tensor expansion. We showed that this method works for the two-dimensional SU(N) chiral lattice gauge theories, and checked it numerically.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,000,000	600,000	2,600,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：素粒子論 格子ゲージ理論

## 1. 研究開始当初の背景

この研究の主目的は、素粒子の**標準模型**を、**格子ゲージ理論**の枠組みをもちいて構成的に定義し、それを応用して、標準模型の力学的性質を明らかにすることである。

**標準模型**は、ゲージ群  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  に基づくカイラルゲージ理論であり、その  $SU(2) \times U(1)$  部分群に対応するゲージ対称性はヒッグス機構によって自発的に破れていると考えられている。しかし、この機構を担

うヒッグス場の励起状態、すなわちヒッグス粒子は未発見であり、ヒッグス機構の背後にあるダイナミクスや対称性の解明は未だなされていない。まもなく開始される LHC 実験の結果に期待がかかっている。

一方、**標準模型**ではカイラルアノマリー（量子異常）の効果によってバリオン数が保存せず、この破れの効果は高温状態で顕著になることが知られている。この現象は標準模型のもつ非摂動的な側面のひとつであり、こ

のようなバリオン数非保存過程を素粒子理論によって詳細に記述することは、宇宙初期の元素合成の引き金となるバリオン-反バリオン間の非対称性を生ずる機構を考える上で、ひとつの重要な鍵となっている。また、このバリオン非対称性問題は、高温でのSU(2) $\times$ U(1) ゲージ対称性の回復にともなう相転移(電弱相転移)の臨界的振る舞いとも密接に関わっている可能性がある。そのため、ヒッグスセクターの構造の解明と併せて考察していくべき問題となっており、興味深い。

上記のような標準模型の力学的な性質を調べるためには、カイラルゲージ対称性を明白に保つような、場の量子論の非摂動的な枠組みが必要になる。格子ゲージ理論は量子色力学を記述する非可換ゲージ理論(QCD)の構成的な定義を与え、quark の閉じ込めの一つの理論的理解を与えることができる。さらに、ハドロンの質量や電弱相互作用の理論的計算を数値的に実行するための非摂動的な枠組みを提供する。

QCD の低エネルギー物理を理解する上で重要なカイラル対称性についても、理論的困難のあることが知られていた(Nielsen-Ninomiya 1981 [1, 2]) が、近年、**Ginsparg-Wilson 関係式**(Ginsparg-Wilson 1982 [3])を満足するゲージ共変で局所的な格子 **Dirac 演算子**が構成され(Neuberger 1998; Neuberger-Kikukawa 1998 [4, 5])、これによって、格子ゲージ理論の枠組みでもカイラル対称性をもつフェルミオンの摂動的及び非摂動的な性質を記述することが可能になった(Lüscher 1999 [6])。

研究代表者は、最近、このカイラル対称性を厳密に保つ格子ゲージ理論の枠組みを用いて、**Glashow-Weinberg-Salam 模型**(ゲージ群 SU(2) $\times$ U(1) に基づく電弱統一理論)の構成的な定式化を与えた[7]。この定式化は、SU(2) $\times$ U(1)カイラルゲージ対称性を厳密に保ち、SU(2)ゲージ場の非自明なトポロジカルセクターを全てカバーしている。このため、カイラルアノマリーによるバリオン数非保存過程の記述が可能な定式化になっている。

#### 参考文献

- [1] H. B. Nielsen and M. Ninomiya, Nucl. Phys. B 185, 20 (1981) [Erratum-ibid. B 195, 541 (1982)]
- [2] H. B. Nielsen and M. Ninomiya, Nucl. Phys. B 193, 173 (1981)
- [3] P. H. Ginsparg and K. G. Wilson, Phys. Rev. D 25, 2649 (1982)

[4] H. Neuberger, Phys. Lett. B 417, 141 (1998); B 427, 353 (1998)

[5] Y. Kikukawa and H. Neuberger, Nucl. Phys. B 513, 735 (1998)

[6] M. Luscher, Phys. Lett. B 428, 342 (1998) [arXiv:hep-lat/9802011]

[7] D. Kadoh and Y. Kikukawa, "A construction of the Glashow-Weinberg-Salam model on the lattice with exact gauge invariance," JHEP 0805:095 (2008) [arXiv:0709.3658 [hep-lat]]

## 2. 研究の目的

本研究では、格子ゲージ理論として構成された Glashow-Weinberg-Salam 模型の応用と拡張を目指す。応用として、バリオン数拡散率の one-loop 計算、さらに、ヒッグスセクターの構造に関する研究を行う。また、拡張として、格子 Glashow-Weinberg-Salam 模型を、さらに、SU(3)を含む標準模型やSO(10)カイラルゲージ理論等に拡張するための基礎的な研究を行う計画である。

カイラル対称性に関する最近の進展は、格子ゲージ理論にとって画期的なものであり、カイラル対称性を持つ場の量子論の非摂動的な研究の可能性は飛躍的に拡大した。特に、格子ゲージ理論によって、カイラルゲージ理論の非摂動的構成が可能になることは、ごく最近になって明らかになってきており、上記のような基礎、及び、応用両面にわたるカイラルゲージ理論のダイナミクスの研究は国内、海外の他の研究と比べても、これまでに例がない。特にゲージ不変性を明白に保ったかたちでの研究は新しいものである。我々の研究によって、このようなアプローチの可能なことを示すことができると期待している。

## 3. 研究の方法

本研究提案の期間(3年)における研究課題は以下の通りである。

- (1) 格子 Glashow-Weinberg-Salam 模型の摂動論的応用
  - ・ 格子 Glashow-Weinberg-Salam 模型を用いた one-loop バリオン数拡散率の計算
- (2) 格子 Glashow-Weinberg-Salam 模型の非摂動論的応用
  - ・ SU(2)TC テクニカラー理論の構成的定義
  - ・ 大きなフレーバー数  $N_f$  をもつ SU(2)TC テクニカラー理論の繰り込み群の性質(結合定数の"ウォーキング"等)とカイラル対称性の破れの数値シミュレーションによる検証
- (3) 標準模型およびSO(10)カイラルゲージ

理論等への拡張に関する基礎的研究

・SU(3) $\times$ SU(2) $\times$ U(1) およびSO(10) 格子カイラルゲージ理論におけるゲージアノマリーのコホモロジー的解析と厳密相殺の証明  
・SU(3) $\times$ SU(2) $\times$ U(1) およびSO(10) 格子カイラルゲージ理論におけるフェルミオン経路積分測度の構成

## 平成 21 年度

(1) 格子 Glashow-Weinberg-Salam (GWS) 模型の摂動論的応用  
・格子 GWS 模型を用いた one-loop バリオン数拡散率の数値計算

電弱対称性の破れた相における、高温状態でのバリオン数拡散率は、宇宙初期の元素合成時に残存しているバリオン数非対称性を決める重要な物理量の 1 つである。この量は、GWS 模型における古典解(スファレロン解)と、この解を背景場とする one-loop 量子補正の計算によって評価されている。これまでの連続理論による計算では、ボソンの効果のみが考慮されており、フェルミオンの効果は無視されていた。これは単にフェルミオンの取り扱いが難しいためであり、たとえば、大きな湯川結合をもつトップクォークの効果の大小の評価は未だなされていない。

格子 GWS 模型を用いれば、ゲージ不変性を保った形で、全ての粒子の one-loop 量子補正を取り入れたバリオン数拡散率の計算が可能になる。スファレロン解の構成から、one-loop レベルでの繰り込み(連続極限)までを格子正則化の枠組みで遂行する計画である。

(2) 格子 Glashow-Weinberg-Salam (GWS) 模型の非摂動論的応用

・SU(2)TC テクニカラー理論の構成的定義  
SU(2) $\times$ U(1) ゲージ対称性を力学的に破る模型のうち、現象論的な制約を満たす可能性のある模型に、ウォーキング・テクニカラー模型と呼ばれる模型がある。この模型では、新たな強いゲージ相互作用(テクニカラー相互作用)によって引き起こされるフェルミオンの真空凝縮によって、電弱ゲージ対称性の破れを説明する。この強結合理論では、導入されるフェルミオンのフレーバー数が十分大きいために「Banks-Zaks の赤外安定固定点が存在し、繰り込みの緩やかなゲージ結合定数(ウォーキング結合定数)をもつ」と予想されており、現象論的な制約を満たす根拠となっている。

この模型で導入される新たなゲージ相互作用をSU(2) 群にとると、フェルミオンは(擬)実表現に属するため、格子 GWS 模型の構成法[1] を自然に拡張して、電弱相互作用も含めたSU(2)TC $\times$ SU(2)L $\times$ U(1)Y カイラルゲージ理論全体を格子上で構成できる可能性が

ある。この研究では、フェルミオンの属する表現が基本表現、adjoint 表現、それぞれの場合について、SU(2)TC テクニカラー理論を、格子ゲージ理論としてゲージ不変性を厳密に保つ形で、定式化する計画である。

・大きなフレーバー数  $N_f$  をもつSU(2)TC テクニカラー理論の繰り込み群的性質(結合定数の”ウォーキング”等)とカイラル対称性の破れの数値シミュレーションによる検証ウォーキング・テクニカラー模型が現象論的な制約を満たす可能性は、繰り込み群的性質(結合定数の”ウォーキング”)とカイラル対称性の破れのダイナミクスに基礎をおいている。これに関して、最近、Applequist et al. [2] は、フレーバー数  $N_f = 8, 12$  をもつSU(3) 格子ゲージ理論の数値シミュレーションを行い、Banks-Zaks の赤外安定固定点の存在と結合定数のウォーキングを強く示唆するデータを提示した。一方、KEK を中心とする、JLQCD グループの格子 QCD への応用[3] によって実証されているように、カイラル対称性の自発的破れの検証には、Ginsparg-Wilson 関係式を満たす格子ディラック演算子を用いた定式化の大規模数値シミュレーションが有効である。

上記の、格子SU(2)TC テクニカラー理論の構成法では、U(1)Y 部分をのぞいた、SU(2)TC $\times$ SU(2)L の部分について、数値シミュレーションが適用可能になる。そこで、この研究では、SU(2)TC テクニカラー理論の繰り込み群的性質(結合定数の”ウォーキング”)とカイラル対称性の破れを、数値シミュレーションにより、直接、検証する計画である。現在、既に、KEK の松古氏、山田氏の協力の下、Ginsparg-Wilson 関係式を満たす格子ディラック演算子を用いたSU(2)TC ゲージ理論用の数値シミュレーションコードの準備を進めている。

## 平成 22 年度以降

(3) 格子 GWS 模型の標準模型およびSO(10) 統一模型への拡張に関する研究

・SU(3) $\times$ SU(2) $\times$ U(1) およびSO(10) 格子カイラルゲージ理論におけるゲージアノマリーのコホモロジー的解析と厳密相殺の証明  
・SU(3) $\times$ SU(2) $\times$ U(1) およびSO(10) 格子カイラルゲージ理論におけるフェルミオン経路積分測度の構成

カイラルゲージ理論の格子定式化では、有限格子間隔でゲージ不変性を厳密に保つために、カイラルフェルミオンの生じるゲージアノマリーの厳密相殺を示すことが重要になる[4]。このために局所的コホモロジー問題と呼ばれる数学的な問題を考察する必要がある。この問題は、現在までのところ、U(1)とSU(2) $\times$ U(1)の場合にのみ解かれているが、一般の非可換群の場合の解法はまだ知られ

ていない。コホモロジー的な解析を遂行するための新たな手法の開発を行う。

#### 参考文献

- [1] D. Kadoh and Y. Kikukawa,  
“A construction of the Glashow-Weinberg-Salam model on the lattice with exact gauge invariance,”  
arXiv:0709.3658 [hep-lat]
- [2] T. Appelquist, G. T. Fleming and E. T. Neil, Phys. Rev. Lett. **100**, 171607 (2008) [arXiv:0712.0609 [hep-ph]].
- [3] H. Fukaya *et al.* [JLQCD Collaboration], Phys. Rev. Lett. **98**, 172001 (2007) [arXiv:heplat/0702003].
- [4] M. Luscher, Nucl. Phys. B **568**, 162 (2000) [arXiv:hep-lat/9904009].

#### 4. 研究成果

格子カイラルゲージ理論の場合、有限格子間隔でゲージ不変性を厳密に保つために、カイラルフェルミオンの生じるゲージアノマリーの厳密相殺を示すことが重要である。このために、局所的コホモロジー問題と呼ばれる数学的な問題を考察する必要がある。この問題は、これまで  $U(1)$  群と  $U(1) \times SU(2)$  群の場合のみ解が得られていた。

この問題を解く方法について、平成 21 年度に得られた着想は、格子上のゲージアノマリーの変分を与える Chern-Simon Current が、局所的、かつ、ゲージ共变的に与えられていることに着目し、これを Field Tensor によって bi-local field に展開すると、局所的コホモロジー問題の解が簡潔な形式で求められるようになる、というものである。この解は、数値的な方法で評価できる程度にまで簡単化されているため、数値的にゲージアノマリーの相殺を示すことが可能になると期待される。

この方法が 2 次元  $SU(N)$  格子カイラルゲージ模型に適用できることが確かめられた。ゲージアノマリー相殺項のゲージ変換性と局所性の数値的検証を行い、現在、2 次元  $SU(N)$  格子カイラルゲージ模型の構成法の詳細を検討している段階である。今後は、4 次元カイラルゲージ模型での理論的考察と数値的方法による検証を押し進める。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

Y. Kikukawa, M. Kohda, J. Yasuda,  
Prog. Theor. Phys. 122 (2009) 401-426.

Y. Kikukawa and K. Usui,  
Phys. Rev. D82 (2010) 114503.

H. Kawai and Y. Kikukawa,  
Phys. Rev. D83 (2011) 074502

#### 6. 研究組織

(1) 研究代表者

菊川 芳夫 (KIKUKAWA YOSHIO)

研究者番号: 20252421

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし