

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 5日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2011

課題番号：21540383

研究課題名（和文）

高精度数値スキームを用いた3次元キャビティ流れの研究

研究課題名（英文）

Study of a 3D Cavity Flow using the Numerical Scheme with High Accuracy

研究代表者

石井 克哉 (ISHII KATSUYA)

名古屋大学・情報基盤センター・教授

研究者番号：60134441

研究成果の概要（和文）：

高精度高解像度の結合コンパクト差分を開発し、3次元キャビティ定常流れを数値シミュレーションで解いた。直方体キャビティ形状としては、流れ方向の長さを基にしたスパン方向のアスペクト比が1と6.55の2ケースについて、深さ方向のアスペクト比が0.4, 0.6, 1.0, 1.4等のケースについて、非圧縮流れの計算を行った。計算結果の速度ベクトルを使って、高い精度で複数の流線を得、各流線に対して、移動面の運動方向に垂直なある平面を通過する数百点で描かれたポアンカレ断面図をレイノルズ数100から500程度の範囲について得た。流線には、1)ある閉曲線近くに局在した流線構造と、2)カオス的に広い空間を覆う流線構造がある。これにより、ポアンカレ断面図の中には、不変トーラス、共鳴による島構造を表す点がキャビティの側面近くに存在し、他の空間部分には不規則にカオス的に分布する点が存在することを見出した。これらの構造は非自励1自由度ハミルトン力学系の構造と同等になっている。特に、レイノルズ数の変化によって、3:1と2:1の共鳴の変化が起こり、2:1共鳴が起こったレイノルズ数以上ではカオス的な流線しか見つかからない。これらの流線構造が、種々の直方体形状内のキャビティ流れに対して、一般的に発生することを示した。

研究成果の概要（英文）：

Numerical simulations are carried out for the three-dimensional steady flow in a lid-driven rectangular cavity using the combined compact scheme with high accuracy and high resolution. We study the incompressible flow in a cavity with spanwise aspect ratio 1.0 and 6.55, and aspect ratios 0.4, 0.6, 1.0 and 1.4. Streamlines are obtained from the steady velocity field data with high accuracy and Poincaré sections are plotted from the streamlines for Reynolds numbers ranging from 100 to 500. There are two types of streamlines: localized streamlines near a closed curve and chaotic streamlines. In the Poincaré sections we can find various structures of ovals of invariant tori and resonant islands by localized streamlines in the regions near the end-wall and irregularly distributed points by chaotic streamlines. The structures in the Poincaré sections are similar to those in the phase portraits of one-dimensional non-autonomous Hamiltonian system. In particular, we found that the Poincaré sections of streamlines show striking similarities for the 3:1 and 2:1 resonances as the Reynolds number is changed. When the Reynolds number is larger than that in the 2:1 resonance, we obtained the chaotic streamlines in the whole flow region. The present study show that existence of the invariant tori and disruption by the resonances are generally observed in steady cavity flows in cavities with different aspect ratios and spanwise aspect ratios.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野： 流体力学

科研費の分科・細目：物理学、数理物理・物性基礎

キーワード：流体、計算物理、流線、カオス、可視化、遷移

### 1. 研究開始当初の背景

直方体のある面を接線方向に移動させて領域内部に作る流れ場については、多くの観点から様々な解析がある。しかし、一つの面を等速で運動させる最も単純な問題であっても、直方体のスパン方向あるいは深さ方向のアスペクト比が異なるとき、様々な流体现象が発生する。

以前、代表者らは、立方体形状内の流体で発生するキャビティ流れを数値的に解析し、レイノルズ数の小さい定常流の場合において、閉曲線である流線の周囲にはトーラス状の流線ができ、その構造は、非圧縮性条件を考慮すると、1.5次元の力学系の軌跡と同等のものと考えられることを示した。

近年、スパン方向が長い直方体内のキャビティ流れの実験が行われ、非定常流れに移行する前のレイノルズ数  $Re=850$  の付近の流れでは、直方体中央部に側壁とは関係のない周期的な構造が見いだされることが報告された。この流れ場に対して、少ない格子点数でも高精度の計算が可能な結合コンパクト差分スキーム差分で解いたところ、側面からの流れパターンの大きさは実験と一致する結果を得た。

その後、固体境界壁の場合に対する結合コンパクト差分スキームの境界条件の問題が解決され、多くのパラメータ値での計算が可能となり、アスペクト比やレイノルズ数を変化させた場合の流れ場の解析ができる環境が整いつつある。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、代表者らが開発を行ってきた高精度高解像度の結合コンパクト差分スキームを用いて、3次元キャビティ流れに発生する基本的な問題を流線の観点から解明することである。特に、スパン方向および深さ方向のアスペクト比の様々な異なる値の組み合わせに対して、レイノルズ数を変化させた場合の流れ場の変化を、流線構造の変化を基に解析する。

### 3. 研究の方法

研究目的を達成するため、方程式の差分近似には結合コンパクト差分を使用する。これまでの安定性、収束速度、境界条件などに関する研究結果を基に、3次元ナビエ・ストークス方程式に対するロバーストで長時間の解析が可能な結合コンパクト差分法を確

立する。

3次元キャビティにおいて、レイノルズ数変化、アスペクト比の異なるとき現れる異なる流動場をつなぐパラメータでの解析を実行し、流れ場の基本的理解を得る。

3次元数値シミュレーションの中で、可視化により解の挙動をみることは不可欠である。流線を通した流れ場の効率が良く、精度の良い解析手法を確立し、アスペクト比やレイノルズ数を変化させた場合の流線構造の変化を通して、流れ場の変化の機構を解明する。

### 4. 研究成果

キャビティ形状としては直方体を考える。流れ方向の長さ  $L$  を基準にして、スパン・アスペクト比は  $\Lambda=1$  の側壁の影響が大きい場合と  $\Lambda=6.55$  の側壁の影響が小さい2ケースについて、深さ方向のアスペクト比は  $\Gamma=0.4, 0.6, 1.0, 1.4$  の4ケースを中心にして、全部で10数ケースの直方体について調べる。移動面の速さを  $U$ 、運動粘性率を  $\nu$  としたとき、レイノルズ数は  $Re=LU/\nu$  である。静止状態から出発して、レイノルズ数を変化させて、非圧縮流れの計算を行い、定常流を得た。これにより、得られた場が現実的なことを確認した。これらの計算結果の速度ベクトルおよび空間微分値を使って、2次精度で複数の流線を得る。各流線に対して、移動面の運動方向に垂直なある平面を通過する数百点で描かれたポアンカレ断面図をレイノルズ数 100 から 400 の範囲について調べた。

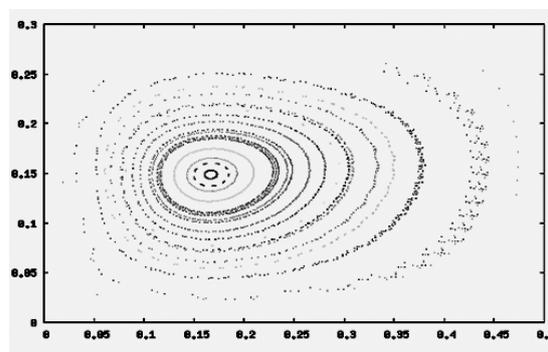


図 1:  $\Lambda=1, \Gamma=0.4, Re=100$  のポアンカレ断面図

図 1 に  $\Lambda=1, \Gamma=0.4, Re=100$  の 20 流線のポアンカレ断面図を示す。1 つのトーラスを描

いているのは1つの流線の点である。中心付近には9周期点の周りの島構造が見え、一番外側には点が不規則に広がっている。

このように流線には、1)ある閉曲線近くに局在した流線構造と、2)カオス的に広い空間を覆う流線構造がある。特に、1)の流線構造を示すポアンカレ断面図の中には、不変トーラス、共鳴による島構造を表す点がキャビティの側面近くに見られる。

これらの構造は、流体場が非圧縮条件を満たすため、非自励1自由度ハミルトン力学系の構造と同等になっている。力学系で粒子がトーラス上を運動するとき、その運動を特徴づける2つの周波数の比が整数の時、摂動がある力学系では共鳴構造が現われる。特に、3:1と2:1の共鳴時には、中心の閉曲線が不安定になり、2:1より小さな比の周波数比では中心の閉曲線が安定にあることはなく、周囲の不変トーラスは消える。

3次元キャビティ流れの流線でも、側壁に近い領域では対応した現象が観測される。このとき、レイノルズ数が増大すると、閉曲線の近くの2つの周波数の比はだんだん小さくなり、あるレイノルズ数付近で、3:1と2:1の共鳴に対応するポアンカレ断面図を得ることができる。精度の計算によりこの共鳴の起こる例のレイノルズ数は5%以下の誤差で予測できた。図2には、 $\Lambda=1, \Gamma=0.6$ の3:1共鳴の図を、図3には、 $\Lambda=1, \Gamma=0.4$ の2:1共鳴の図を示す。

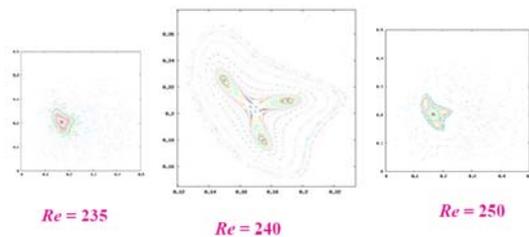


図2:  $\Lambda=1, \Gamma=0.6$ の3:1共鳴のポアンカレ断面図

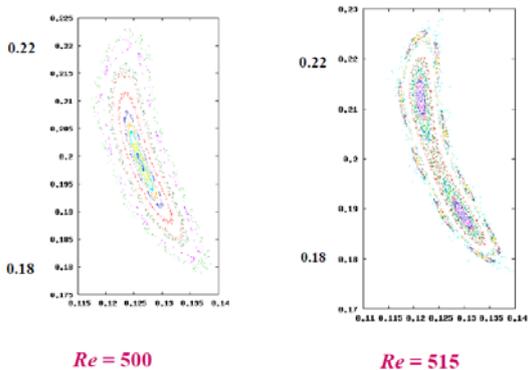


図3:  $\Lambda=1, \Gamma=0.4$ の2:1共鳴のポアンカレ断面図

図2において、中央の $Re=240$ では、閉曲線の周辺の不変トーラスは観測できないが、左右の $Re=235, 250$ では中央の閉曲線の周りに三角形に近い不変トーラスが観察できる。また、3周期点とその周囲の島構造があることも、 $Re=240, 250$ のポアンカレ断面図では観察できる。一方、図3の場合、 $Re=500$ では不変トーラスが見えるが、 $Re=515$ では閉曲線が不安定になっているのがわかる。

特に、2:1共鳴の起こったレイノルズ数以上では、中心の閉曲線の流線の周囲には不変トーラスがなくなり、多くの流れ領域でカオス的な流線しか見つからなかった。2:1共鳴を起こすレイノルズ数は、アスペクト比、スパン・アスペクト比により大きく変化する。 $\Lambda=\Gamma=1$ の立方体キャビティの場合、 $Re=300$ 程度の低いレイノルズ数で2:1共鳴が発生する。 $\Lambda=1$ の場合を中心とした、2:1共鳴が起こるレイノルズ数の値を表1に示す。

### 2:1resonance Reynolds number

$\Gamma$	$\Lambda$	$Re$
0.4	1.0	500-515
0.6	1.0	385-390
1.0	1.0	300-325
1.4	1.0	335-350
1.0	6.55	345

表1: 2:1共鳴が起こるレイノルズ数

これらのレイノルズ数を変化させた時の流線構造の変化は、アスペクト比やスパン・アスペクト比が異なる種々の直方体形状内のキャビティ流れに対しても、ほぼ同様な順序で発生した。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

① M. Ishigaki、S. Adachi、K. Ishii、Numerical Analysis of Stability of Thermo-acoustic Oscillation in a 2D Closed Tube、AIAA paper、査読有、AIAA-2010-24、2010

② K. Ishii、S. Adachi、Transition of Streamline Patterns in Three-Dimensional Cavity Flows、Theoretical and Applied Mechanics Japan、査読有、59、2010、203-210

③ 金田行雄、石原卓、高レイノルズ数等方

乱流の直接数値シミュレーション-小スケールにおける統計的普遍性、日本流体力学会誌「ながれ」、査読有、29、2010、73-78

④石井克哉、安達静子、低レイノルズ数の三次元キャビティ流中の流線の振る舞い、数理解析研講究録、査読無、1724、2010、8-18

⑤K. Ishii, S. Adachi, Dependence on the Aspect Ratio of Streamline Patterns in Three-Dimensional Cavity Flows, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有、60、2012、51-61

⑥K. Morishita, T. Ishihara, Y. Kaneda, Small-scale statistics in direct numerical simulation of turbulent Channel flow at high-Reynolds number, Journal of Physics, 査読有、318、2011、DOI: 10.1088/1742-6596/318/2/022016

⑦M. Ishigaki, S. Adachi, K. Ishii, Stability of thermo-acoustic oscillation in a closed tube by numerical simulation, Fluid Dynamics Research, 査読有、43、2011、DOI:10.1088/0169-5983/43/4/041403

⑧安達静子、流線を用いた3次元キャビティ流の数値的研究、東京国際大学論叢 - 商学部編、査読無、84、2011、55-59

〔学会発表〕(計27件)

①石井克哉、刑部暁広、安達静子、3次元キャビティ流れ中の流線の数値計算、第23回数値流体力学シンポジウム、2009年12月18日、仙台市民会館(仙台)

②安達静子、石井克哉、3次元キャビティ流れの流線の振舞い、日本物理学会年会、2010年3月21日、岡山大学(岡山)

③K. Ishii, S. Adachi, Streamlines of Vortical Flows in 3D Lid-driven Cavities, ECCOMAS CFD 2010、2010年6月18日、国立土木工学研究所会議場(リスボン、ポルトガル)

④石井克哉、安達静子、スパンの長い正方キャビティ内の流れ、日本流体力学会年会、2010年9月11日、北海道大学(札幌)

⑤石井克哉、安達静子、3次元キャビティ流れの流線パターンの Reynolds 数依存性、日本流体力学会数値流体力学シンポジウム、2010年12月20日、慶応大学日吉キャンパス(神奈川)

⑥石井克哉、安達静子、3次元キャビティ流れの流線パターンのアスペクト比依存性、第60回理論応用力学講演会、2011年3月9日、東京工業大学(東京)

⑦K. Ishii, S. Adachi, Poincaré Sections of Three-Dimensional Lid-Driven Cavity Flows, 7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, 2011年7月22日、バンクーバー(カナダ)

⑧K. Ishii, C. Ota, S. Adachi, Torus Streamlines in the 3D Steady Lid-driven Cavity Flows, 64th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, 2011年11月21日、ボルチモア(米国)

⑨K. Ishii, S. Adachi, Chaotic Streamlines in Steady Cavity Flows, IUTAM Symposium on 50 Years of Chaos: Applied and Theoretical, 2011年11月30日、京都大学(京都)

⑩太田力、石井克哉、安達静子、断面アスペクト比の異なる3次元キャビティ内流れの流線パターンの変化、日本物理学会 2011年秋季大会、2011年9月23日、富山大学(富山)

⑪近藤祐介、石井克哉、安達静子、ブロック三重対角行列スキームの並列解法、第25回数値流体力学シンポジウム、2011年12月20日、大阪大学(大阪)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.hpc.itc.nagoya-u.ac.jp/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

石井 克哉 (ISHII KATSUYA)

名古屋大学・情報基盤センター・教授

研究者番号：60134441

### (2) 研究分担者

石原 卓 (ISHIHARA TAKASHI)

名古屋大学・工学研究科・准教授

研究者番号：10262495

安達 静子 (ADACHI SHIZUKO)

東京国際大学・商学部・教授

研究者番号：70523009

平野 靖 (HIRANO YASUSHI)

山口大学・医学研究科・准教授

研究者番号：90324459

### (3) 連携研究者

金田行雄 (KANEDA YUKIO)

名古屋大学・工学研究科・教授

研究者番号：10107691