

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月29日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21560067

研究課題名（和文） 射影演算子法の乱流への適用

研究課題名（英文） Application of a projection operator method to turbulence

研究代表者

岡村 誠（OKAMURA MAKOTO）

九州大学・応用力学研究所・准教授

研究者番号：00185472

研究成果の概要（和文）：

1次元乱流における時間相関関数の構造を射影演算子法によって調べた。時間相関関数と記憶関数の相似形を仮定して、時間相関関数に関して閉じたモデル方程式を導いた。このモデル方程式の解析と、典型的な1次元乱流の支配方程式である蔵本・シバシンスキー方程式の直接数値シミュレーションによって以下のことを見出した。1) 時間差が小さいときには時間相関関数は代数型となる；2) 時間差が大きいときには、時間相関関数は波数によって2種類の指数的減衰形(振動しながら減衰する場合と振動しないで減衰する場合)となる。

研究成果の概要（英文）：

We investigate the structure of the time correlation function for one-dimensional turbulence with a projection operator method. A closed model equation for the time correlation function is derived assuming the similarity between the time correlation function and the memory function. We obtain the following asymptotic forms of the time correlation functions both by solving the model equation and by carrying out the direct numerical simulation of the Kuramoto-Sivashinsky equation, which is a typical governing equation for one-dimensional turbulence: 1) the time correlation function indicates the algebraic form for the initial regime; 2) the time correlation function decays exponentially with or without oscillation for the final regime depending on the wavenumber.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	900000	270000	1170000
2010年度	600000	180000	780000
2011年度	500000	150000	650000
年度			
年度			
総計	2000000	600000	2600000

研究分野：流体力学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎，工学基礎

キーワード：物理数学

1. 研究の背景

乱流は身の回りでよく見かける流れであるが、その振る舞いの複雑さのために数値シミュレーションに比べて、理論解析はあまり進んでいない。また、乱流の研究において、流速の平均量を知ることが、乱流を理解するという基礎的な側面だけでなく、実用的な側面からも重要である。未定パラメーターを含まないモデル方程式（平均量だけで閉じた平均流方程式）を、流体の基礎方程式であるナビエ・ストークス方程式から導出するという問題は未解決であり、かつ、重要な研究課題である。

2. 研究の目的

乱流の平均流速を評価することは実用的に必要であったことから、さまざまなモデルが提案されている。しかし、これらのモデルは、経験則や未定パラメーターを含んでいて、きわめて現象論的である。一方、現象論的な仮定を使わなければ、平均流に関する方程式が閉じないという完結性の問題に突き当たる。そのためにモデル方程式が妥当な仮定のもとで、ナビエ・ストークス方程式から導出されていない。本研究の目的は、ナビエ・ストークス方程式から、妥当な仮定に基づいて未定パラメーターを含まないモデル方程式を導くことである。

3. 研究の方法

(1) 研究方法の概要

本研究の目的は空間2次元ナビエ・ストークス方程式に射影演算子法を適用して、平均流に関するモデル方程式を導き、平均流を評価することである。これを達成するために、まず一様等方性乱流に射影演算子法を適用して、過去の研究結果をどの程度再現できるかを検証する。これがうまくいけば、本研究の目的である非一様乱流に射影演算子法を適用して、その平均流に関するモデル方程式を導出して、平均流を評価する。

(2) 平成21年度

平成21年度は、具体的な乱流として、一様等方性乱流を扱う。射影演算子法の出発点は常微分方程式である。したがって、ナビエ・ストークス方程式をフーリエ級数展開して、各展開係数に関する常微分方程式に変換する。この方程式に射影演算子法を用いると、一般化されたランジュバン方程式が得られる。一様等方性の仮定のために表現が簡単化

されるため、時間相関関数の時間発展を記述する方程式が容易に導ける。ここまでは厳密である。

時間相関関数の時間発展方程式は未知関数として、時間相関関数、記憶関数の2つを含んでいるので、このままでは完結性の問題により解くことができない。ここで、時間相関関数と記憶関数の相似性を仮定して、時間相関関数で閉じたモデル方程式を導出する。このモデル方程式を解いて、時間相関関数を求めて、過去の研究結果と比べる。

(3) 平成22-23年度

具体的な乱流として、代表的な非一様乱流である2次元平行平板間乱流を扱う。ここが本研究課題の核心部である。射影演算子法の出発点は常微分方程式であるので、ナビエ・ストークス方程式を常微分方程式に変換する。ただし、平行平板間乱流の場合には、流れ方向は空間的に一様なのでフーリエ級数展開、流れと垂直な方向にはチェビシェフ級数展開をする。そうすると、各展開係数に関する常微分方程式が得られる。この方程式に射影演算子法を用いると、一般化されたランジュバン方程式が得られる。ここまでは厳密である。

ここで適当な近似を行なって、必要な情報である平均量を導き出す。この完結の問題を解決するために、本研究では以下の二つの手法を候補として考えている。

- ① マルコフ近似と高次モーメントの低次モーメントによる近似を行なって、モデル方程式を導く予定である。このあたりの手法は申請者の過去の研究と同様である。
- ② 一様等方性乱流と同じように、時間相関関数と記憶関数の相似性を仮定して、時間相関関数で閉じたモデル方程式を導出し、これを解いて時間相関関数を求める。これにより完結の問題は解決しているので、求められた時間相関関数とナビエ・ストークス方程式から、平均量を求める。

ナビエ・ストークス方程式の場合には、モデル方程式を導出するための計算量が蔵本・シバシンスキー方程式の場合に比べて増大する。この計算量の増大には数式処理ソフト Mathematica を利用して対処する。

4. 研究成果

当初の予定していた射影演算子法をナビエ・ストークス方程式に適用することは予想

以上の困難があり、現時点で成果がそれほど得られていない。そこで、ナビエ・ストークス方程式ではなくて、代表的な一次元乱流の方程式

- ・蔵本・シバシンスキー方程式
- ・ニコラエフスキー方程式

に関する研究を行い、その研究成果を以下に紹介する。

- ① 蔵本・シバシンスキー方程式を数値計算して、時間相関関数の初期領域と終期領域（漸近領域）での関数形を調べた。主な結果は、時間相関関数は初期領域では代数型をしており、終期領域では指数型をしていることを数値的に示した。これらの構造は時間相関関数と記憶関数の特性時間の比によって支配されていることも示した。
- ② 上記の(a)の研究を拡張して、一般的な1次元乱流の方程式に射影演算子法を適用した。さらに時間相関関数と記憶関数が相似形にあると仮定して、時間相関関数に関する閉じた方程式（モデル方程式）を導いた。まずは、モデル方程式の解と典型的な1次元乱流である蔵本・シバシンスキー方程式の直接数値計算から得られる結果がよく一致することを確かめた。次に、このモデル方程式を使って、時間相関関数の初期領域では代数型となること、終期領域では時間相関関数の漸近形はモードによって、振動しながら指数的に減衰する場合と指数的に減衰する場合があることを示した。また、時間相関関数と記憶関数の特性時間が等しいときには、振動しながら $3/2$ の冪で減衰することも見つけた。
- ③ 次に、もう一つの代表的な1次元乱流の方程式であるニコラエフスキー方程式のパワースペクトル（時間相関関数をフーリエ変換したもの）の性質を数値的に調べた。フーリエモードに関するパワースペクトルとそれを重ね合わせた物理空間に関するパワースペクトルの違いに注目した。低振動数では、モードに関するパワースペクトルはローレンチアンであるが、物理空間に関するパワースペクトルは発散する。また、物理空間に関する時間相関関数の漸近形の冪の指数である臨界指数は系の大きさが小さいときには2であり、系の大きさがある値を超えると $3/2$ になることを示した。これは繰り込み群による結果と一致する。数値シミュレーションによって臨界指数が $3/2$ であることを示したのは、この研究が初めてである。
- ④ 蔵本・シバシンスキー方程式の時間相関関数の構造と金属内の原子の運動をモ

デル化した1次元ルビンモデルの時間相関関数の構造がよく似ていることを射影演算子法による定式化を使って調べた。両者の時間相関関数の初期領域、終期領域の関数形が同形であるだけでなく、その特性時間のパラメーター（蔵本・シバシンスキー方程式では波数、ルビンモデルでは質量比）依存性までよく似ている。このことは時間相関関数の2重構造はかなり広い範囲で成り立っていることを示唆している。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計5件）

- ① H. Mori and M. Okamura: Decay forms of the time correlation functions for turbulence and chaos. Prog. Theor. Phys. 2012, Vol. 127, No. 4, 615--629, 査読あり.
- ② D. Tanaka and M. Okamura: Modal and total power spectra of Nikolaevskii turbulence. J. Phys. Soc. Jpn., 2010, Vol. 79, 124004, 査読あり.
- ③ H. Mori and M. Okamura: Dual structures of chaos and turbulence, and their dynamic scaling laws. Phys. Rev. E, 2009, Vol. 80, 051124, 査読あり.
- ④ M. Okamura and H. Mori: Time correlation functions in a similarity approximation for one-dimensional turbulence. Phys. Rev. E, 2009, Vol. 79, 056312, 査読あり.
- ⑤ 森肇, 岡村 誠: カオス・乱流の2重構造, 九州大学応用力学研究所研究集会報告集(2009) 20ME-S6, 143-151. 査読なし.

〔学会発表〕（計4件）

- ① 岡村 誠, 田中ダン: Nikolaevskii 方程式のスケーリング指数, 第6回日本流体力学会中四国・九州支部講演会, 2010年12月11日.
- ② 岡村 誠, 田中ダン: Nikolaevskii 乱流の時間相関関数とパワースペクトル, 九州大学応用力学研究所研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」2010年11月11日.
- ③ 森肇, 岡村 誠: 乱流・カオスの二重構造とその相似性, 九州大学応用力学研究所研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」2010年11月12日.
- ④ 森肇, 岡村 誠: カオス・乱流の2重構造と動的スケーリング則, 九州大学応用力学研究所研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」2009年11月14日.

[その他]

ホームページ:

<http://www.riam.kyushu-u.ac.jp/fluid/okamura/okamura.htm>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岡村 誠 (OKAMURA MAKOTO)

九州大学・応用力学研究所・准教授

研究者番号: 00185472

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者