

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年6月5日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2011

課題番号：21560463

研究課題名（和文）

ディסקリプタ方程式表現を活かした制御問題の解法

研究課題名（英文）

Approaches for Control Problems by Utilizing the Descriptor Representation

研究代表者

和田 光代 (WADA TERUYO)

大阪大学・大学院工学研究科・特任准教授

研究者番号：70201259

研究成果の概要（和文）： ディスクリプタ方程式表現は、動的システムの数式モデルとして、物理情報を保存し、かつ、静的拘束条件を動的要素と共に複雑な変換なしに記述できるものである。そのモデル表現の特徴を活かせるよう、制御器構成のための条件式に制御対象の物理パラメータが変換されることなくそのまま現れるような制御問題の解法を提案した。条件式は数値的に解くことができ、得られた解から制御器が構成でき、例題によって提案法の有効性を検証した。

研究成果の概要（英文）： The descriptor representation is a mathematical model for dynamical systems, which can keep physical information and describes static constraints as well as dynamics of given systems. In order to utilize such characteristics, control design methods were proposed whose conditions include physical parameters as they are, without any transformations. The derived conditions can be solved numerically and the solutions can compose controllers. Several numerical examples illustrated the effectiveness of the proposed methods.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御理論

キーワード：制御工学，ディスクリプタ方程式，安定化，線形行列不等式条件，線形微分行列不等式

1. 研究開始当初の背景

従来からよく使われてきた状態方程式表現でシステムを記述しようとする時、物理情

報が保存されなかったり、静的拘束を取り込むために複雑な計算が必要となったり、場合によっては、状態方程式で記述するのが不可

能となることもあった。これに対して、一般の集中定数システムは、適切に変数を選べば容易にディスクリプタ方程式で表現できる。しかも、ディスクリプタ方程式は、非線形システムに含まれる非線形要素の形を崩すことなく物理情報を保存したまま数式表現でき、動的要素のみならず、静的拘束条件や微分などの非因果的な要素も表現できるのが特徴である。すなわち、ディスクリプタ方程式は、状態方程式に比べ、動的システムの数式表現において、高い記述能力と柔軟さを有している。

ところで、時不変線形ディスクリプタシステムに対する制御系設計法については、国内外共に、安定化問題、 H_{∞} 制御問題、ロバスト安定化問題などについて、線形行列不等式 (LMI) を用いた解法が種々提案されていた。それに対して、時変ディスクリプタシステムや非線形ディスクリプタシステムに対する理論的な安定解析法や制御系設計法については、研究代表者らの安定解析法や安定化についての結果も含め、まだ着手された段階で、未だ成熟期には至っていなかった。このうち、非線形ディスクリプタシステムに関する研究では、海外で安定条件が提案されていたが、非線形要素に十分ななめらかさが要求され、非線形要素の導関数を用いた安定条件となっていた。そこで、研究代表者らは、非線形要素に対するなめらかさは要求せず、したがって、非線形要素の導関数を用いない、しかも、変数変換や逆写像の導出などの複雑な計算は要しない、ディスクリプタ方程式の記述能力の高さを活かした安定条件を導出していた。また、時変ディスクリプタシステムに対しても、研究代表者らが、変数変換等の複雑な計算を要しない安定条件と安定化可能条件を導出し、口頭発表していた。

さらに、制御系設計問題において、制御対象がディスクリプタシステムであっても、設計される動的制御器は実装を考慮すると状態方程式表現されるべきである。しかしながらこの時点では、ディスクリプタシステムに対しては、制御器の存在条件が導出しやすいという理由から、制御器もディスクリプタ形式とした成果がほとんどであり、直接的に状態方程式制御器を与える容易に数値計算可能な手法は提案されていなかった。

2. 研究の目的

ディスクリプタ方程式表現は制御対象の数式モデルとして、変数変換や逆変換等の複雑な変換を用いることなく、制御対象が有する物理情報であるパラメータ構造をそのまま表すことができ、かつ、静的拘束条件を動的要素と共に記述できるという特徴を持っている。この特徴に注目し、制御目的・制御

仕様を制御系に対する拘束条件と安定性の要求と捉え、拘束条件をディスクリプタ方程式表現内に含めた拡大ディスクリプタシステムの安定化問題に制御問題を帰着させる解法の提案を目指す。そのための基礎的理論の構築を本研究課題の目的とする。すなわち、上述のディスクリプタ方程式表現の特徴を活かし、ディスクリプタ方程式表現された対象システムに対する制御器構成のための条件式に、制御対象の物理パラメータが変換されることなくそのまま現れ、しかも複雑な計算を要しない制御問題の解法を提案する。具体的な制御問題は、以下の通りとする。

(1) 線形時変ディスクリプタシステムに対して、安定条件とディスクリプタ変数フィードバックによる安定化法を導出する。

(2) 線形時変ディスクリプタシステムに対して、動的な出力フィードバック制御器による安定化法を導出する。

(3) 線形時変ディスクリプタシステムに対する H_{∞} 制御問題の解法を微分 LMI によって与える

(4) 動的システムの解が指定したスピードで注目する平衡点へ収束するという概念の導入とそのため時変制御器設計法を導出する。

(5) 制御対象がディスクリプタ方程式で表されていても、動的制御器は実装を考慮すると状態方程式表現されるべきである。そこで、ディスクリプタ表現を介さず直接的に状態方程式制御器を設計する方法を提案する。

3. 研究の方法

(1) 安定条件と安定化制御器の導出：
線形時不変ディスクリプタシステムに対する安定条件は、既に与えられている。それを時変システムに拡張することで、安定条件を微分線形不等式 (微分 LMI) により与える。導出した安定条件を制御系に適用することで、安定化可能条件が微分 LMI で表される。そして、その解を用いて、制御器のパラメトリゼーションを行う。

(2) H_{∞} 制御問題の解法：
線形時不変ディスクリプタシステムに対する H_{∞} 制御器設計法を時変システムに拡張することで、制御器存在条件を微分 LMI で与え、その解を用いて、制御器のパラメトリゼーションを行う。

(3) λ 漸近安定性の概念の導入と λ 安定化条件の導出:

動的システムの解が指定したスピードで注目する平衡点へ収束するという λ 漸近安定性の概念を導入し, リアプノフ関数を用いて, 平衡点が λ 漸近安定となるための条件を導出する. その条件を時変フィードバック制御器による制御系へ適用することで, λ 安定化条件と時変制御器設計法を導出する.

(4) 状態方程式制御器設計法の提案:

制御対象がディスクリプタ方程式で表されていても, 動的制御器は実装を考慮すると状態方程式表現されるべきである. そこで, 制御器のディスクリプタ表現を介さず直接的に状態方程式制御器を設計する方法を導出する. 導出過程ではディスクリプタ制御器設計条件を用いるが, 最終的に得られる制御器は状態方程式表現とする. 安定化と H_{∞} 制御問題に対する状態方程式制御器を線形行列不等式 (LMI) の解によって構成する.

(5) 上記(1)~(4)の方法に加えて, 得られた条件や制御器設計法の有効性は, 数値例に適用することで検証を行う.

4. 研究成果

ディスクリプタ方程式表現の特徴を活かせるよう, 制御器構成のための条件式に制御対象の物理パラメータが変換されることなくそのまま現れ, 変数変換などの複雑な計算を要しない制御問題の解法の提案を目指し, 以下の成果を得た.

(1) 線形時変ディスクリプタシステムの安定条件とディスクリプタ変数フィードバック安定化:

線形時変ディスクリプタシステムのうち, 対象とするクラスを状態方程式で表した場合に係数行列が有界かつ区分的連続となるシステムに限り, まず, 安定条件を等式制約のない微分 LMI の形で導いた. つぎに, その安定条件を別の形に変換し, それをもとに安定化可能条件を微分 LMI の形で与えた. このとき, 安定化のためのフィードバック制御入力にはディスクリプタ変数の動的振舞い成分のみを用いて実現し, その結果, 閉ループ系の一意解をもつための条件のもとで, 閉ループ系の一意解の存在も保証した. さらに, 簡単な例題を用いて, フィードバックゲインを求めるための安定化可能条件である微分 LMI の実用的な数値解法を例示し, 導出した安定化法の有効性を検証した.

(2) 線形時変ディスクリプタシステムの出力フィードバック安定化:

(1) のディスクリプタ変数フィードバック安定化と同じ考え方を用い, 対象システムと制御器で出力方程式をディスクリプタ変数の動的部分のみを出力する形で考えることで, 安定化可能条件を必要十分な微分 LMI で導出した. その条件の下では, 閉ループ系だけでなく, ディスクリプタ表現を用いて設計された動的制御器に対しても, 一意解の存在性が保証される. 動的出力フィードバック制御器は, 微分 LMI の解を用いて構成できる.

(3) 線形時変ディスクリプタシステムの H_{∞} 制御:

有界な係数行列をもつ線形時変ディスクリプタシステムを対象に, 動的な出力フィードバックによる H_{∞} 制御問題の解法として, まず, システムの安定性と指定した L_2 ゲインを保証する条件, すなわち, 時変システムの場合へ拡張したディスクリプタシステムに対する有界実条件を, 状態方程式に対する条件を参考に, 微分 LMI の形で導出した. そして, 動的な出力フィードバックコントローラを考え, 有界実条件を閉ループ系に適用することで, H_{∞} 制御器の存在条件を微分 LMI の形で導出した. このとき, 不等式の解を用いて動的制御器の係数行列を計算することができるものである.

(4) 非指数関数オーダー安定化:

対象とするシステムが線形時不変システムであったとしても, 時変制御器を用いれば, 閉ループ系の解のノルムを指数関数とは異なるオーダーで減衰させることが可能である. そこで, 動的システムに対して, 設計者が指定したスピードでの平衡点への解の収束性の概念として, まず, λ 漸近安定性を導入し, 時変システムの平衡点が λ 漸近安定となるための条件を Liapunov 方程式の形で導出した. そして, その条件を閉ループ系に適用することにより, 非指数関数オーダー安定化 (λ 安定化) 可能条件を, Riccati 微分方程式の可解条件として導出した. その解を用いることで, 状態フィードバック制御器と動的出力フィードバック制御器が得られるものである.

(5) ディスクリプタシステムに対する状態方程式制御器の直接導出:

線形時不変ディスクリプタシステムを対象として, 状態方程式形式の動的な出力フィードバックによる安定化問題と H_{∞} 制御問題を考え, 状態方程式制御器の直接的な設計法を与えた. 安定化問題については, まず, 安定化可能条件を LMI 形式の必要十分条件で与え, LMI の解を用いた安定化状態方程式制御器の設計法を提案した. H_{∞} 制御問題については, LMI 形式の必要十分条件である有界実補題を

もとにして H_∞ 制御器の存在条件を LMI で導出し、その LMI の解を用いて状態方程式形式 H_∞ 制御器の係数行列を与えた。

今後の展望としては、本研究課題で得られた成果を制御目的・制御仕様を制御系に対する拘束条件と安定性の要求と捉え、拘束条件をディスクリプタ方程式表現内に含めた拡大ディスクリプタシステムの安定化問題に制御問題を帰着させる解法へとつなげることである。さらに、対象システムを非線形ディスクリプタシステム、そして、大規模システムへと拡張することである。非線形ディスクリプタシステムへの拡張の第1段階として、ルーリエ型ディスクリプタシステムが考えられる。ルーリエ型ディスクリプタシステムは線形ディスクリプタシステムとセクタ条件を満たす静的非線形要素からなるフィードバックシステムであるから、LMI 形式の条件を導出できると期待できる。一方、大規模システムへの拡張としては、システムの重複分割を導入することが考えられる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

- ① Masaki Inoue, Teruyo Wada, Masao Ikeda, Eiho Uezato, State-Space Stabilizing Controllers for Descriptor Systems, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration (SICE JCMSI), 査読有, Vol. 5, No. 3, 2012, pp. 175-183.
- ② Masaki Inoue, Teruyo Wada, Toru Asai, Masao Ikeda, Non-Exponential Stabilization of Linear Time-Invariant Systems by Linear Time-Varying Controllers, Proc. 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 査読有, 2011, pp. 4090-4095, DOI: 10.1109/CDC.2011.6161487
- ③ Masaki Inoue, Teruyo Wada, Masao Ikeda, Eiho Uezato, A Straightforward Approach to State-Space Controllers for Descriptor Systems: H_∞ Infinity Controller Design via LMIs, Proceedings of the 18th the International Federation of Automatic Control (IFAC) World Congress, 査読有, Vol. 18, 2011, pp. 7625-7630, DOI: 10.3182/20110828-6-IT-1002.02309
- ④ 井上正樹, 和田光代, 池田雅夫, ディスクリプタシステムに対する H_∞ 制御のための状態方程式コントローラの直接導出,

システム制御情報学会論文誌, 査読有, Vol. 24, No. 7, 2011, pp. 173-180, <http://dx.doi.org/10.5687/iscie.24.173>

- ⑤ 井上正樹, 和田光代, 池田雅夫, 線形時不変システムに対する時変フィードバックによる非指数関数オーダーの安定化, 計測自動制御学会論文集, 査読有, Vol. 47, No. 1, 2011, pp. 70-78, [JST.JSTAGE/sicetr/47.70](http://dx.doi.org/10.5687/iscie.47.70)
- ⑥ Masaki Inoue, Teruyo Wada, Masao Ikeda, State-Space Controller Design for Stabilization of Descriptor Systems, Proc. SICE Annual Conference 2010, 査読有, 2010, pp. 630-633
- ⑦ Masaki Inoue, Teruyo Wada, Masao Ikeda, Eiho Uezato, Stabilization of Linear Time-Varying Descriptor Systems by Output Feedback, Proceedings of European Control Conference 2009 (ECC'09), 査読有, 2009, pp. 1347-1352
- ⑧ 井上正樹, 和田光代, 池田雅夫, 上里英輔, 線形時変ディスクリプタシステムに対する安定条件と安定化法, システム制御情報学会論文誌, 査読有, Vol. 22, No. 9, 2009, pp. 315-323, <http://dx.doi.org/10.5687/iscie.22.315>

[学会発表] (計7件)

- ① 井上正樹, 浅井徹, 和田光代, 池田雅夫, 線形時不変システムに対する時間依存多目的制御, 第12回計測自動制御学会制御部門大会, 2012年3月14日, 奈良県文化会館(奈良市)
- ② 井上正樹, 和田光代, 池田雅夫, 非指数関数オーダーの安定性をもつ最適レギュレータの構成, 第55回システム制御情報学会研究発表講演会, 2011年5月17日, 大阪大学(大阪府吹田市)
- ③ 井上正樹, 和田光代, 池田雅夫, 上里英輔, ディスクリプタシステムに対する H_∞ 制御のための状態方程式コントローラの直接導出, 第11回計測自動制御学会制御部門大会, 2011年3月18日, 琉球大学千原キャンパス(沖縄県中頭郡)
- ④ 井上正樹, 和田光代, 浅井徹, 池田雅夫, 時変システムの非指数関数オーダーの安定性-減衰特性の上界と下界を指定した解析法-, 計測自動制御学会第39回制御理論シンポジウム, 2010年9月27日, ホテルコスモスクエア国際交流センター(大阪府大阪市)
- ⑤ 井上正樹, 和田光代, 池田雅夫, ディスクリプタシステムに対する状態方程式コントローラの導出, 第54回システム制御情

報学会研究発表講演会, 2010年5月19日,
京都リサーチパーク(京都府京都市)

- ⑥ 井上正樹, 和田光代, 池田雅夫, 線形システムの非指数関数オーダーでの安定化, 第10回制御部門大会, 2010年3月17日, 熊本大学工学部(熊本市)
- ⑦ 井上正樹, 和田光代, 池田雅夫, 上里英輔, 線形時変ディスクリプタシステムの H_∞ 制御, 第38回制御理論シンポジウム, 2009年9月15日, ホテルコスモスクエア国際交流センター(大阪市)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

和田 光代 (WADA TERUYO)
大阪大学・大学院工学研究科・特任准教授
研究者番号: 70201259

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

池田 雅夫 (IKEDA MASAO)
大阪大学・特任教授
研究者番号: 00031146

上里 英輔 (UEZATO EIHO)
琉球大学・工学部・准教授
研究者番号: 30284954

井上 正樹 (INOUE MASAKI)
大阪大学・大学院工学研究科・博士後期課程学生