

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月29日現在

機関番号：34316

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2009～2011

課題番号：21654025

研究課題名（和文） 多次元空間における反応拡散方程式の全域解の特徴付けと存在理論の構築

研究課題名（英文） Theory of characterization and existence for entire solutions to reaction-diffusion equations in the multi-dimensional space.

研究代表者

森田 善久 (MORITA YOSHIHISA)

龍谷大学・理工学部・教授

研究者番号：10192783

研究成果の概要（和文）：反応拡散方程式はパターン形成や、パターンダイナミクスとよばれる空間的に特徴的な形状が時間的に伝播する現象を記述するモデル方程式として知られている。今回の研究では特徴的な形状を保ちながら進行していく全域解について、その新しい存在理論と空間的形状の数学的特徴づけを目指して研究を行った。具体的な成果として、いくつかのタイプの反応拡散方程式について、新しい性質の解の存在や安定性を数学的に証明した。

研究成果の概要（英文）：The reaction-diffusion equation is widely accepted as a model to describe pattern formations and propagations of some spatial pattern. In this research we study the equation in order to provide a new existence theory for entire solutions and a characterization of the spatial pattern of the solutions. In consequence we mathematically prove the existence and stability of new type of solutions to some class of reaction-diffusion equations.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	0	1,000,000
2010年度	900,000	0	900,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	2,900,000	300,000	3,200,000

研究分野：応用解析

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：反応拡散方程式，無限次元力学系，進行波，全域解，分岐理論，安定性，非線形楕円型方程式

1. 研究開始当初の背景

反応拡散方程式はパターン形成や、パターンダイナミクスとよばれる空間的に特徴的な形状が時間的に伝播する現象を記述するモデル方程式として知られている。実際、物理や化学反応、生物などの色々な分野で利用されている。数値シミュレーションなどの手法により多彩な解の存在が以前から知られており、また、空間1次元の場合のフロント

進行波やパルス進行波とよばれる一定形状で空間的に伝播する解の存在や安定性については古くから数学的にもよく研究され、また現在でも重要な研究課題である。一方、多次元空間に特徴的な空間形状をもった進行波や、一つのフロント波でなく2つの波が進行し、衝突や合体を起こすような現象に対応する解についての数学的な研究が現れ始めた。

しかし、一般には多次元の進行波の存在や、空間的に特徴的な形状を持つ解で、一定の形状で伝わる進行波以外のものを数学的に証明するのは容易ではない。数学的な理論を飛躍的に発展させるためには、新しい観点を導入し、解の数学的な特徴づけを行う必要性があった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、反応拡散方程式の空間および時間的大域解（以下、全域解とよぶ）の研究を大幅に進展させる理論と手法の構築を目指すことにある。特に空間次元が2以上の場合に、定常解や進行波以外の特徴的な空間構造をもった全域解の存在を証明する手法を確立することを目標とする。そのために、本質を捉えた適切な解の特徴付けを行い、見通しの良い定式化と解析手法の開発を併せて行う。応用として、解の形状を特徴づける遷移層が、衝突によって消滅する現象や、2つの進行波が合体して新たな進行波が生成されるようなダイナミックな時間発展に見られる現象に対応する全域解の存在を研究する。

3. 研究の方法

我々の研究は数学的な理論を構築することを目指しており、その研究方法は、放物型方程式や楕円型方程式の最大値原理、変分原理などの適用や、無限次元力学系の理論の応用などを基に議論していく。また、非線形方程式の解の構造を調べるときに有効な分岐理論も適用できると思われる。

これらの数学的手法を適応するためには、これまでのフロント進行波解や全域解の研究結果を整理し、その数学的問題を定式化する必要がある。

目標とする方程式の解は、空間的に特徴的な形状が空間を伝播していく性質をもつが、そのためにはまず定常問題に表れる非線形項のある楕円型方程式の解についての研究を進展させ、より次元の高い空間において定常解と他の定常解を結びつける全域解を構成するという手法をとる。2つの解を結びつける場合には比較原理による方法と、無限次元力学系の理論を適用する方法があり、方程式のタイプに合わせて使い分ける必要がある。

4. 研究成果

(1)まず、空間1次元の場合ではあるが拡散競合系と呼ばれる反応拡散方程式の2変数系の場合について、両側から進行してきたフロント波が衝突し消滅するような挙動をする全域解を構成することに成功した。これまでスカラー方程式についてはこのような全域解が知られていたが、システムの場合にも可

能であることがわかり、今後、より広いクラスでの研究が進むことが期待できる画期的な成果とあってよい。

(2)分担者の二宮は、やはり空間1次元であるが m 変数の協調拡散系とよばれる反応拡散方程式系について、Stacked Frontsと呼ばれるフロントの速度が異なる値をもつ特徴的な挙動をする波の存在を示した。

(3)空間が多次元の問題では、定常問題の存在や安定性に関する新たな視点の研究も必要である。実際、無限領域の解を構成するときに、無限に広がる有限領域の族を考え、その各々の有界領域で構成した解の極限として捉えられる場合がある。よって、進行波を内在する系においては、有界領域・無限領域ともにその定常問題を調べておく必要がある。特に多次元系では、方程式の性質や構造をうまくとらえる研究が必要である。森田はある種のクラスの方程式系の解構造と安定性について新しい結果を得た。これまでにない視点を与え、このクラスの方程式系が今後の数学的な研究対象になることを明示した。

(4)二宮は2次元空間において進行スポット解の構成に成功した。スポット解をフロントとバック波に分けて考え、その数学的構成を可能にした。反応拡散方程式系においてこのような解の存在は数値シミュレーションで観察されていたが、数学的に初めて証明した画期的な成果である。

(5)また、二宮は反応極限の問題や、非線形の楕円型方程式の分岐問題などを研究し、方程式の新しい側面を明らかにしている。これらの研究は、全域解の構造を考える上で色々な示唆を与える研究である。

(6)森田と二宮は共同で、多次元進行波解の存在理論と全域解の研究を整理した成果をまとめた。この研究は今後のこの分野の研究に指針を与えるものである。

(7)また、森田は多次元に特徴的な進行波解の研究を整理して新たな問題を提起している。この成果は投稿中である。

(8)森田は比較原理が成り立たないシステムの場合に定在波の存在と安定性に関する研究を進め、あるパラメータ領域で成立する成果を得ている。比較原理が成り立たない場合の成果は、通常は特異極限や分岐などある特別なパラメータの値にしか示せない場合がほとんどであるが、変分的構造に着目して存在証明に成功した。この結果は投稿中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

Y. Morita, Spectrum comparison for a conserved reaction-diffusion system with a variational property, Journal of Applied. Analysis and Computation, Vol.2 (2012), 57-71. 査読有

M. Iida, R. Lui, H. Ninomiya, Stacked Fronts for Cooperative Systems with Equal Diffusion Coefficients, SIAM J. Math. Anal. Vol.43 (2011) No.3, 1369-1389. 査読有

H. Murakawa, H. Ninomiya, Fast reaction limit of a three-component reaction-diffusion system, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol.379 (2011), No.1, 150-170. 査読有

C. Bandle, Y. Kabeya and H. Ninomiya, Imperfect bifurcations in nonlinear elliptic equations on spherical caps, Communications on Pure and Applied Analysis Vol.9 (2010) No. 5, 1189-1208. 査読有

J.-S. Guo, H. Ninomiya, J.-C. Tsai, Existence and uniqueness of stabilized propagating wave segments in wave front interaction model, Physica D: Nonlinear Phenomena Vol.239 (2010) No.3-4, 230-239. 査読有

Y. Morita, H. Ninomiya: Traveling wave solutions and entire solutions to reaction-diffusion equations, SUGAKU Expositions. Vol. 23 (2010) No. 2, 213-233. 査読無

Y. Morita, T. Ogawa, Stability and bifurcation of nonconstant solutions to a reaction-diffusion system with conservation of a mass, Nonlinearity, Vol.23 (2010), 1387-1411. 査読有

Y. Morita and K. Tachibana, An entire solution to the Lotka-Volterra competition-diffusion equations, SIAM J. Math. Anal. Vol.40(2009), 567-584. 査読有

[学会発表](計19件)

H. Ninomiya, Traveling spots and rotating spirals of the wave front interaction model, 20th Annual Workshop of Differential Equations, Jan.6-8, 2012, Tamkang University, Taipei.

H. Ninomiya, The traveling spots and rotating waves of the wave front

interaction model, Reaction-Diffusion Systems in Mathematics and the Life Sciences: A conference in honor of Jacques Demongeot and Masayasu Mimura, Sept.20-22, 2011, University of Montpellier II, France.

H. Ninomiya, Reaction-diffusion approximation and related topics, One Forum, Two Cities: Aspect of Nonlinear PDE, Aug.29-Sep.1, 2011, National Taiwan University, Taipei.

森田善久, Monostable-type traveling waves of a bistable reaction-diffusion equation in the multi-dimensional space, RIMS 研究集会「非線形現象に現れる界面運動の数理解析・数値解析」2011年7月12日~14日, 京都大学数理解析研究所.

H. Ninomiya, Non-planar traveling waves and entire solutions of Allen-Cahn equations, Asymptotic Dynamics Driven by Solitons and Traveling Fronts in Nonlinear PDE, July 11-15, 2011, Universidad de Chile, Santiago.

H. Ninomiya, Non-planar traveling waves of reaction-diffusion equations, 19th Workshop on Differential Equations, Jan.14-17, 2011, National Cheng Kung University, Taiwan.

Y. Morita, Localized patterns in a reaction-diffusion system with conservation of a mass, Far-from-Equilibrium Dynamics 2011, Jan. 4-8, 2011, RIMS and Shiran-Kaikan Kyoto.

H. Ninomiya, Non-planar traveling waves of reaction-diffusion equations, Workshop on Pattern formation in Chemical and Biological Systems, October 25-26, 2010, Eotvos University, Budapest, Hungary.

Y. Morita, A reaction-diffusion system with conservation of a mass, The Third China-Japan Colloquium of Mathematical Biology, Oct.18-21, 2010, Sea North Green Garden-Beijing Beijing, China.

H. Ninomiya, Traveling waves in the various shapes, The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, May 25-28, 2010, Dresden, Germany.

Y. Morita, Stability and bifurcation of solutions to a mass-conserved reaction-diffusion system,

The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, May 25-28, 2010, Dresden University of Technology Dresden Germany.

Y. Morita, Stability and bifurcation of solutions to a reaction-diffusion system with conservation of a mass, The 10th International Workshop on Differential Equations in Memory of the late Professor JeongSeon Baek, March 18-20, 2010, Chonnam National University, Gwangju, Korea.

H.Ninomiya, On the diffusion-preventing blowup of reaction-diffusion equations, Spatio-Temporal Patterns from Mathematics to Biomedical Applications, March 15-17, 2010, Japanese French Meeting ReaDiLab, ARCHAMPS, FRANCE

二宮弘和, Traveling segments and rotating waves of wave front interaction model, 第 27 回九州における偏微分方程式研究集会, 1 月 25 日-27 日, 2010 年, 九州大学.

H. Ninomiya, Some entire solutions of reaction-diffusion equations, The Second Chile-Japan Workshop on Nonlinear Elliptic and Parabolic PDEs, December 1-4, 2009, Meiji University, Japan.

二宮弘和, Propagating waves in wave front interaction model, RIMS 研究集会「非線形発展方程式と現象の数理解析研究所」, 2009 年 10 月 20 - 23 日, 京都大学数理解析研究所.

Y.Morita, Traveling waves of a reaction-diffusion equation in the higher-dimensional space, Equadiff 12, July 20-24, 2009, Masaryk University, Brno Czech Republic.

Y. Morita, A mass-conserved reaction-diffusion system, The 2nd International Conference on Reaction-Diffusion Systems and Viscosity Solutions, July 13-18, 2009, Providence University, Taichung, Taiwan.

H.Ninomiya, Blowup in reaction-diffusion equations, 6th European Conference on Elliptic and Parabolic Problems, May 25-29, 2009, Gaeta, Italy.

〔図書〕(計 1 件)

D. Hilhorst, M. Mimura, H. Ninomiya, (Editors: C.M. Dafermos, M. Pokorný) Evolutionary Equations, Vol 5, Handbook of Differential Equations, Hungary: North-Holland, 2009, 105-168.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

森田 善久 (MORITA YOSHIHISA)
龍谷大学・理工学部・教授
研究者番号 : 10192783

(2)研究分担者

二宮 広和 (NINOMIYA HIROKAZU)
明治大学・理工学部・教授
研究者番号 : 90251610

(3)連携研究者

()

研究者番号 :