

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 6 月 9 日現在

機関番号：32607

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2009 ～ 2011

課題番号：21654054

研究課題名（和文）予測モデルとスケール不変性

研究課題名（英文）Prediction Models and Scale Invariance

研究代表者

守 真太郎 (MORI SHINTARO)

北里大学・理学部・講師

研究者番号：70296424

研究成果の概要（和文）：競馬、天気予報、クレジットリスクに関する予想について、スケール不変性の観点から研究を行った。競馬市場では、単勝馬券の馬の得票率と勝率がほぼ一致することが知られていたが、得票率が 1%以下のときは一致せず、得票率 0%からカウントした勝馬の数と負け馬の数の間にべき乗則が成立することを見出した。この発見を基礎に、多数の人が集団で予想を形成する過程をモデル化し、集団実験で検証を行った。最大の成果は、ヒトが他人の情報をコピーするという先天的な性質が、集団というマクロレベルの相転移を引き起こすことである。

研究成果の概要（英文）：We have performed the analysis of the predictions in a race-track betting market, weather forecasts and credit risks from the view point of scale invariance. It was well known that the win bet fractions of horses in horse races are almost equal to the winning probabilities. We have found that if the win bet fraction is less than 1%, the coincidence does not hold. There, the power-law relation between the cumulative fractions of the winning horse and the losing horses holds. Starting from the discovery, we have proposed several stochastic models which focus on how the prediction are formed among many individuals. We have also performed social experiments to verify the predictions of the models. The most important result is that by the inherent nature of human to copy others, there occurs a phase transition on the macroscopic level.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	600,000	0	600,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	1,800,000	360,000	2,160,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：非平衡・非線形物理学、社会物理、情報カスケード、予測モデル、スケール不変性

1. 研究開始当初の背景
市場の効率性に関する研究は経済学の伝統的な研究テーマであり、市場参加者のもつさ

まざまな情報が価格に反映され、価格以上の情報は存在しない。この事実をもっとも精度よく検証できるのが競馬市場であり、さまざま

まな馬券市場（単勝から3連単など）で、市場の効率性が調べられてきた。また、市場参加者の情報や予想がどのように価格やオッズに反映されるのかについても研究されていた。

2. 研究の目的

市場に限らず、さまざまなヒトの予想が持つ普遍的な性質を明らかにし、そのメカニズムを理解することが本研究の目的である。特に、予想の持つスケール不変性、多数のヒト予想の集約過程での相転移、という統計物理学的な観点から解明する。

2. 研究の方法

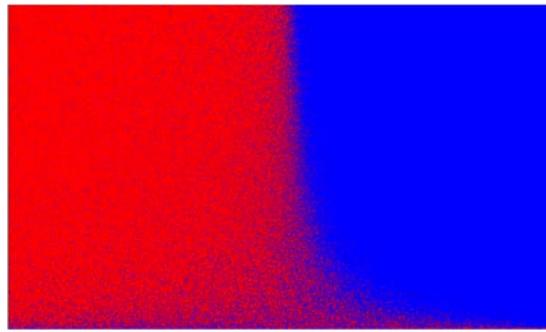
さまざまなヒトの予想、機械学習による予想などのデータ収集と解析と並行し、確率モデルによる予想や多数のヒトの情報の集約過程のモデル化、心理・社会科学的な実験による検証の3つの手法を柱とする。

3. 研究成果

(1) 競馬市場でスケール不変性

出発点となった業績である。JRAの単勝馬券市場の約20年分100万頭のデータを用い、レース出走馬を単勝馬券の得票率で並べ、得票率0%からの勝馬の累積比率と負け馬の累積比率の間にべき乗則が成立することを見出した。この法則性を説明するモデルとして、候補者として多数の勝馬と負け馬が存在するとし、ヒトが次々と投票して得票率軸上で勝馬と負け馬の混合過程を提案した（論文④）。このモデル（以下、モデル0と呼ぶ）では、投票による混合過程が馬の投票時点での得票数とある「種」となる数の和に比例すると単純化し、べき乗則の指数が種となる数の比に等しくなる。このモデル0の興味深い点は、競馬市場での予想（得票率 VS 勝ち負け）のスケール不変性を説明した点よりも、種となる数の比を一定に保ったまま、ゼロにする極限で、スケール不変性が得票率の全領域で成立する「完全なスケール不変性」を示すことである。2種類の区別可能な対象を完全なスケール不変性をもつように混ぜ合わせるには、それらの対象に重みをつけて壺にいれ、重みに比例した確率で取り出すと実現するが、それと同じ性質をもつ全く異なる確率過程である点が面白い。

このように、確率過程としては非常に興味深いモデルではあったが、競馬市場のモデルとして真面目に受け取るには、あまりにも単純すぎて、市場の示す他のマクロな性質とは相いれないものもあった。例えば、得票率がレース直前の最終的な値にどのように接近していくのかを調べたところ、非常にゆっくりとしたものであることが2010年のJRAのオッズの時系列解析から判明した。特に、投票



完全にスケール不変な赤玉と青玉の分布の様子。右端からカウントした赤玉の累積比率は青玉のそれの α 上である。 $\alpha = 1$ のランダムな場合が一番下、 $\alpha = 100$ でほぼ赤玉と青玉が分離しているのが一番上。競馬市場では α はほぼ2である。

の最初の過程では、得票率の分散は総投票数 t のべき乗則に従い、その指数は二項分布的な指数-1ではなく、約-0.5というスーパー拡散的な振る舞いを示した。また、予想の精度も t とともにゆっくり上昇し、ほぼ出走直前までべき乗則に従った。

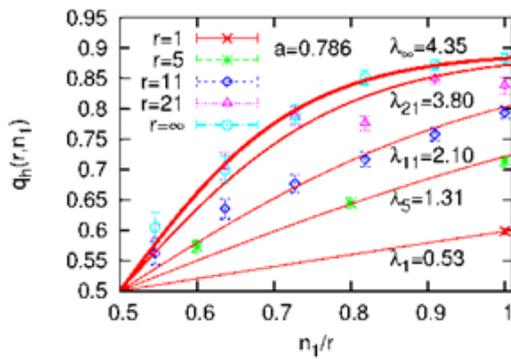
こうした、ゆっくりとした得票率の収束過程を説明するため、また、モデル0で導入した勝馬と負け馬の持つ種の数という仮定を排除すべく、次のモデル（以下、モデル1）を導入し、解析を行った（論文②）。

モデル1では、勝馬の情報をもったもの（以下、独立投票者と呼ぶ）、持たないものの2種類の投票者を仮定し、後者はモデル0と同様に、馬の得票数に比例する確率で投票する（こうした投票者をアナログハーダーと呼ぶ）。このモデルの解析の結果は、得票率の収束の指数が-1のノーマル拡散過程に従う場合と、指数が-1から0のスーパー拡散過程に従う場合の2相と、その間に対数的な振る舞いを示す3つの相が存在する。また、これらの相の間の相転移は、独立投票者の比率の変化で引き起こされる。また、独立投票者の情報の精度 q が100%の場合（勝馬を確実に予言できる場合）、この相転移は消滅し、指数は0から-2まで独立投票者の比率とともに連続的に変化する。

(2) 情報カスケード転移の予言と実証

モデル1では、情報を持たない投票者は、自分より前に投票された結果をもとに、得票数に比例した確率で投票すると仮定した。そこで、この仮定をデジタル的なものに変更したデジタルハーダーと独立投票者のモデルを論文①で導入し解析を行った。デジタルハーダーは、候補のなかで一番得票数が多いものに投票し、得票数が等しい場合はランダムに投票する。このモデルの解析の結果、モデル

1とは異なり、収束の指数が1のノーマル拡散相（正答率はほぼ1に一つのピークを持ち、One Peak相と名付けた）と、指数が0で票が勝馬に集中する場合と負け馬に集中する場合が共存する（得票率の分布が1とほぼ0の二つの1にピークを持つのでTwo-Peak相と名付けた）相が存在し、この相転移はデジタルハーダーの比率 p の変化により引き起こされる。この相転移は、広く情報カスケードと呼ばれるメカニズムに含まれるが、従来の情報カスケードでは、全ての投票者（意思決定者）は自己で情報を持ち、それが他の大勢の投票者の投票結果という情報に圧倒されて起こるものだったのに対し、このモデルでは自己で情報を持たない投票者と持つ投票者と明確に分離した系を考えている。前者の系では、他人も自分も個人で持つ情報の質は同じであると仮定されることが多く、また、そうした実験が行われていた。いわゆる、2種類の玉の比率が異なる壺を用いた実験で



ハーダーの情報のコピーの確率。
 選択肢に比率を x 軸に、その選択肢を選ぶ確率を y 軸に示した。

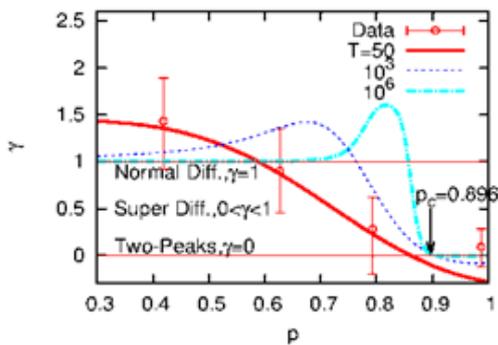
ある。そこでは、最初にランダムに壺を選び、被験者はその壺からランダムに1個の玉を取り出して、その情報から壺の種類をあてる実験である。壺を推測する時、被験者は自分の玉の情報と自分より前になされた壺の推測の時系列情報を用いる。この場合は、投票者は自分の情報のみをもとに選択を行うと、投票者全体で正しい選択を行えるようになる。ただし、情報の精度 q が 50% よりも高い場合。過去になされた実験でも、集団では正しい選択を行っているという報告がなされている。

一方、我々のモデルの設定では、投票者は情報を持ち、自分の情報のみに基づいて独立に投票する独立投票者と、情報を一切持たず単に多数派に投票するデジタルハーダーしか存在しない。

このモデルの予言する相転移を検証すべく、実験を行った。実験のデザインは、独立投票者と情報を持たないハーダーの2種類の投票者の存在を実現すべく、二択のクイズに対する投票実験とした。二択のクイズの場合、回答を知っていれば正解を必ず選び、回答は他者の回答情報には左右されない。一方、回答を知らない回答者は、他人の回答の様子から、正解を推定し回答する必要がある。つまり、ハーダーとなる。彼らがデジタルハーダーなのか、アナログハーダーなのか、それ以外の振る舞いをするハーダーなのかは実験を計画した時点では分からなかった。けれど、二択のクイズにより、モデル1、2で想定する独立投票者とハーダーによる投票は実現できると考えた。一方、各投票者の比率は二択のクイズの難易度でコントロール可能である。簡単なクイズで誰でも答えが分かる問題なら、正答率は100%に近く、ハーダーは存在しない。一方、ほとんど誰も回答を知らないような難しい二択のクイズでは、正答率は二択なので50%に近く、投票者はほぼ全てがハーダーとなる。二択のクイズに自分の知識だけで答えてもらったときのそのクイズの全被験者の正答率からハーダーの比率が推定でき、クイズを変えることでその比率を変えることができる。

この実験デザインをもとに、31人と50人の大学生の集団をそれぞれ2グループ用意し、31人のグループの実験では100問、50人のグループでは120問の二択のクイズに回答する実験を実施した。結果は、ハーダーの比率 p を100%に近づけていくと、得票率の収束の指数が-1から0に単調に増加し、スーパー拡散的な振る舞いをする事が分かった。

また、ハーダーがデジタル的なのかアナログ的なのかを選択のデータをもとに決定し、平均的なハーダーの投票モデルを構成した。このモデルをもとに、系の熱力学極限をシミュレートし、 p が90%以上ならTwo-Peaks相、90%以下ならOne Peak相になることが分かった。



収束の指数 γ を y 軸に、ハーダーの比率 p を x 軸に示した。 p が約 90% 以下では、熱力学極限で γ は 1 となり、ノーマル拡散相にある。 p が 90% 以上では、 γ はゼロとなり、Two Peaks 相となる。相転移を示す結果である。

この実験結果は、従来言われてきた情報カスケードは脆弱であり、外的なショックなどに弱く、十分多数なヒトが選択をすれば必ず正しいほうを選択できるという主張とは異なる。もちろん、従来の系は投票者一人ひとりが自分の情報を持つ系である。我々の実験系では、情報を持たない投票者が存在している系であり、対象とする系は異なる。けれど、ヒトの持つ情報量は一般にヒトにより異なるものであり、我々の系が非現実的だというわけではない。我々の実験結果は、情報カスケードが、我々の想定するケースでは、相転移であることを示した画期的なものである。この研究をさらに推進することにより、ヒト集団での情報の流れや集約のメカニズムが解明され、ヒト集団とヒトの間を結ぶ社会物理学の基礎となると考えている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① M. Hisakado and S. Mori、 Digital Herders and Phase transition in a Voting model、 J.Phys.A, Math.Theor., 44 巻、 2011、 75204-75220、 査読有、 [doi:10.1088/1751-8113/44/27/275204](https://doi.org/10.1088/1751-8113/44/27/275204)
- ② M. Hisakado and S. Mori、 Phase transition and information cascade in voting model、 J.Phys.A, Math.Theor., 43 巻、 2011、 315207-315219、 査読有、 [doi:10.1088/1751-8113/43/31/315207](https://doi.org/10.1088/1751-8113/43/31/315207)
- ③ S. Mori and M. Hisakado、 Exact scale invariance in mixing of binary

candidates in voting model、 J.Phys.Soc.Jpn、 79 巻、 3 号、 2010、 ページ 034001-034008、 査読有

[doi:10.1143/JPSJ.79.034001](https://doi.org/10.1143/JPSJ.79.034001)

- ④ S. Mori、 K. Kitsukawa and M. Hisakado、 Moody's Correlated Binomial Default Distributions for Inhomogeneous Portfolios、 Quantitative Finance、 11 巻、 3 号、 2011、 ページ 391-405、 査読有、 [doi=10.1080%2F14697680903419685](https://doi.org/10.1080/2F14697680903419685)

[学会発表] (計 5 件)

- ① 物理学会 2011 年 9 月 21 日、富山大学、投票実験と情報カスケード相転移
- ② 物理学会 2011 年 9 月 21 日、富山大学、デジタル的に投票する投票者が存在する投票モデルと情報カスケード転移の厳密解
- ③ 物理学会 2010 年 9 月 24 日、大阪府立大学、週間天気予報の精度とスケール不変性
- ④ 物理学会 2010 年 3 月 20 日、岡山大学、3 種類のエージェントのいる投票モデル、
- ⑤ 物理学会 2009 年 9 月 25 日、熊本大、2 種類のエージェントのいる投票モデルの相転移

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

- 出願状況 (計 0 件)
- 取得状況 (計 0 件)

[その他]

ホームページ等

<http://sharaku.sci.kitasato-u.ac.jp/mori/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

守 真太郎 (MORI SHINTARO)

研究者番号 : 70296424