

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 26 日現在

機関番号：24403

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2012

課題番号：21700309

研究課題名（和文） 損失関数の対称性の破れが推定方式の許容性に与える影響について

研究課題名（英文） On the effect of the symmetry violation of loss function to the admissibility of estimation

研究代表者

田中 秀和（TANAKA HIDEKAZU）

大阪府立大学・高等教育推進機構・准教授

研究者番号：50302344

研究成果の概要（和文）：推定量の許容性は、従来、主に 2 乗誤差損失関数の下で論じられてきた。そこで、本研究ではまず、非対称な損失関数（線形指数損失関数）の下で推定量が許容的となるための条件を正則の場合と非正則の場合に分けて導出した。一方、大標本の枠組みでは微小項を無視できるため、理論の構築が容易である。そこで、大標本の枠組みで推定量が許容的（2 次漸近許容的）となるための条件を基準化 2 乗誤差損失関数の下で考察した。これらの結果を用いていくつかのモデルで最尤推定量、最少ロジットカイ 2 乗推定量、最尤尺度不変推定量といった推定量の（2 次漸近）許容性・非許容性を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：Admissibility has been discussed mostly under the quadratic loss function. In this research, first, we derived conditions for estimator to be admissible under asymmetric loss function (linear exponential loss function). On the other hand, in large sample theory it is easy to derive theory since small terms are ignorable. So we considered the asymptotic admissibility of estimator under the normed quadratic loss function. Using these results, we get the (second order) admissibilities or inadmissibilities of the maximum likelihood estimator, minimum logit chi-squared estimator and minimum scale invariant estimator.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2010 年度	600,000	180,000	780,000
2011 年度	700,000	210,000	910,000
2012 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：統計的推測・許容性・2 次漸近許容性・最尤推定量・最尤尺度不変推定量・形状母数・最少ロジットカイ 2 乗推定量・ロジスティック回帰モデル

1. 研究開始当初の背景

統計的推測における重要なテーマの1つに、推定方式の許容性に関する研究がある。この概念は推定方式の良さを測る多くの基準の中でも、不偏性、一致性、有効性などに比べて弱い概念ではあるが、ある意味では実用的で基本的な性質の1つである。これは、従来、主に2乗誤差損失関数の下で論じられてきた。そこで、一般の損失関数、特に非対称な損失関数の下での許容性について関心が集まっていた。

2. 研究の目的

統計的推測の観点からリスクを通して推定方式の許容性と損失関数との関係の統一的な理論の構築、および推定方式の特徴付けを与えるという問題について、未解決な問題を数学的に明らかにし、その構造を解明することが主なテーマであり、その応用として関連した話題について種々の問題を解くことである。

3. 研究の方法

推定量のリスク差、またはリスクの漸近的な差に Karlin の補題、Green の公式、Gauss の発散定理等を適用することにより一般化 Bayes 推定量、修正最尤推定量が2次漸近許容的となるための十分条件を導出した。

4. 研究成果

- (1) 確率密度関数のサポートが未知母数に依存する場合に最小十分統計量の次元が1のときと2のときに分けて、一般化 Bayes 推定量が線型指数 (LINEX) 損失関数の下で許容的となるための十分条件を導出した。これらの結果は従来知られていた2乗誤差損失関数の下での結果 Sinha and Gupta (1984), Kim (1994), Kim and Meeden (1994) らの拡張となっている。
- (2) 平均ベクトルが未知、共分散行列が既知の多変量正規分布からの無作為標本に基づく平均ベクトルの線型関数の推定問題を、線型指数 (LINEX) 損失関数の下で考えた。このとき、無作為標本の線型結合が許容的となるための必要十分条件を導出した。この結果は Karlin (1958), Cohen (1963), Rojo (1987) らの拡張となっている。
- (3) 大標本の観点からは、未知母数が p 次元のときに修正最尤推定量が基準化2乗誤差損失関数の下で2次漸近許容的となるための十分条件、必要条件を導出した。

また、この結果の応用として p 母数ロジスティック回帰モデルにおける推定問題を考察した。その結果、最尤推定量 (MLE) は常に2次漸近非許容的 (SOI) であることを示した。また、ラオ-ブラックウェル化最小ロジットカイ2乗推定量 (R-B MLCSE) が2次漸近許容的 (SOA) となるための必要条件と十分条件を導出した。 $p=4$ までの結果は表のようになる (SOI/? は SOI である場合はあるが、SOI だけであると示せていない場合である)。これらの結果は Ghosh and Sinha (1981) での1母数ロジスティック回帰モデルでの結果 (最尤推定量は常に2次漸近非許容的であり、最小ロジットカイ2乗推定量は確率変数の個数が4以上のとき、またそのときに限り2次漸近許容的である) と比較すると興味深い結果であると思われる。

表. MLE と R-B MLCSE の2次漸近許容性

		p=1	p=2	p=3	p=4
MLE		SOI	SOI	SOI	SOI
R-B MLCSE	k=1	SOI	**	**	**
	k=2		SOI	SOI	SOI
	k=3				
	k=4	SOA	SOA	SOI/?	SOI
	k=5			SOI	
	k=6,7			SOI/?	
	k=8		SOA	SOI/?	
	k=9		SOA	SOI/?	
	k=10,11,12		SOA	SOI/?	
k≥13	SOA	SOA			

- (4) ガンマ分布の形状母数の推定問題は基礎的な問題でありながら、その特性から数値実験が主な研究手段であり、理論的な研究はあまりなされてこなかったようである。最近、Zaigraev and Podraza-Karakulska (2008) は1つの尺度母数が局外母数であり、1つの形状母数が興味ある母数の場合に、最尤尺度不変推定量を提案し、これは最尤推定量よりも偏りと分散を小さくすることを示し、こういう意味で最尤尺度不変推定量は最尤推定量よりも良い推定量だと主張した。また、Takagi (2012) は漸近的な立場から最尤推定量と最尤尺度不変推定量の許容性、つまり2次漸近許容性について調べ、両者とも非許容的であることを示した。Takagi (2012) は同時に線形偏り修正最尤推定量の2次漸近許容性についても調べ、適切な偏り修正を施すことによって最尤推定量は2次漸近許容的となることを示した。そこで、本研究では2つの尺度母数が局外母数の場合に、2つの形状母数の推定問題を漸近的な立場から考察

した。まず、最尤推定量と最尤尺度不変推定量の2次漸近許容性について調べ、何れの推定量も2次漸近非許容的であることを示した。つぎに、線形偏り修正最尤推定量と線形偏り修正最尤尺度不変推定量の2次漸近許容性について調べた。その結果、適切な偏り修正を施すことによって両者は2次漸近許容的となることを示した。なお、偏り修正の係数を動かしたとき、線形偏り修正最尤推定量よりも線形偏り修正最尤尺度不変推定量の方が2次漸近許容的となる状況が多いということも示された。このことは最尤推定量よりも最尤尺度不変推定量の方が偏りと分散を小さくするという意味で良い推定量だという事実符合しているものと思われる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計7件)

- ① 上玉利瑛太, 田中秀和. ガンマ分布の形状母数の推定について. 京都大学数理解析研究所講究録, 掲載決定済, 査読無.
- ② Tanaka Hidekazu, Obayashi Chie, Takagi Yoshiji. On second order admissibilities in two-parameter logistic regression model. Communications in Statistics Theory and Methods, 掲載決定済, 査読有.
- ③ Tanaka Hidekazu. (2012). Admissibility under the LINEX loss function in non-regular case. Scientiae Mathematicae Japonicae, 75(3), 351-358, 査読有.
- ④ Obayashi Chie, Tanaka Hidekazu, Takagi Yoshiji. (2012). Second order admissibilities in multi-parameter logistic regression model. World Academy of Science, Engineering and Technology, 69, 870-874, 査読有.
- ⑤ 尾林千恵, 田中秀和, 高木祥司. (2012). ロジット・モデルにおける2次漸近許容性について. A New Perspective to Statistical Models and Its Related Topics, 数理解析研究所講究録, 1804, 162-177, 査読無.
- ⑥ Tanaka Hidekazu. (2011). Sufficient conditions for the admissibility under LINEX loss function in non-regular case. Statistics, 45(2), 199-208, 査読有.
- ⑦ Tanaka Hidekazu, Tatsukawa Masashi. (2010). On the admissibility of linear estimators in a multivariate normal distribution under LINEX loss function. Communications in statistics Theory and Methods, 39(17), 3011-3020, 査読有.

[学会発表] (計7件)

- ① 上玉利瑛太, 田中秀和. ガンマ分布の形状母数の推定について. 京都大学数理解析研究所短期共同研究集会, Asymptotic Expansions for Various Models and Their Related Topics, 2013年3月4日, 京都大学.
- ② Tanaka Hidekazu. Second Order Admissibilities in Multi-parameter Logistic Regression Model. International Conference in Mathematics and Applications 2013, 2013年1月19日, Bangkok, Thailand.
- ③ Obayashi Chie, Tanaka Hidekazu and Takagi Yoshiji. Second Order Admissibilities in Multi-parameter Logistic Regression Model. International Conference on Mathematics, Physics and Statistics, 2012年9月19日, Berlin, Germany.
- ④ 尾林千恵, 田中秀和, 高木祥司. ロジット・モデルにおける2次漸近許容性について. 京都大学数理解析研究所短期共同研究集会, A New Perspective to Statistical Models and Related Topics, 2012年3月7日, 京都大学.
- ⑤ 尾林千恵, 田中秀和, 高木祥司. Second order admissibilities in two-parameter logistic regression model. 日本数学会秋季総合分科会, 2011年9月30日, 信州大学.
- ⑥ 達川真史, 田中秀和. On the admissibility of linear estimators in a multivariate normal distribution under LINEX loss function. 日本数学会秋季総合分科会, 2009年9月26日, 大阪大学.

- ⑦ Tanaka Hidekazu. On sufficient conditions for admissibility under LINEX loss. 57th Session of the International Statistical Institute, 2009年8月20日, Durban, South Africa.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田中 秀和 (TANAKA HIDEKAZU)
大阪府立大学・高等教育推進機構・准教授
研究者番号：50302344

(2) 研究分担者

()
研究者番号：

(3) 研究協力者

達川 真史 (TATSUKAWA MASASHI)
大阪府立大学・大学院工学研究科

尾林 千恵 (OBAYASHI CHIE)
大阪府立大学・大学院工学研究科

上玉利 瑛太 (KAMITAMARI EITA)
大阪府立大学・大学院工学研究科