

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月31日現在

機関番号：32660

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2009～2011

課題番号：21700311

研究課題名（和文）：平均ベクトル間の保守的な多変量多重比較法の研究

研究課題名（英文）：A study for the conservative multivariate multiple comparison procedures among mean vectors

研究代表者

西山 貴弘 (NISHIYAMA TAKAHIRO)

東京理科大学・理学部・助教

研究者番号：30516472

研究成果の概要（和文）：本研究では、平均ベクトルに関する多変量多重比較法に対して保守的な同時信頼区間を構成する手法について議論している。特に、1. 楕円母集団の下での平均ベクトルの成分間の多重比較、2. 正規母集団の下での平均ベクトル間の多変量多重比較、3. 高次元データに対する平均ベクトル間の多変量多重比較に対して、いくつかの研究成果が得られた。

研究成果の概要（英文）：In this study, we discussed the multivariate multiple comparison procedures which construct the conservative simultaneous confidence intervals concerning the mean vector. In particular, we discussed following 3 topics and we derive some results;

1. multiple comparison among components of mean vector under elliptical populations,
2. multivariate multiple comparison among mean vectors under normal population,
3. multivariate multiple comparison among mean vectors for high-dimensional data.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	900,000	270,000	1,170,000
2010 年度	700,000	210,000	910,000
2011 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：統計学

科研費の分科・細目：統計科学

キーワード：統計数学

1. 研究開始当初の背景

統計的データ解析を行う手法の一つに「多変量多重比較法」がある。多変量多重比較法は、例えば医学・薬学の分野で臨床試験データ解析に用いられるなど、自然科学や社会科学を問わず、様々な分野で用いられる非常に重要な手法である。この問題は、通常、同時信頼区間の形を用いて議論されることが多く、「同時信頼区間の構成」が重要な問題となる。しかしながら一般に、同時信頼区間

を構成するために必要となる統計量の正確な棄却限界値を求めることは困難なため、いくつかの保守的な近似同時信頼区間の構成法が提案されている。

2. 研究の目的

本研究では、平均ベクトルに関する多変量多重比較法の理論について、以下の研究を行う。

(1) 非正規分布の一つである楕円分布の下での平均ベクトルに関する多重比較法に対する保守的な近似同時信頼区間の構成法の提案。

(2) 正規母集団の下での平均ベクトル間の多変量多重比較法に対する同時信頼法の保守性、および保守性の程度を調べる。

(3) 高次元データにおける平均ベクトル間の多変量多重比較法に対する新たな手法の提案。

3. 研究の方法

(1) 楕円分布の下での平均ベクトル間の対比較が先行研究で議論されており、そこで用いられている考えを利用することにより、平均ベクトルの成分間の多重比較に対する近似同時信頼区間の構成法を提案する。また、モンテカルロ・シミュレーションにより、非正規性の影響を数値的に調べる。

(2) 多変量正規母集団の下で、保守的な同時信頼区間を構成する手法である多変量Tukey-Kramer型同時信頼法の保守性を、先行研究で用いられているアイデアを用いて示す。併せて保守性の上限を与え、モンテカルロ・シミュレーションにより保守性の程度を数値的に評価する。

(3) 次元数が標本数よりも大きくなるような高次元データに対して、平均ベクトル間の多変量多重比較法を行う新たな手法を提案する。具体的には1標本、2標本問題に対して提案されているアイデアをk標本問題に適用することにより、この問題に対する新たな検定統計量を提案する。

4. 研究成果

研究の目的(1)～(3)に対して、下記の研究成果を得ることが出来た。

(1) 平均ベクトルの成分間の多重比較に対する同時信頼区間を構成するためにはホテリングの T^2 型最大値統計量の上側 $100\alpha\%$ 点の値が必要となるが、一般にその正確な値を求めることは正規分布の下でも困難である。本研究では、非正規分布の一つである楕円母集団の下で、検定統計量の分布に対する漸近展開近似を導出し、さらにその結果から、ボンフェロニの不等式に基づいた近似法である1次近似法、修正2次近似法を用いることによって、上側 $100\alpha\%$ 点の1次近似値、修正2次近似値に対する漸近展開近似を与え、これらに基づく近似同時信頼区間の構成法を提案した。さらに、近似精度をより高くするために、検定統計量の分布に対する高次の項までの漸近展開近似を導出し、その結果から上側 $100\alpha\%$ 点の1次近

似値に対する高次漸近展開を与えた。これらの理論結果に基づき、数値実験によって近似精度および非正規性の影響を考察し、実用性のある結果であることを数値的に確認した。

(2) 複数個の多変量正規母集団において、平均ベクトル間の多変量多重比較に対する近似同時信頼区間を構成する手法の一つに多変量Tukey-Kramer型同時信頼法がある。この手法は常に保守的な同時信頼区間を構成すると予想されているが、完全な理論的な証明はされておらず未解決問題として残されている。本研究では、対照比較に対する同時信頼法の保守性を母集団数が5の場合について理論的に証明した。また、最も保守的となる場合の母集団間の共分散構造を理論的に導出し、保守性の程度に対する確率不等式を与えた。さらに、モンテカルロ・シミュレーションによってさまざまなパラメータの値に対して保守性の程度を数値的に考察し、この手法が簡便でかつ実用的であることを確認した。

(3) 近年の情報化社会の発展に伴い、画像・音声データやマイクロアレイデータなどのような「高次元データ」に対する統計解析が重要となっている。しかし、このようなデータに対しては通常の高次元解析の枠組みの方法をそのまま適用することができないため、高次元データ解析に対する新たな統計理論と方法論の構築が必要となる。そこで本研究では高次元データにおける平均ベクトル間の多変量多重比較法を議論した。高次元の場合での平均ベクトルに関する検定問題は、1標本問題、2標本問題に対しては多くの研究がこれまでにされてきているが、k標本問題に対してはあまり多くの研究はされていない。ここでは、1標本問題、2標本問題に対する先行研究で提案されているアイデアを用いて多変量多重比較法に対する新たな検定統計量を提案した。さらに、その検定統計量の分布に対する漸近展開近似を導出し、そこから実際に検定で用いる上側 $100\alpha\%$ 点のCornish-Fisher展開を与えた。さらに、モンテカルロ・シミュレーションによって、得られた近似値の近似精度を数値的に考察し、得られた理論結果が有用であることを確認している。また、提案手法を用いて実際の画像データの解析をおこなった。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① Sho Takahashi, Takahiro Nishiyama and Takashi Seo, Approximation to the upper percentiles of the statistic for pairwise comparison among components of mean vector in elliptical distributions, Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, 査読無, 10-06, 2010, 電子媒体.
- ② Takahiro Nishiyama, On the conservative multivariate multiple comparison procedure of correlated mean vectors with a control, Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, 査読無, 10-10, 2010, 電子媒体.
- ③ Sho Takahashi, Takahiro Nishiyama and Takashi Seo, Testing independence by step-wise multiple comparison procedure, Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, 査読無, 11-01, 2011, 電子媒体.
- ④ Sho Takahashi, Takahiro Nishiyama and Takashi Seo, Pairwise comparisons among components of mean vector in elliptical distributions, Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, 査読無, 11-07, 2011, 電子媒体.
- ⑤ Masashi Hyodo, Sho Takahashi and Takahiro Nishiyama, Multiple comparisons among mean vectors when the dimension is larger than the total sample size, Technical Report, Statistical Research Group, Hiroshima University, 査読無, 12-01, 2012, 電子媒体.

[学会発表] (計17件)

- ① 高橋 翔, 西山 貴弘, 瀬尾 隆, Approximation to the upper percentiles of the statistic for pairwise comparison among components of mean vector in elliptical distributions, 統計関連学会連合大会, 2009年9月7日, 同志社大学.
- ② 高橋 翔, 西山 貴弘, 瀬尾 隆, 楢岡母集団における平均ベクトルの成分間の多重比較について, 科研費シンポジウム「研究開発における多重決定方式の活用」, 2010年3月23日, 大阪大学.
- ③ Sho Takahashi, Takahiro Nishiyama, Takashi Seo and Tsunehisa Imada, Testing independence by step-down multiple comparison procedure, International Conference on Trends and Perspectives in Linear Statistical Inference, 2010年7月30日, Polytechnic Institute of Tomar, Tomar, Portugal.

- ④ Takahiro Nishiyama, On the conservative simultaneous confidence procedures for multiple comparisons among components of the mean vector, The 7th Conference on Multivariate Distributions with Applications, 2010年8月12日, Maresias Beach Hotel, Maresias, Brazil.
- ⑤ 高橋 翔, 西山 貴弘, 瀬尾 隆, 今田恒久, ステップダウン式多重比較法による独立性の検定, 計関連学会連合大会, 2010年9月7日, 早稲田大学.
- ⑥ 西山 貴弘, 瀬尾 隆, On the conservative multivariate multiple comparison procedure of five mean vectors with a control, 日本数学会, 2010年9月25日, 名古屋大学.
- ⑦ 高橋 翔, 西山 貴弘, 瀬尾 隆, 今田恒久, ステップワイズ法による確率ベクトルの成分間の独立性の同時検定, 科研費シンポジウム「統計的推測方法の理論的展開とその応用」, 2010年11月18日, 熊本大学.
- ⑧ 西山 貴弘, 瀬尾 隆, 平均ベクトル間の多重比較法に対する同時信頼区間とその保守性, 科研費シンポジウム「統計的推測方法の理論的展開とその応用」, 2010年11月18日, 熊本大学.
- ⑨ Sho Takahashi, Takahiro Nishiyama and Takashi Seo, Multiple comparisons among components of mean vector under an elliptical population, International Conference on Multiple Comparison Procedures, 2011年8月31日, Hilton Hotel, Washington D.C., USA
- ⑩ Takahiro Nishiyama, Conservative simultaneous confidence intervals for multiple comparisons of correlated mean vectors with a control, International Conference on Multiple Comparison Procedures, 2011年8月31日, Hilton Hotel, Washington D.C., USA
- ⑪ 高橋 翔, 兵頭 昌, 西山 貴弘, 高次元データにおける平均ベクトル間の対比較に対する同時信頼区間, 計関連学会連合大会, 2011年9月5日, 九州大学.
- ⑫ 西山 貴弘, 平均ベクトルに関する多重比較法について, 日本数学会特別講演, 2011年9月30日, 信州大学.

- ⑬ Sho Takahashi, Masashi Hyodo and Takahiro Nishiyama, Multiple comparisons among mean vectors when the dimension is larger than the total sample size, Joint meeting of the Korea-Japan conference of computational statistics and the 25th symposium of Japanese society of computational statistics, 2011年11月12日, Haeundae Grand Hotel, Busan, South Korea.
- ⑭ Takahiro Nishiyama and Masashi Hyodo, Two sample problem for high-dimensional data with unequal covariance matrices, Joint meeting of the Korea-Japan conference of computational statistics and the 25th symposium of Japanese society of computational statistics, 2011年11月12日, Haeundae Grand Hotel, Busan, South Korea.
- ⑮ 西山 貴弘, 兵頭 昌, 瀬尾 隆, Testing equality of mean vectors for the case of high-dimension and unequal covariance matrices, 科研費シンポジウム「高次元データの推測理論の開発と応用」, 2012年1月29日, 駿河台記念館.
- ⑯ 高橋 翔, 兵頭 昌, 西山 貴弘, 高次元データに対する平均ベクトル間の多変量多重比較法, 第6回日本統計学会春季集会, 2012年3月4日, 一橋大学.
- ⑰ 西山 貴弘, 兵頭 昌, 瀬尾 隆, Testing equality of mean vectors for high-dimension data with unequal covariance matrices, 日本数学会, 2012年3月28日, 東京理科大学.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等

http://www.sut.ac.jp/fac_grad/p/achievement.php?A16512

6. 研究組織

(1) 研究代表者

西山 貴弘 (NISHIYAMA TAKAHIRO)
東京理科大学・理学部・助教
研究者番号：30516472